

Teoría – Tema 5

Teoría - 11 - cambio de variable impar en coseno

Cambio de variable si $f(x)$ es impar en coseno

La función $f(x)$ que deseamos integrar es impar en coseno si cumple que al sustituir $\cos(x)$ por $-\cos(x)$, la función cambia de signo. En este caso el cambio de variable a realizar es:

$$\operatorname{sen}(x) = t$$

Ejemplo 1 resuelto

$$\int \operatorname{sen}^4 x \cdot \cos^5 x \, dx$$

$$\operatorname{sen} x = t \rightarrow \cos x \, dx = dt \rightarrow dx = \frac{dt}{\cos x}$$

$$\int \operatorname{sen}^4 x \cdot \cos^5 x \, dx = \int t^4 \cdot \cos^5 x \frac{dt}{\cos x} = \int t^4 \cdot \cos^4 x \, dt = \int t^4 \cdot [\cos^2 x]^2 \, dt = \int t^4 \cdot [1 - \operatorname{sen}^2 x]^2 \, dt$$

$$\int t^4 \cdot [1 - t^2]^2 \, dt = \int t^4 \cdot (1 + t^4 - 2t^2) \, dt = \int (t^4 + t^8 - 2t^6) \, dt = \frac{t^5}{5} + \frac{t^9}{9} - \frac{2 \cdot t^7}{7}$$

Deshacemos el cambio de variable:

$$\frac{\operatorname{sen}^5 x}{5} + \frac{\operatorname{sen}^9 x}{9} - \frac{2 \cdot \operatorname{sen}^7 x}{7} + C$$