Problemas sobre errores matemáticos heredados de Secundaria

CURSO	TEMA	WWW.DANIPARTAL.NET
1ºBach CCSS	Repaso 4ºESO	Colegio Marista "La Inmaculada" de Granada

PROBLEMA 1

Simplifica $\frac{x^4-y^4}{3x^3y-3xy^3}$ **.**

Desarrollamos el numerador como el binomio suma por diferencia, mientras que en el denominador obtenemos factor común de $3x \cdot y$.

Ojo al sacar factor común. Debemos escribir $3x \cdot y$ fuera del paréntesis y dividir cada término original por este factor $3x \cdot y$.

$$\frac{(x^2-y^2)(x^2+y^2)}{3xy(\frac{3x^3y}{3xy}-\frac{3xy^3}{3xy})}$$

$$\frac{(x^2-y^2)(x^2+y^2)}{3xy(x^2-y^2)}$$

Simplificamos el factor $(x^2 – y^2)$. Podemos simplificar porque el paréntesis $(x^2 – y^2)$ multiplica a todo el numerador y a todo el denominador.

$$\frac{x^2+y^2}{3xy}$$

PROBLEMA 2

Simplifica $(a+b)(\frac{1}{a}-\frac{1}{b})+(a-b)\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)$ **.**

Calculamos el m.c.m. de los denominadores y operamos.

$$(a+b)\left(\frac{b}{ab}-\frac{a}{ab}\right)+(a-b)\left(\frac{b}{ab}+\frac{a}{ab}\right)$$

$$\frac{ab+b^2}{ab}-\frac{a^2+ab}{ab}+\frac{ab-b^2}{ab}+\frac{a^2-ab}{ab}$$

Dejamos todo en una única fracción.

$$\frac{ab+b^2-a^2-ab+ab-b^2+a^2-ab}{ab}$$

Todos los términos del numerador cancelan:

$$\frac{0}{ab}$$

Siendo el resultado final 0.

PROBLEMA 3

Simplifica $\frac{x+2}{x^2-2x} - \frac{1}{x+2} - \frac{6x+4}{x^3-4x}$.

Se descomponen los denominadores en factores, para calcular el mínimo común múltiplo.

$$x^2 - 2x = x(x-2)$$
$$x+2$$
$$x^3 - 4x = x(x^2-4) = x[(x+2)(x-2)]$$
$$m.c.m.(x^2-2x, x+2, x^3-4x) = x^3 - 4x$$

Dividimos el común denominador entre los denominadores de las fracciones dadas y el resultado lo multiplicamos por el numerador correspondiente.

$$\frac{(x+2)^2 - 1(x^2-2x) - 6x - 4}{x[(x+2)(x-2)]}$$
$$\frac{x^2 + 4 + 4x - x^2 + 2x - 6x - 4}{x[(x+2)(x-2)]}$$

Todos los términos del numerador cancelan.

$$\frac{0}{x[(x+2)(x-2)]}$$

Por lo que el resultado final queda igual a 0.

PROBLEMA 4

Simplifica $\frac{3+a}{a+1} - \frac{1+a}{a-1} + \frac{2+a+a^2}{a^2-1}$.

Factorizamos el denominador de la tercera fracción, recordando el binomio de Newton suma por diferencia igual a diferencia de cuadrados.

$$a^2 - 1 = (a+1)(a-1)$$
$$\frac{3+a}{a+1} - \frac{1+a}{a-1} + \frac{2+a+a^2}{(a+1)(a-1)}$$

Usamos binomio de Newton (suma por diferencia igual a diferencia de cuadrados).

El m.c.m. de los tres denominadores es $(a+1)(a-1)$.

$$\frac{(3+a)(a-1)}{(a+1)(a-1)} - \frac{(1+a)(a+1)}{(a+1)(a-1)} + \frac{2+a+a^2}{(a+1)(a-1)}$$
$$\frac{3a - 3 + a^2 - a - 1 - a^2 - a + 2 + a + a^2}{(a+1)(a-1)}$$

Operamos en el numerador.

$$\frac{a^2 + 2a - 2}{(a+1)(a-1)}$$

El numerador se puede factorizar a partir de sus raíces: $a^2 + a - 2 = (a-1)(a+2)$.

