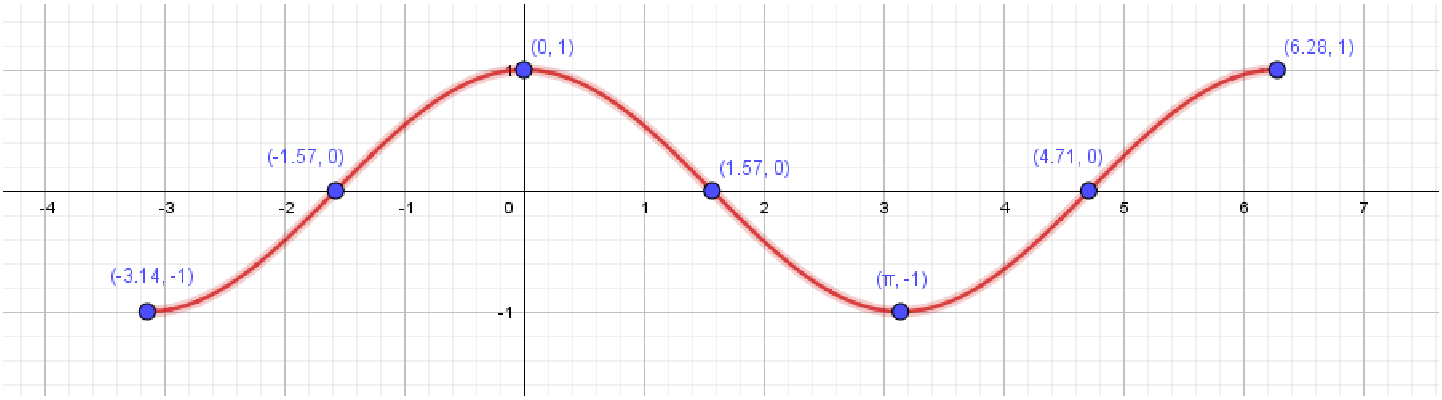
1. Dibuja la gráfica de la función coseno en el intervalo $[-\pi, 2\pi]$. Indica claramente las coordenadas de los cortes con los ejes y las coordenadas de los máximos y de los mínimos.



2. Completa la siguiente tabla.

grados	radianes	secante	cotangente
0	0	1	$\nexists$
60	$\pi/3$	2	$\sqrt{3}/3$
120	$2\pi/3$	-2	$-\sqrt{3}/3$
180	π	-1	$\nexists$
240	$4\pi/3$	-2	$\sqrt{3}/3$
300	$5\pi/3$	2	$-\sqrt{3}/3$
360	2π	1	$\nexists$

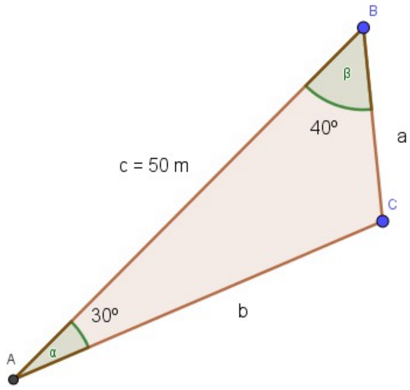
3. Demuestra $\tan(A)+\tan(B)=\dfrac{sen(A+B)}{\cos(A)\cos(B)}$

$sen(A+B)=sen(A)\cos(B)+\cos(A)sen(B)$ → Sustituimos esta expresión en el segundo miembro de la igualdad

$$\frac{sen(A)\cos(B)+\cos(A)sen(B)}{\cos(A)\cos(B)}=\frac{sen(A)\cos(B)}{\cos(A)\cos(B)}+\frac{\cos(A)sen(B)}{\cos(A)\cos(B)}$$ → Simplificamos

$$\frac{sen(A)\cancel{\cos(B)}}{\cos(A)\cancel{\cos(B)}}+\frac{\cancel{\cos(A)}sen(B)}{\cancel{\cos(A)}\cos(B)}=\frac{sen(A)}{\cos(A)}+\frac{sen(B)}{\cos(B)}=tg(A)+tg(B)$$ → c.q.d.

