Sistemas de inecuaciones lineales de dos incógnitas

CURSO	**TEMA**	**WWW.DANIPARTAL.NET**
1ºBach	progLINEAL 02	Colegio Marista "La Inmaculada" de Granada

INFORMACIÓN GENERAL

Sistemas de inecuaciones lineales de dos incógnitas. Resolución gráfica en el plano. Obtener vértices que delimitan la zona solución.

Vídeo asociado:

https://youtu.be/_xOalJbIiBo

Geogebra asociado:

https://www.geogebra.org/m/ydxufpgf

¿QUÉ ES UNA INECUACIÓN LINEAL DE DOS INCÓGNITAS?

Una inecuación lineal con dos incógnitas es una desigualdad matemática donde las incógnitas aparecen elevadas al exponente unidad. Por ejemplo:

$$2x + y \leq 3$$

Las incógnitas nunca se multiplican entre sí, nunca aparecen en el denominador y nunca van elevados a exponente 2, 3, etc.

Al tener dos incógnitas, **la solución será la región del plano donde se cumpla la desigualdad** (dos dimensiones: eje horizontal OX, eje vertical OY) .

Nuestra solución, por lo general, no será un intervalo en la recta real ni un punto. La solución de una inecuación lineal de dos incógnitas es una zona del plano bidimensional.

RECTA ASOCIADA A UNA INECUACIÓN LINEAL DE DOS INCÓGNITAS

Si cambiamos la desigualdad por una igualdad estricta, tendremos una **recta**.

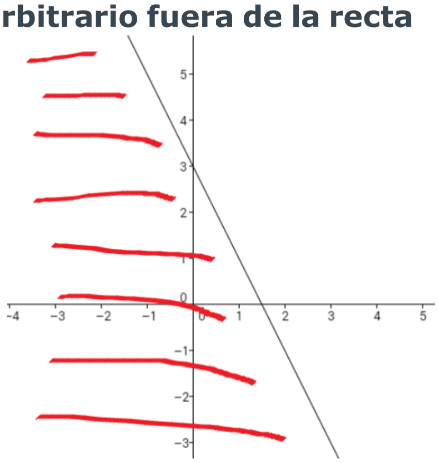
$$2x + y \leq 3 \rightarrow 2x + y = 3$$

Esta recta **divide al plano en dos trozos (semiplanos)**. Podemos representar la recta obteniendo dos puntos de la recta y uniéndolos por una línea.

$$x = 0 \rightarrow y = 3 \rightarrow Punto\ (0,3)$$

$$y = 1 \rightarrow x = 1 \rightarrow Punto\ (1,1)$$

Podemos obtener la región solución **eligiendo un punto arbitrario fuera de la recta y viendo si para ese punto se cumple la desigualdad**.



En la gráfica hemos representado la recta: $2x + y = 3$.

La recta divide al plano en dos secciones. Elegimos el punto $(0,0)$ y sustituimos en la inecuación.

$2x + y \leq 3 \rightarrow \text{Sustituir } (0,0) \rightarrow 0 \leq 3 \rightarrow$ **Verdadero**

Se cumple la desigualdad. La solución de la inecuación será el semiplano que contiene al punto $(0,0)$, incluido los valores que están sobre la recta porque la desigualdad contiene al signo igual (si la desigualdad fuese estricta, la recta no formaría parte de la solución).

Si la desigualdad no se hubiese cumplido, la solución sería el semiplano que no contuviera al punto (0,0) que hemos evaluado.

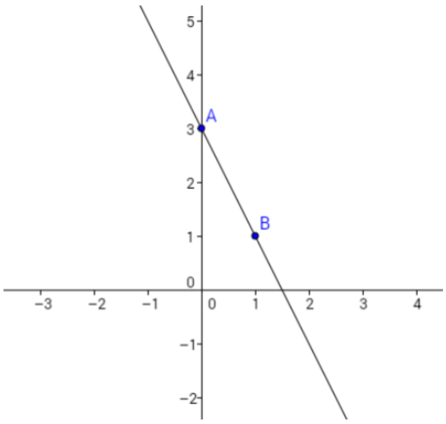
¿CÓMO RESOLVER UN SISTEMA DE INECUACIONES LINEALES?

Si en vez de una inecuación, tenemos dos, tres, etc. la solución del sistema de inecuaciones será la intersección formada en el plano por las soluciones particulares de cada inecuación individual.

Podemos resumir el proceso de solución de sistemas de inecuaciones lineales de la siguiente forma:

1. Transformamos la primera inecuación del sistema en una igualdad, obteniendo una recta.
   - Pintamos en el plano la recta, dando dos valores a la variable independiente y obteniendo los correspondientes valores de la variable dependiente.
   - La recta divide al plano en dos zonas. Tomamos un punto arbitrario en alguna de las dos zonas y evaluamos ese punto en la inecuación. Si se cumple la desigualdad, la solución es el semiplano que contiene al punto. En caso contrario, la solución será el otro semiplano.
   - Si la desigualdad incluye el signo igual, los puntos que pertenecen a la recta también serán solución. En caso contrario, los puntos de la recta no son solución.
2. Repetir los pasos del apartado 1 para cada una de las inecuaciones del sistema.
3. La solución final del sistema será la intersección de las regiones solución de cada inecuación. A esta región solución se le denomina **región factible**.