Sustituimos en el numerador.

$$\frac{(a-1)(a+2)}{(a+1)(a-1)}$$

Simplificamos:

$$\frac{a+2}{a+1}$$

PROBLEMA 5

Simplifica $\frac{100 \cdot 2^{-4} \cdot 5^{-4} \cdot 3^{-2}}{(-1)^3 \cdot 15^{-1} \cdot 6^{-2}}$ **.**

Descomponemos en factores primos las bases de las distintas potencias. Fíjate que (-1) elevado a un exponente impar queda como (-1).

$$\frac{(2 \times 5)^2 \cdot 2^{-4} \cdot 5^{-4} \cdot 3^{-2}}{-(3 \times 5)^{-1}(3 \times 2)^{-2}}$$

Agrupamos las potencias de la misma base que están multiplicando en el numerador por un lado y en el denominador por otro lado.

$$\frac{2^2 \cdot 5^2 \cdot 2^{-4} \cdot 5^{-4} \cdot 3^{-2}}{-3^{-1} \cdot 5^{-1} \cdot 3^{-2} \cdot 2^{-2}}$$

$$\frac{2^{-2} \cdot 5^{-2} \cdot 3^{-2}}{-3^{-3} \cdot 5^{-1} \cdot 2^{-2}}$$

Al dividir potencias de la misma base, restamos los exponentes.

$$-2^{-2-(-2)} \cdot 5^{-2-(-1)} \cdot 3^{-2-(-3)}$$

$$-2^0 \cdot 5^{-1} \cdot 3$$

Un número elevado a 0 es igual a 1.

$$-1 \cdot 5^{-1} \cdot 3$$

$$-5^{-1} \cdot 3$$

El exponente negativo se puede expresar como positivo pasando la potencia al denominador.

$$\frac{-3}{5}$$

PROBLEMA 6

Racionaliza:

a) $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$

b) $\frac{x}{\sqrt{x+1}+1}$

a) Multiplicamos y dividimos por el conjugado del denominador.

$$\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$$

En los dos denominadores aparece el producto de suma por diferencia, que es igual a diferencia de cuadrados.

$$\frac{\sqrt{2} \times \sqrt{3} + \sqrt{2} \times \sqrt{2}}{\left(\sqrt{3}\right)^2 - \left(\sqrt{2}\right)^2}$$

$$\frac{\sqrt{6}+2}{3-2} \to \frac{\sqrt{6}+2}{1} \to \sqrt{6}+2$$

b) Nuevamente aplicamos el conjugado del denominador.

$$\frac{x}{\sqrt{x+1}+1} \cdot \frac{\sqrt{x+1}-1}{\sqrt{x+1}-1} \to \frac{x \cdot \sqrt{x+1} - x}{\left(\sqrt{x+1}\right)^2 - 1^2}$$

$$\frac{x \cdot \sqrt{x+1} - x}{x+1-1} \to \frac{x \cdot \sqrt{x+1} - x}{x}$$

Sacamos factor común en el numerador.

$$\frac{x \cdot \left(\sqrt{x+1}-1\right)}{x} \to simplicamos \to \sqrt{x+1}-1$$

PROBLEMA 7

Simplifica $\frac{(2^3a^5)(16a^{-3}):(2^4a^4)}{(4a^3)^3}$.

La división que aparece en el numerador, la pasamos al denominador. Además, escribimos los coeficientes como potencias de base 2.

$$\frac{(2^3a^5)(2^4a^{-3})}{(2^2a^3)^3\cdot(2^4a^4)}$$

$$\frac{2^3a^5 2^4a^{-3}}{2^6a^9 2^4a^4}$$

Operamos con las potencias de la misma base.

$$\frac{2^7a^2}{2^{10}a^{13}}$$

$$\frac{1}{2^3a^{11}}\rightarrow\frac{1}{8a^{11}}$$