

探究 5：探究 A 、 ω 、 φ 、 b 对函数 $y = A\sin(\omega x + \varphi) + b$ 图像的影响

探究人：

时间：

指导老师：

探究目的：

- 1、参数 A 、 ω 、 φ 、 b 对函数 $y = \sin x$ 图像的影响，直观理解图像 $y = \sin x$ 到 $y = A\sin(\omega x + \varphi) + b$ 的图像变化过程；
- 2、利用 geogebra 的动态测量和快速作图功能进行数学实验，使学生体会到数学学习的乐趣；
- 3、在图像变化过程中，领会由简单到复杂、由特殊到一般的化归思想；
- 4、在经历实验过程中，感受三角函数曲线的平滑、流畅美。

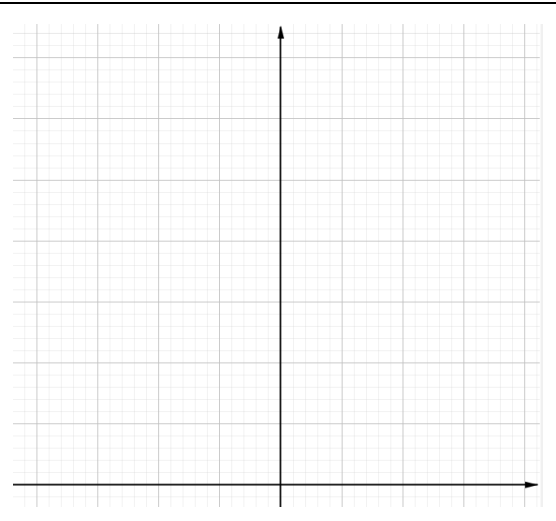
器材：

电脑（或平板或手机等设备），Geogebra 软件

探究步骤：

实验 1：观察 $A = 1$ 、 $\omega = 1$ 、 $\varphi = 0$ 、 $b = 0$ 时函数 $y = \sin(x)$ 的图像，完成表 1

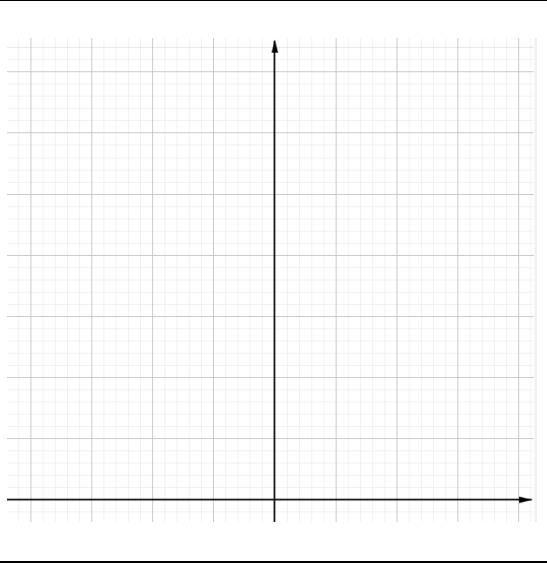
第一步：首先打开资源包中的文件（探究 3—1 观察 $y = \sin(x)$ 的对称轴、对称中心.ggb，左侧为平面显示区，右侧为 3D 立体显示区），其次勾选“探究对称中心”，再勾选“旋转”或者拖动滑动条“ α ”，使得图像绕对称中心（点 A）旋转 180 度，观察图像是否重合？最后再勾选“部分对称中心”，观察对称中心的个数和他们之间的关系。

表 1：函数 $y = \sin(x)$ 的图像			
函数	$y = \sin(x)$	观察点	是否变化
图像		参考点 1	
		参考点 2	
		周期	
		振幅	
		对称中心	
		对称轴	

第二步：首先勾选“探究对称轴”，再勾选“翻折”或者拖动滑动条“ β ”，使得图像绕对称轴（ $x = \frac{\pi}{2}$ ）翻折 180 度，观察图像是否重合？最后再勾选“部分对称轴”，观察对称轴的条数和他们之间的关系。