EJEMPLO RESUELTO



Resolver $\begin{Bmatrix} 2x + y \leq 3 \\ x - y > 5 \end{Bmatrix}$

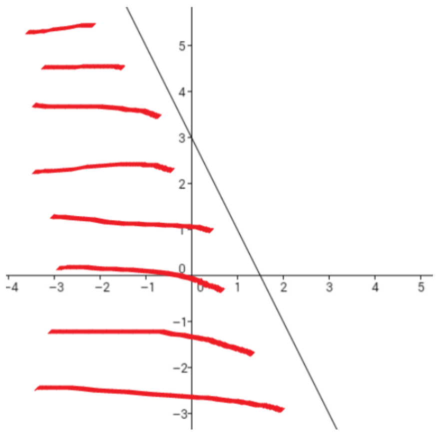
Tomamos la primera inecuación y representamos su recta asociada:

$2x + y = 3$

Si $x = 0 \rightarrow y = 3 \rightarrow (0, 3)$

Si $x = 1 \rightarrow y = 1 \rightarrow (1, 1)$

Con estos dos puntos ya podemos representar la recta.



Tomamos el punto arbitrario $(0,0)$, que ha quedado en el semiplano situado a la izquierda de la recta.

Al evaluar la inecuación en ese punto, obtenemos:

$2x + y \leq 3 \rightarrow \text{Sustituir } (0, 0) \rightarrow 0 \leq 3 \rightarrow$ **Verdadero**

La desigualdad se cumple.

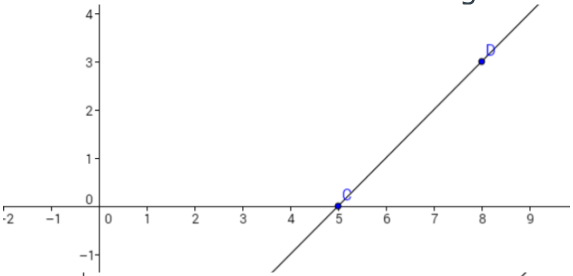
El semiplano que contiene al punto $(0, 0)$ es solución junto a los puntos de la recta (ya que la desigualdad incluye el signo igual).

Repetimos el razonamiento con la recta asociada a la segunda inecuación:

$x - y = 5$

Si $x = 5 \rightarrow y = 0 \rightarrow (5, 0)$

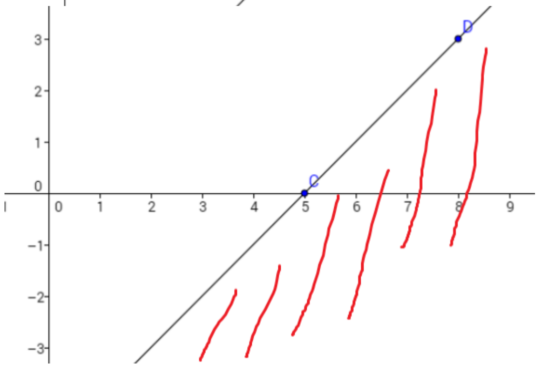
Si $x = 8 \rightarrow y = 3 \rightarrow (8, 3)$



Elegimos nuevamente el punto $(0,0)$ por facilidad en los cálculos (y porque no pertenece a la recta asociada a la segunda inecuación).

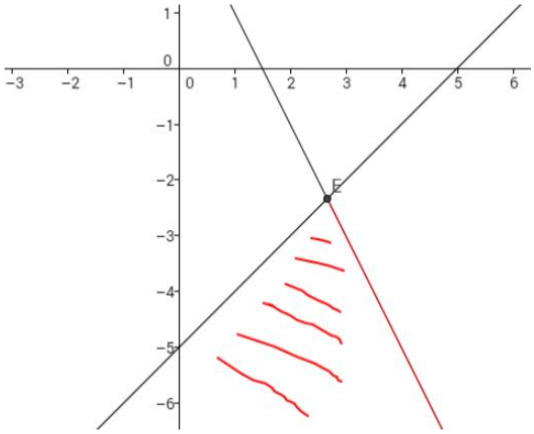
Evaluamos la inecuación en ese punto:

$x - y > 5 \rightarrow \text{Sustituir } (0, 0) \rightarrow 0 > 5 \rightarrow$ **Falso**



La desigualdad no se cumple. Por lo tanto, el semiplano que contiene al punto $(0,0)$ no es solución. Los puntos de la recta tampoco serán solución, porque la desigualdad no contiene el signo igual.

La solución final del sistema de inecuaciones será la intersección de ambas soluciones particulares. **La semirrecta en rojo de la imagen final indica que esa semirrecta también pertenece a la solución**.



El punto E será el vértice del área solución. Sus coordenadas indican la intersección de las dos rectas. Por lo que se obtiene como solución del sistema de ecuaciones formado por las dos rectas.

$$\begin{Bmatrix} 2x + y = 3 \\ x - y = 5 \end{Bmatrix} \rightarrow E\left(\frac{8}{3}, \frac{-7}{3}\right) \rightarrow \text{Solución del sistema}$$

Las coordenadas del vértice E cumple la primera inecuación:

$$2x + y \leq 3$$

Pero las coordenadas de E no cumplen la segunda inecuación:

$$x - y > 5$$

Por lo tanto, el vértice $E\left(\frac{8}{3}, \frac{-7}{3}\right)$ no pertenece a la región factible.