4. Un terreno triangular tiene 50m de longitud en uno de sus lados. Los otros dos lados forman con el de 50m, ángulos de 40º y 30º. Calcula las longitudes de los lados. Haz un dibujo que ilustre los datos del enunciado.



Datos del enunciado: $\hat{A}=30º$, $\hat{B}=40º$ → Como la suma de lo ángulos interiores de un triángulo debe ser 180º → $\hat{C}=180º-30º-40º=110º$

Usamos el teorema del seno:

$$\frac{a}{sen(\hat{A})}=\frac{c}{sen\,\hat{C}} \rightarrow \frac{a}{sen(30º)}=\frac{50}{sen(110º)} \rightarrow a=26{,}6\,m$$

$$\frac{b}{sen(\hat{B})}=\frac{c}{sen\,\hat{C}} \rightarrow \frac{b}{sen(40º)}=\frac{50}{sen(110º)} \rightarrow b=34{,}2\,m$$

5. Resuelve $tg(x)\cdot sec(x)=\sqrt{2}$

$tg(x)=\frac{sen(x)}{\cos(x)}$, $sec(x)=\frac{1}{\cos(x)}$ → Sustituimos en la ecuación → $\frac{sen(x)}{\cos^2(x)}=\sqrt{2}$

$$\frac{sen(x)}{1-sen^2(x)}=\sqrt{2} \rightarrow sen(x)=\sqrt{2}-\sqrt{2}\,sen^2(x) \rightarrow \sqrt{2}\,sen^2(x)+sen(x)-\sqrt{2}=0$$

Cambio variable $sen(x)=t \rightarrow \sqrt{2}t^2+t-\sqrt{2}=0 \rightarrow t=\frac{-1\pm\sqrt{1+8}}{2\sqrt{2}}=\frac{-1\pm 3}{2\sqrt{2}}$

$$t_1=\frac{-2}{\sqrt{2}}=-\sqrt{2} \;,\; t_2=\frac{1}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$$

Deshacemos el cambio de variable → $sen(x)=-\sqrt{2}$ → No hay solución, porque la imagen del seno está acotada el intervalo $[-1,1]$

$sen(x)=\frac{\sqrt{2}}{2}$ → Solución: $x=45º+360º\text{k}\,,\,x=135º+360º\text{k}\,,\,k\in\mathbb{R}$

6. Sabiendo que $cotg(x)=\frac{-1}{4}$ y que x es un ángulo del segundo cuadrante, deduce los siguientes apartados empleando las relaciones trigonométricas estudiadas en el tema.

a) $cosec(x)$ → De la relación fundamental de trigonometría → $sen^2(x)+\cos^2(x)=1$ → Dividimos todo por $sen^2(x)$ → $1+cotg^2(x)=cosec^2(x)$ → $1+\frac{1}{16}=cosec^2(x)$ → $\pm\sqrt{\frac{17}{16}}=cosec(x)$ → Elegimos el signo positivo, porque el ángulo está en el segundo cuadrante → $cosec(x)=\frac{\sqrt{17}}{4}$

b) $\cos(2x)$ → Del apartado anterior $cosec(x)=\frac{\sqrt{17}}{4}$ → $sen(x)=\frac{4\sqrt{17}}{17}$ → De la relación fundamental de trigonometría → $\cos(x)=\pm\sqrt{1-sen^2(x)}$ → Nos quedamos con el signo negativo, porque el ángulo está en el segundo cuadrante → $\cos(x)=\sqrt{1-\frac{16}{17}}=\sqrt{\frac{1}{17}}=\frac{\sqrt{17}}{17}$

De la fórmula del coseno del ángulo doble → $\cos(2x)=\cos^2(x)-sen^2(x)=\frac{1}{17}-\frac{16}{17}=\frac{-15}{17}$