* Lösungen zu (i) und (ii)

1. Aufgabe

a) Bestimme den Grenzwert von $\left(7 \cdot \frac{1}{n}\right)_{n\in\mathbb{N}}$, falls möglich.

$\lim\limits_{n\to\infty} (7 \cdot \frac{1}{n}) = 0$

Begründung: $\lim\limits_{n\to\infty} (7 \cdot \frac{1}{n}) \overset{(i)}{=} 7 \cdot \lim\limits_{n\to\infty} (\frac{1}{n}) = 7 \cdot 0 = 0$

b) Bestimme den Grenzwert von $\left(3 \cdot \frac{n+1}{n}\right)_{n\in\mathbb{N}}$, falls möglich.

$\lim\limits_{n\to\infty} (3 \cdot \frac{n+1}{n}) = 1$

Begründung: $\lim\limits_{n\to\infty} (3 \cdot \frac{n+1}{n}) \overset{(i)}{=} 3 \cdot \lim\limits_{n\to\infty} (\frac{n+1}{n}) = 3 \cdot 1 = 3$

c) Bestimme den Grenzwert von $\left((-1)^n \cdot \frac{2}{n}\right)_{n\in\mathbb{N}}$, falls möglich.

$\lim\limits_{n\to\infty} ((-1)^n \cdot \frac{2}{n}) = 0$

Begründung: $\lim\limits_{n\to\infty} ((-1)^n \cdot \frac{2}{n}) \overset{(i)}{=} 2 \cdot \lim\limits_{n\to\infty} ((-1)^n \cdot \frac{1}{n}) = 2 \cdot 0 = 0$

2. Aufgabe

Untersuche die nachfolgenden Folgen auf Konvergenz und bestimmte gegebenenfalls den Grenzwert.

a) Bestimme den Grenzwert von $\left(c + \frac{1}{n}\right)_{n\in\mathbb{N}}$ mit $c \in \mathbb{R}$, falls möglich.

$\lim\limits_{n\to\infty} (c + \frac{1}{n}) = c$

Begründung: $\lim\limits_{n\to\infty} (c + \frac{1}{n}) \overset{(ii)}{=} \lim\limits_{n\to\infty} c + \lim\limits_{n\to\infty} (\frac{1}{n}) = c + 0 = c$

b) Bestimme den Grenzwert von $\left(\frac{1}{n} + \frac{1}{n}\right)_{n\in\mathbb{N}}$, falls möglich.

$\lim\limits_{n\to\infty} (\frac{1}{n} + \frac{1}{n}) = 0$

Begründung: $\lim\limits_{n\to\infty} (\frac{1}{n} + \frac{1}{n}) \overset{(ii)}{=} \lim\limits_{n\to\infty} (\frac{1}{n}) + \lim\limits_{n\to\infty} (\frac{1}{n}) = 0 + 0 = 0$

c) Bestimme den Grenzwert von $\left(\frac{n+1}{n} + \frac{3}{n}\right)_{n\in\mathbb{N}}$, falls möglich.

$\lim\limits_{n\to\infty} (\frac{n+1}{n} + \frac{3}{n}) = 1$

Begründung: $\lim\limits_{n\to\infty} (\frac{n+1}{n} + \frac{3}{n}) \overset{(ii)}{=} \lim\limits_{n\to\infty} (\frac{n+1}{n}) + \lim\limits_{n\to\infty} (\frac{3}{n}) = 1 + 0 = 1$

d) Bestimme den Grenzwert von $\left(\frac{1}{n} + n\right)_{n\in\mathbb{N}}$, falls möglich.

Diese Folge lässt sich nicht als Summe zweier konvergenter Folgen schreiben. $\frac{1}{n}$ mag zwar konvergent sein, aber n ist es nicht. **Es darf hier keine Rechenregel für Grenzwerte angewendet werden**.

Da $(n)_{n\in\mathbb{N}}$ divergent ist und $\frac{1}{n} + n > n \;\; \forall n \in \mathbb{N}$, ist auch $\left(\frac{1}{n} + n\right)_{n\in\mathbb{N}}$ divergent.