ESCOLA SECUNDÁRIA JOÃO DE DEUS

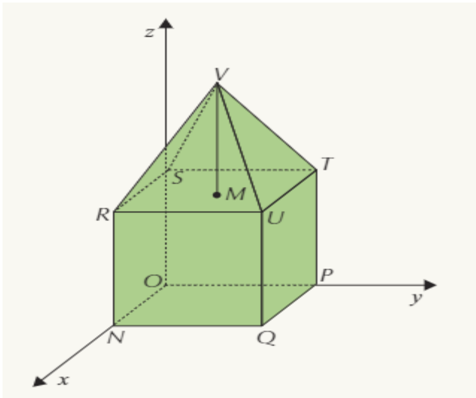
2021 / 2022

Curso Geogebra 3D na aprendizagem da Matemática

Turma 2

Fevereiro e março de 2022 Formanda: Cláudia Cardoso

Na figura está representado, num referencial o.n. *Oxyz*, um sólido constituído por um cubo e uma pirâmide quadrangular regular.



Sabe-se que:

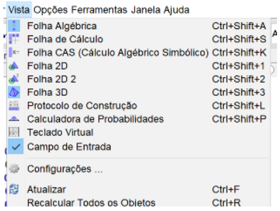
- A base da pirâmide coincide com a face superior do cubo;
- O vértice *O* coincide com a origem do referencial;
- A altura da pirâmide, $\overline{VM}$, é igual ao comprimento da aresta do cubo;
- O volume do sólido é 288 *u.v.*

1. Mostra que as retas *SQ* e *TN* são concorrentes e determine as coordenadas do ponto de interseção, designando-o por *I*.
2. Averigua se as retas *SQ* e *TN* são perpendiculares.
3. Determina uma condição da superfície esférica de centro *I* e tangente ao plano que contém a face [*NURQ*].
4. Determina o ponto de interseção da superfície esférica com o plano *NUR*.
5. Determina o perímetro da secção produzida na superfície esférica pelo plano α, sabendo que é paralelo ao plano *NUR* e contém o centro da superfície esférica.

PROPOSTA DE RESOLUÇÃO

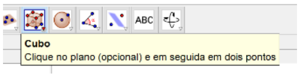
Abre o *Geogebra Classic 5*

Verifica se em *Vista* está marcado com x o *campo de entrada*

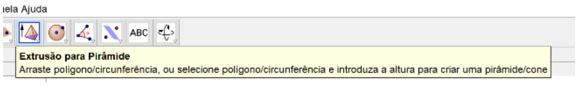


Começa por representar a situação.

Marca os pontos O,P,Q, N, R,S,U,T e constrói o cubo .

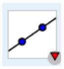
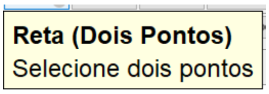


Marca o ponto V e constrói a a pirâmide



Podes confirmar que o volume total é 288 por leitura da folha algébrica.

1. **Mostra que as retas *SQ* e *TN* são concorrentes e determine as coordenadas do ponto de interseção, designando-o por *I*.**

Para traçar as retas SQ e TN seleciona  

e seleciona os pontos S e Q. Repete o processo para a reta TN.

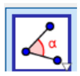
Para determinar o ponto de interseção das retas seleciona  e clica sobre as retas. Renomeia o ponto de interseção para I.

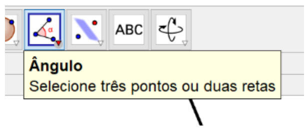
Para observar as retas em diferentes perspetivas usa 

As coordenadas do ponto de interseção estão visíveis na folha algébrica.

Observa-se que as retas se intersetam no ponto de coordenadas (3, 3, 3). Como existe interseção, então as retas *SQ* e *TN* são complanares concorrentes.

2. **Averigua se as retas *SQ* e *TN* são perpendiculares.**

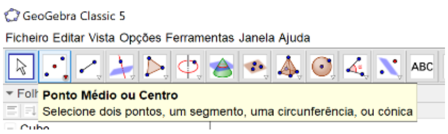
Para averiguar se as retas *SQ* e *TN* são perpendiculares ou oblíquas, carrega em 

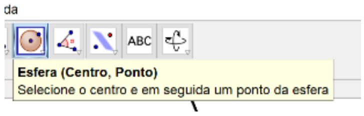


Na folha algébrica encontras o valor aproximado do ângulo entre as duas retas.

3. **Determina uma condição da superfície esférica de centro *I* e tangente ao plano que contém a face [*NURQ*].**

Para determinar o ponto médio traça o segmento de reta e, a seguir determina o ponto médio



Para representar a superfície esférica seleciona 

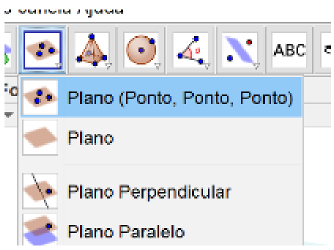
clica no centro I e no ponto médio do segmento [RQ] ou [NU].

Podes alterar a cor e opacidade da superfície esférica selecionando-a, e com o botão direito do rato escolhes *propriedades dos objetos*.

Na folha algébrica encontras a condição da superfície esférica que foi traçada.

4. **Determina o ponto de interseção da superfície esférica com o plano *NUR*.**

   Começa por construir o plano NUR. Por exemplo:



Ou, determina analiticamente a equação do plano, e introduz na caixa de *entrada*

Interceta o plano com a superfície esférica. Rodando a folha e alterando opacidade de alguns objetos, permite visualizar facilmente a interseção obtida.

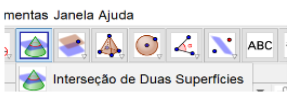
Analiticamente, prova-se que $x = 6$ é a equação do plano *NUR* e este resultado pode ser comprovado pela folha algébrica.

Podes confirmar as coordenadas do ponto de interseção, traçando uma reta perpendicular ao plano NUR , passando pelo centro da superfície esférica e, intersetando a com a superfície esférica.

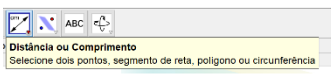
5. **Determina o perímetro da secção produzida na superfície esférica pelo plano α, sabendo que é paralelo ao plano *NUR* e contém o centro da superfície esférica.**

Começa por traçar o plano α, paralelo ao plano NUR

Muda as cores e roda para melhor visualizares a posição relativa dos planos e, do plano com a superfície esférica.

A seção produzida pelo plano α na superfície é uma circunferência. Consegues com a interseção de duas superfícies. Traça-a. 

Podes observar a secção de diferentes pontos de vista

Determina o perímetro da circunferência recorrendo a 

Na folha algébrica encontras um valor aproximado

Podes verificar que a secção produzida é uma circunferência de centro (3,3,3) e raio 3, coincidentes com o centro e raio da superfície esférica. O perímetro da circunferência é $2\pi \times 3^2 = 18\pi\, u.c.$