实验 2：观察单一参数对函数图像的影响

第一步：首先打开资源包中的文件（探究 3—2 参数 $A\omega\varphi b$ 对函数 $y = A\sin(\omega x + \varphi) + b$ 图像与性质的影响.ggb），其次勾选“参照对称中心”和勾选“实验 2”，最后勾选“A 增大动画”，或者在“输入 A”的框内输入 A 的值，观察函数 $y = A\sin(x)$ 图像的变化，完成表 2。

表 2：参数 A 对函数 $y = A\sin(x)$ 图像的影响			
函数	$y = A\sin(x)$	观察点	是否变化
图像		参考点 1	
		参考点 2	
		周期	
		振幅	
		左右平移	
		上下平移	
结论	对比表 1 和表 2，当 A 增大时，函数 $y = A\sin(x)$ 图像的_____增大为函数 $y = \sin(x)$ 图像的_____倍，其他保持不变。		

第二步：勾选“w 增大动画”，或者在“输入 w”的框内输入 w 的值，观察函数 $y = \sin(wx)$ 图像的变化，完成表 3。

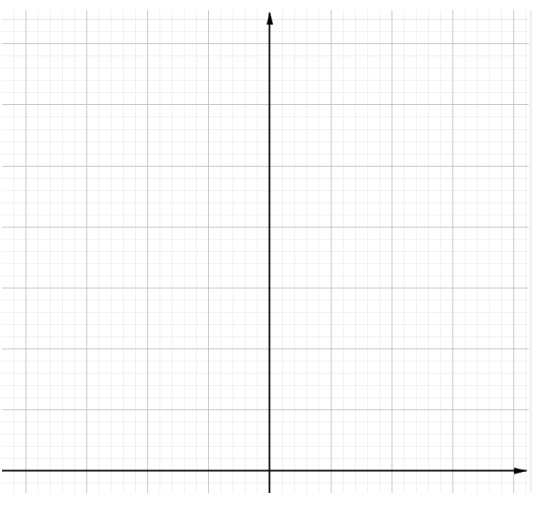
第三步：勾选“ φ 增大动画”，或者在“输入 φ ”的框内输入 φ 的值，观察函数 $y = \sin(x + \varphi)$ 图像的变化，完成表 4。

第四步：勾选“b 增大动画”，或者在“输入 b”的框内输入 b 的值，观察函数 $y = \sin(x) + b$ 图像的变化，完成表 5。

表 3：参数 w 对函数 $y = \sin(wx)$ 图像的影响			
函数	$y = \sin(wx)$	观察点	是否变化
图像		参考点 1	
		参考点 2	
		周期	
		振幅	
		左右平移	
		上下平移	
结论	对比表 1 和表 3，当 w 增大时，函数 $y = \sin(wx)$ 图像的_____减小为函数 $y = \sin(x)$ 图像的_____倍，其他保持不变。		

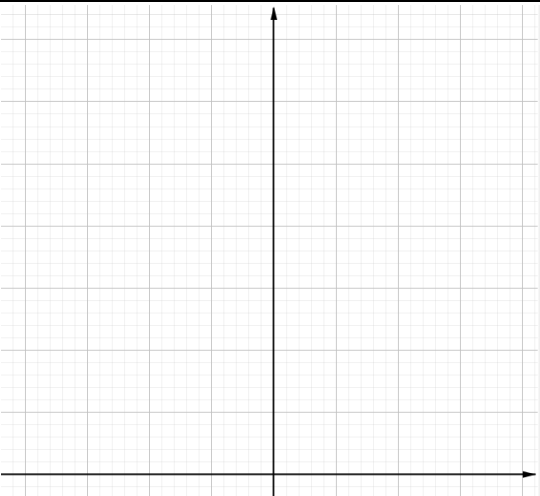
表 4：参数 φ 对函数 $y = \sin(x + \varphi)$ 图像的影响			
函数	$y = \sin(x + \varphi)$	观察点	是否变化
图像		参考点 1	
		参考点 2	
		周期	
		振幅	
		左右平移	
		上下平移	
结论：	对比表 1 和表 4，当 φ 增大时，函数 $y = \sin(x + \varphi)$ 图像是将函数 $y = \sin(x)$ 图像向_____移动_____，图形形状不变。		

