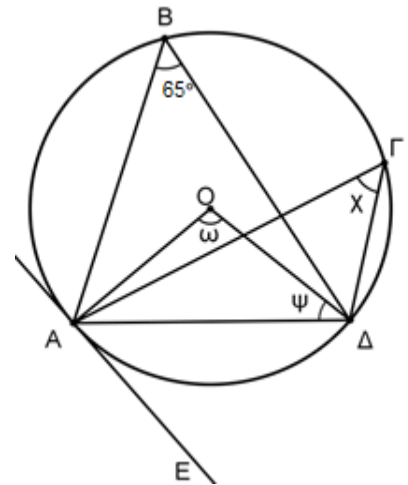


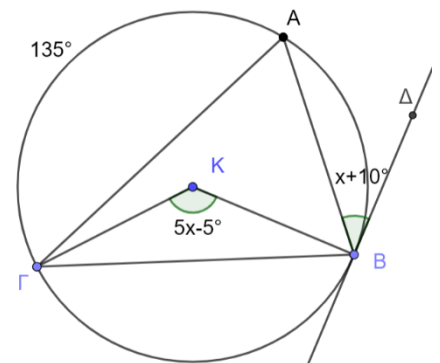
## Θεώρημα Χορδής και Εφαπτομένης (ΘΧΕ) – Φυλλάδιο ασκήσεων

### Υπολογιστικές ασκήσεις

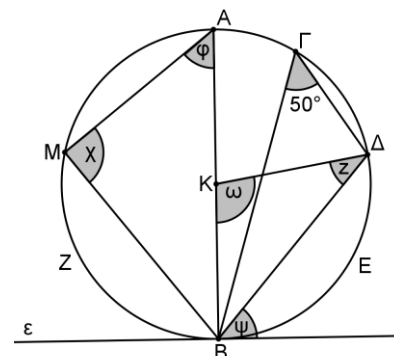
- 1.** Στο πιο κάτω σχήμα η ΔΕ είναι εφαπτομένη του κύκλου (Ο,ρ) στο σημείο Α και  $\hat{B} = 65^\circ$ . Να υπολογίσετε τις γωνίες :  $\chi$ ,  $\omega$ ,  $\psi$ ,  $\hat{\Delta\hat{A}E}$  και  $\hat{O\hat{A}E}$ .



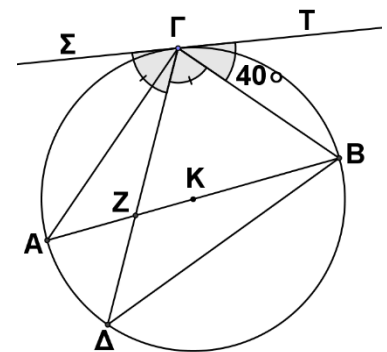
- 2.** Στο διπλανό σχήμα η ευθεία ΒΔ είναι εφαπτομένη του κύκλου στο Β. Αν  $\hat{A\Gamma} = 135^\circ$ ,  $\hat{\Delta\hat{B}A} = x + 10^\circ$  και  $\hat{\Gamma\hat{K}B} = 5x - 5^\circ$ , να βρείτε την τιμή του x.



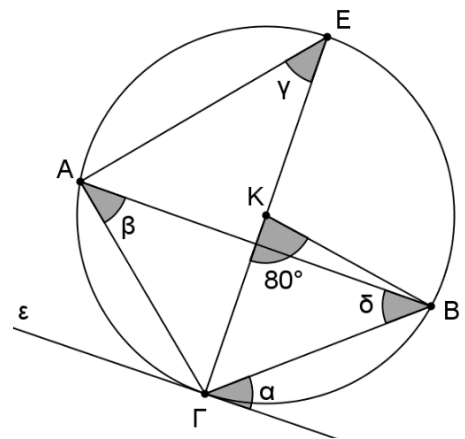
- 3.** Στο διπλανό σχήμα δίνεται κύκλος με κέντρο Κ και διάμετρο ΑΒ. Η ευθεία (ε) είναι εφαπτόμενη του κύκλου στο σημείο Β. Τα τόξα ΜΖΒ, ΔΕΒ είναι ίσα και η γωνία  $\hat{B\hat{\Gamma}\Delta} = 50^\circ$ . Να υπολογίσετε τις γωνίες φ, χ, ψ, ω και z.



4. Στο διπλανό σχήμα το  $K$  είναι το κέντρο του κύκλου, η  $\Sigma T$  είναι εφαπτομένη του στο σημείο  $\Gamma$  και η  $\Gamma\Delta$  είναι η διχοτόμος της γωνίας  $\Sigma\hat{\Gamma}B$ . Αν η γωνία  $T\hat{\Gamma}B = 40^\circ$ , να υπολογίσετε τις γωνίες του τριγώνου  $B\hat{\Delta}Z$ .

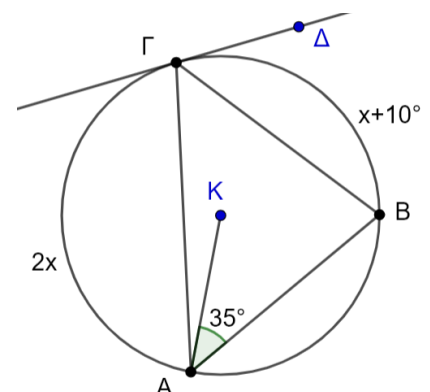


5. Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται κύκλος  $(K, \rho)$ . Η ευθεία  $(\epsilon)$  είναι εφαπτομένη του κύκλου στο  $\Gamma$ ,  $B\hat{K}\Gamma = 80^\circ$  και το τόξο  $AEB$  είναι τριπλάσιο από το τόξο  $AG$ . Να βρείτε τις γωνίες  $\alpha, \beta, \gamma$  και  $\delta$ .



