Problemas – Tema 6

Problemas resueltos - 1 - sistemas 3x4, 4x3 y 4x4

1. Resuelve.

$$\left\{\begin{matrix} 2x+y+z+t=4 \\ -x+\dfrac{3}{2}y+z+t=0 \\ y+z+t=1 \\ 4x+t=5 \end{matrix}\right\}$$

Vamos a resolver este sistema 4x4 por Gauss, recordando que donde no aparezca una incógnita implica un coeficiente nulo.

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 2 & 1 & 1 & 1 & 4 \\ -1 & 3/2 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 4 & 0 & 0 & 1 & 5 \end{array}\right) \to \quad F_2'=2F_2 \quad \to \left(\begin{array}{cccc|c} 2 & 1 & 1 & 1 & 4 \\ -2 & 3 & 2 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 4 & 0 & 0 & 1 & 5 \end{array}\right) \to \quad F_2'=F_2+F_1 \quad \to$$

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 2 & 1 & 1 & 1 & 4 \\ 0 & 4 & 3 & 3 & 4 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 4 & 0 & 0 & 1 & 5 \end{array}\right) \to \quad F_3'=4F_3-F_2 \quad \to \left(\begin{array}{cccc|c} 2 & 1 & 1 & 1 & 4 \\ 0 & 4 & 3 & 3 & 4 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 4 & 0 & 0 & 1 & 5 \end{array}\right) \to \quad F_4'=F_4-2F_1 \quad \to$$

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 2 & 1 & 1 & 1 & 4 \\ 0 & 4 & 3 & 3 & 4 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & -2 & -2 & -1 & -3 \end{array}\right) \to \quad F_4'=2F_4+F_2 \quad \to \left(\begin{array}{cccc|c} 2 & 1 & 1 & 1 & 4 \\ 0 & 4 & 3 & 3 & 4 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & -2 \end{array}\right) \to \quad F_4'=F_4+F_3 \quad \to$$

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 2 & 1 & 1 & 1 & 4 \\ 0 & 4 & 3 & 3 & 4 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & -2 \end{array}\right)$$ → De la cuarta ecuación → $2t=-2 \quad \to \quad t=-1$

De la tercera ecuación → $z+t=0 \quad , \quad t=-1 \quad \to \quad z=1$

De la segunda ecuación → $4y+3z+3t=4 \quad , \quad t=-1 \quad , \quad z=1 \quad \to \quad y=1$

De la primera ecuación → $2x+y+z+t=4 \quad , \quad y=1 \quad , \quad z=1 \quad , \quad t=-1 \quad \to \quad x=\dfrac{3}{2}$

2. Inventa y resuelve un sistema de cuatro ecuaciones y tres incógnitas que sea compatible indeterminado.

$$\left\{\begin{array}{c} x+y+z=1 \\ x+2y+3z=0 \\ 2x+2y+2z=2 \\ 4x+4y+4z=4 \end{array}\right\}$$

Las filas 3 y 4 son combinación lineal de la primera fila, al ser proporcionales, por lo que podemos reducir el sistema al caso equivalente:

$$\left\{\begin{array}{c} x+y+z=1 \\ x+2y+3z=0 \end{array}\right\}$$

Si tomamos $x=\lambda \rightarrow \left\{\begin{array}{c} y+z=1-\lambda \\ 2y+3z=-\lambda \end{array}\right\}$ → De la primera ecuación podemos despejar:

$$y=1-\lambda-z$$

Que podemos llevarlo a la segunda ecuación:

$$2(1-\lambda-z)+3z=-\lambda \rightarrow 2-2\lambda-2z+3z=-\lambda \rightarrow z=\lambda-2$$

Y por lo tanto:

$$y=1-\lambda-(\lambda-2) \rightarrow y=3-2\lambda$$