第五步：勾选“ b 增大动画”，或者在“输入 b ”的框内输入 b 的值，观察函数 $y = \sin(x) + b$ 图像的变化，完成表 5。

表 5：参数 b 对函数 $y = \sin(x) + b$ 图像的影响			
函数	$y = \sin(x) + b$	观察点	是否变化
图像		参考点 1	
		参考点 2	
		周期	
		振幅	
		左右平移	
		上下平移	
结论：	对比表 1 和表 5，当 b 增大时，函数 $y = \sin(x) + b$ 图像是将函数 $y = \sin(x)$ 图像向_____移动_____，图形形状不变。		

实验 3：观察多个参数改变时，函数图像的变化

第一步：首先打开资源包中的文件（探究 3—2 参数 $A\omega\phi b$ 对函数 $y = A\sin(\omega x + \phi) + b$ 图像与性质的影响.ggb），勾选“参照对称中心”和勾选“实验 3”，其次输入 A 、 ω 、 ϕ 、 b 的目标值，最后单击“开始变换动画”按钮，观察由函数 $y = \sin(x)$ 的图像变化到函数 $y = A\sin(\omega x + \phi) + b$ 的图象的过程，完成表 6 和实验结论。

表 6：函数 $y = A \sin(\omega x + \phi) + b$ 的图象			
函数	$y = A \sin(\omega x + \phi) + b$	观察点	是否变化
图像		参考点 1	
		参考点 2	
		周期	
		振幅	
		左右平移	
		上下平移	

实验结论:

函数 $y = A\sin(\omega x + \varphi) + b$ 的图象与 $y = \sin x$ 图象间的关系 :

①函数 $y = \sin x$ 的图象纵坐标不变, 横坐标向____ ($\varphi > 0$) 或向____ ($\varphi < 0$) 平移____ 个单位得到 $y = \sin(x + \varphi)$ 的图象 ;

②函数 $y = \sin(x + \varphi)$ 图象的纵坐标不变, 横坐标变为原来的____ 倍, 得到函数 $y = \sin(\omega x + \varphi)$ 的图象 ;

③函数 $y = \sin(\omega x + \varphi)$ 图象的____ 坐标不变, 纵坐标变为原来的____ 倍, 得到函数 $y = A\sin(\omega x + \varphi)$ 的图象 ;

④函数 $y = A\sin(\omega x + \varphi)$ 图象的横坐标不变, 纵坐标向____ ($b > 0$) 或向____ ($b < 0$) 平移____, 得到 $y = A\sin(\omega x + \varphi) + b$ 的图象。

特别注意 : 若由 $y = \sin(\omega x)$ 得到 $y = \sin(\omega x + \varphi)$ 的图象, 则向左或向右平移应平移 $|\frac{\varphi}{\omega}|$ 个单位。

交流与反思 :

参数 ω 对函数 $y = \sin(\omega x)$ 图像的影响, 与其他三个参数对图像的影响, 有什么不同 ?

探究练习 :

1. 要得到 $y = \sin(2x - \frac{2\pi}{3})$ 的图像, 需要将函数 $y = \sin 2x$ 的图像向____ 平移____ 个单位 ;

2. 将函数 $y = \sin(x - \frac{\pi}{3})$ 的图象上所有点的横坐标伸长到原来的 2 倍 (纵坐标不变), 再将所得的图象向左平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位, 得到的图象对应的解析式是 _____ ;

3. 把函数 $y = \sin(2x + \frac{\pi}{3})$ 先向右平移 $\frac{\pi}{2}$ 个单位, 然后向下平移 2 个单位后所得的函数解析式为 _____ ;

4. 为得到函数 $y = \cos(x - \frac{\pi}{3})$ 的图象, 可以将函数 $y = \sin x$ 的图象向____ 平移____ 个单位 ;

5. 已知函数 $y = f(x)$ 的图象上每个点的纵坐标保持不变, 将横坐标伸长到原来的 3 倍, 然后再将整个图象沿 x 轴向左平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位得到的曲线与 $y = \frac{1}{3}\sin x$ 图象相同, 则 $y = f(x)$ 的解析表达式为 _____ ;