

Instrucciones:

a) Duración: 1 hora y 30 minutos

b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. Indica, en la primera hoja donde resuelves el examen, la opción elegida.

c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.

d) Contesta de forma razonada y escribe a bolígrafo (no a lápiz) ordenadamente y con letra clara. Las faltas de ortografía, la mala presentación y no explicar adecuadamente las operaciones pueden restar hasta un máximo de 1 punto de la nota final.

e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1.- a) [0,5 puntos] Determinar los valores de k que hacen linealmente independientes los siguientes vectores:

$$\vec{u} = (1,2,1), \vec{v} = (1, k - 7, 3), \vec{w} = (-4, 1, k - 7)$$

b) [2 puntos] Sea una ventana cuya parte inferior es un rectángulo y la superior un semicírculo. Si el perímetro de la ventana es de 6 metros, calcula las dimensiones de la ventana para que entre la cantidad de luz máxima.

Ejercicio 2.- a) [1 punto] La altura de un grupo de personas sigue una distribución normal de media 175 cm y desviación típica 4 cm. Calcula qué porcentaje de la población mide entre 170 y 185 cm.

b) [1,5 puntos] Obtener el área encerrada por la función $f(x) = \ln(x)$, la recta $y = x - 1$ y la recta vertical $x = 3$. Realiza un boceto del área.

Ejercicio 3.- Se estima que solo un 20% de los que compran acciones en bolsa tienen conocimientos bursátiles. De ellos, el 80% obtiene beneficios. De los que compran acciones sin conocimientos bursátiles, solo un 10% obtiene beneficios.

a) [1 punto] Calcula el porcentaje de los que obtienen beneficios comprando acciones en bolsa.

b) [1,5 puntos] Eligiendo una persona al azar, calcula la probabilidad de que no tenga conocimientos bursátiles y que no tenga beneficios al invertir en bolsa.

Ejercicio 4.- Una bolsa contiene dos monedas que llamamos M1 y M2. La moneda M1 es una moneda trucada que tiene una probabilidad de 0,6 de obtener cara. La moneda M2 tiene el símbolo de cara impreso en ambos lados.

a) [1 punto] Escogemos una moneda al azar de la bolsa, la lanzamos, anotamos el resultado y la devolvemos a la bolsa. Repetimos esta acción dos veces. ¿Cuál es la probabilidad de obtener dos caras?

b) [1,5 puntos] Se elige al azar una moneda de la bolsa y se lanza dos veces, observándose dos caras. ¿Cuál es la probabilidad de que la moneda seleccionada sea la Moneda M1? Ayuda para este apartado: al diagrama de árbol se pueden añadir tantas ramificaciones como se necesiten. Por lo que podemos dibujar diagramas de dos sucesos consecutivos, o de tres sucesos consecutivos, o de cuatro, etc.

Opción B

Ejercicio 1.- a) [1 punto] Sea $f(x) = \frac{2x}{e^x}$. Determina el punto de la gráfica que minimiza la pendiente de la recta tangente.

b) [1,5 puntos] Obtener los puntos de la gráfica de $f(x) = x^2 + 2x + 4$ cuya recta tangente pase por el punto (0,0).

Ejercicio 2.- a) [1 punto] Tiramos siete veces una moneda. ¿Cuál es la probabilidad de sacar 4 caras y 3 cruces?

b) [1,5 puntos] Dada las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ y $C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. Obtener la inversa de A. Resolver la ecuación $AX + 2B = 3C$

Ejercicio 3.- El 69% de los habitantes de una ciudad ven series, el 35% películas y el 18% no ven series ni películas. Se elige al azar un habitante de la ciudad.

a) [1 punto] Calcula la probabilidad de que vea series o películas.

b) [1 punto] Sabiendo que ve series, calcula la probabilidad de que vea películas.

c) [0,5 puntos] ¿Cuál es la probabilidad de que vea series y no vea películas?

Ejercicio 4.- Una bolsa contiene dos monedas que llamamos M1 y M2. La moneda M1 es una moneda trucada que tiene una probabilidad de 0,6 de obtener cara. La moneda M2 tiene el símbolo de cara impreso en ambos lados.

a) [1 punto] Escogemos una moneda al azar de la bolsa, la lanzamos, anotamos el resultado y la devolvemos a la bolsa. Repetimos esta acción dos veces. ¿Cuál es la probabilidad de obtener dos caras?

b) [1,5 puntos] Se elige al azar una moneda de la bolsa y se lanza dos veces, observándose dos caras. ¿Cuál es la probabilidad de que la moneda seleccionada sea la Moneda M1? Ayuda para este apartado: al diagrama de árbol se pueden añadir tantas ramificaciones como se necesiten. Por lo que podemos dibujar diagramas de dos sucesos consecutivos, o de tres sucesos consecutivos, o de cuatro, etc.