

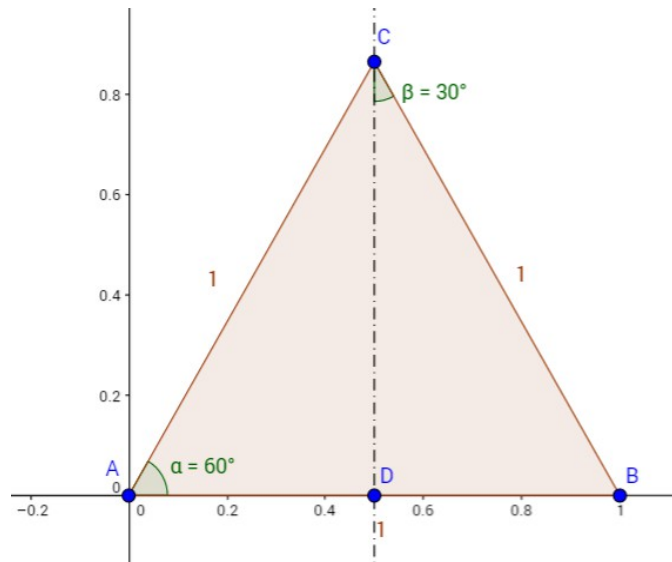
Problemas – Tema 2

Problemas resueltos - 4 - deducir razones de 30, 45 y 60 grados

1. Obtener las razones trigonométricas de 30° y 60° a partir de un triángulo equilátero de lado unidad.

Sea un triángulo de lados y ángulos iguales.

La longitud de los lados suponemos que es la unidad. Al ser equilátero, sus ángulos internos serán de 60 grados (para sumar 180°).



Aplicamos la definición de seno en el triángulo rectángulo CDB .

$$\text{sen}(\hat{C}) = \text{sen}(30^\circ) = \frac{\frac{1}{2}}{1} = \frac{1}{2}$$

Aplicamos Pitágoras al triángulo rectángulo CDB para conocer la longitud de \overline{CD} .

$$1^2 = (\overline{CD})^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 \rightarrow \overline{CD} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

Con este resultado podemos aplicar la definición de coseno en el triángulo CDB .

$$\cos(\hat{C}) = \cos(30^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

Siendo inmediato el resultado de la tangente.

$$\operatorname{tg}(\hat{C}) = \operatorname{tg}(30^\circ) = \frac{\operatorname{sen}(30^\circ)}{\cos(30^\circ)} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

En el triángulo rectángulo ADC obtenemos:

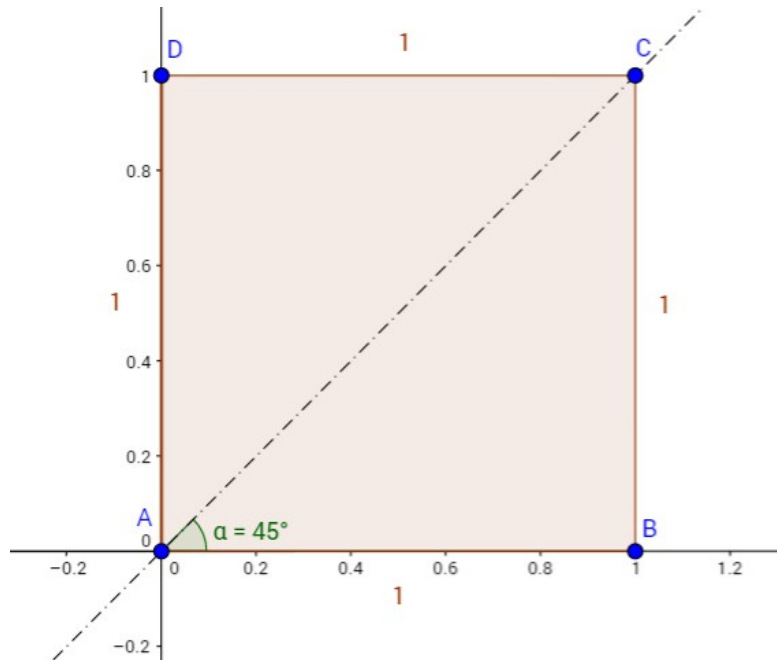
$$\operatorname{sen}(\hat{A}) = \operatorname{sen}(60^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\cos(\hat{A}) = \cos(60^\circ) = \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

$$\operatorname{tg}(\hat{A}) = \operatorname{tg}(60^\circ) = \frac{\operatorname{sen}(60^\circ)}{\cos(60^\circ)} = \sqrt{3}$$

2. Obtener las razones trigonométricas de 45° a partir de un cuadrado de lado unidad.

Sea un cuadrado de lado unidad. Su diagonal divide al cuadrado en dos triángulos rectángulos idénticos.



El valor de la hipotenusa de estos triángulos rectángulos se obtiene, por ejemplo, aplicando Pitágoras al triángulo ABC .

$$(\overline{AC})^2 = 1^2 + 1^2 \rightarrow \overline{AC} = \sqrt{2}$$

De esta forma:

$$\text{sen}(\hat{A}) = \text{sen}(45^\circ) = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\text{cos}(\hat{A}) = \text{cos}(45^\circ) = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\text{tg}(\hat{A}) = \text{tg}(45^\circ) = \frac{\text{sen}(45^\circ)}{\text{cos}(45^\circ)} = 1$$