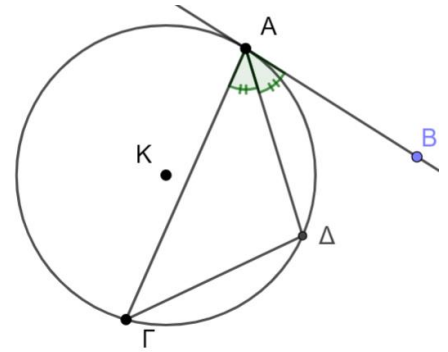
6. Στο διπλανό σχήμα δίνεται κύκλος  $(K, \rho)$  όπου  $K\hat{A}B = 35^\circ$  και  $(\epsilon)$  η εφαπτομένη του κύκλου στο σημείο  $\Gamma$ .

- α) Να υπολογίσετε τις γωνίες  $A\hat{K}B$  και  $A\hat{\Gamma}B$ .  
 β) Αν τα τόξα  $AG = 2x$  και  $B\Gamma = x + 10^\circ$ , να βρείτε το  $x$  και τις γωνίες  $A\hat{B}\Gamma$  και  $B\hat{\Gamma}\Delta$ .



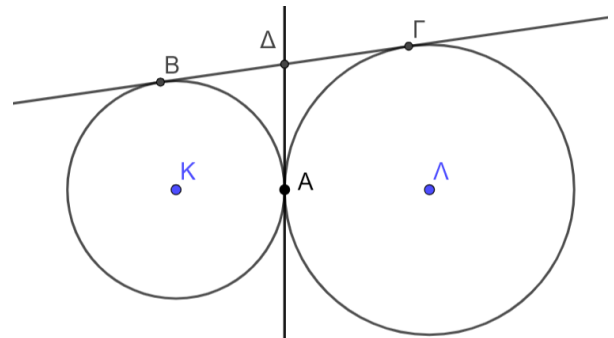
### Θεωρητικές – Αποδεικτικές ασκήσεις

7. Σε κύκλο  $(K, \rho)$  φέρνουμε χορδή  $A\Gamma$  και την εφαπτομένη του  $AB$ . Η διχοτόμος της γωνίας  $\Gamma AB$  τέμνει τον κύκλο στο σημείο  $\Delta$ . Να δείξετε ότι  $A\Delta = \Gamma\Delta$ .



8. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο  $AB\Gamma$  ( $AB=AG$ ) εγγεγραμμένο σε κύκλο. Να δείξετε ότι η εφαπτομένη του κύκλου που περνά από το  $A$  είναι παράλληλη με την πλευρά  $B\Gamma$  του τριγώνου.

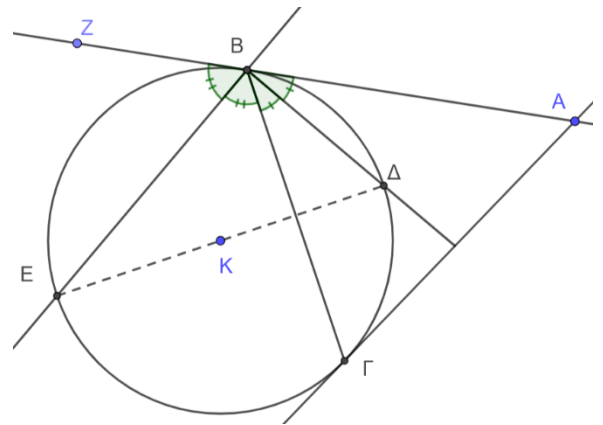
9. Θεωρούμε δύο κύκλους  $(K, \rho)$  και  $(\Lambda, R)$  που εφάπτονται εξωτερικά στο σημείο  $A$ . Αν η κοινή εφαπτομένη των δύο κύκλων στο σημείο  $A$  τέμνει το κοινό εφαπτόμενο τμήμα  $B\Gamma$  στο  $\Delta$ , να αποδείξετε ότι  $B\Delta = \Gamma\Delta$ .



**10.** Από σημείο A εκτός κύκλου φέρνουμε εφαπτόμενα τμήματα AB και AG.

α) Να δείξετε ότι το τρίγωνο ABΓ είναι ισοσκελές.

β) αν επιπλέον BΔ είναι η διχοτόμος της γωνίας B του τριγώνου και BE η διχοτόμος της εξωτερικής γωνίας B, με Δ και E σημεία του κύκλου, να δείξετε ότι το ευθύγραμμο τμήμα ΔE είναι διάμετρος του κύκλου.



**11.** Από ένα εξωτερικό σημείο A ενός κύκλου φέρουμε το εφαπτόμενο τμήμα AB και μια τέμνουσα ΑΓΔ. Στην ΑΔ παίρνουμε τμήμα ΑE=AB. Να δείξετε ότι η BE διχοτομεί τη γωνία ΓΒΔ.

**12.** Δύο κύκλοι εφάπτονται εξωτερικά στο A. Μια τέμνουσα ΒΑΓ τέμνει τον ένα κύκλο στο Β και τον άλλο στο Γ. Να δείξετε ότι οι εφαπτομένες στα Β και Γ είναι μεταξύ τους παράλληλες.