Problemas – Tema 4

Problemas resueltos - 6 - sistemas 3x3 con notación matricial del método de Gauss

1. Resuelve $\begin{Bmatrix} 3x+2y+z=1 \\ 5x+3y+4z=2 \\ x+y-z=1 \end{Bmatrix}$

Aplico reducción de la tercera ecuación con la primera → $\begin{array}{c} -3x-3y+3z=-3 \\ \underline{3x+2y+z=1} \\ -y+4z=-2 \end{array}$

Y reduzco la tercera ecuación con la segunda → $\begin{array}{c} -5x-5y+5z=-5 \\ \underline{5x+3y+4z=2} \\ -2y+9z=-3 \end{array}$

Obteniendo un nuevo sistema con la tercera ecuación de partida y las otras dos ecuaciones reducidas.

$$\begin{Bmatrix} x+y-z=1 \\ -y+4z=-2 \\ -2y+9z=-3 \end{Bmatrix}$$

De la segunda nueva ecuación, despejo el valor de la incógnita $y=4z+2$.
Y sustituyo este valor en las otras dos ecuaciones.

$$\begin{Bmatrix} x+4z+2-z=1 \\ -2(4z+2)+9z=-3 \end{Bmatrix} \rightarrow \begin{Bmatrix} x+3z=-1 \\ -4+z=-3 \end{Bmatrix} \rightarrow z=1 \quad , \quad x=-4 \quad , \quad y=6$$

2. Resuelve $\left\{\begin{matrix} x+y+z=1 \\ 2x+3y-4z=9 \\ x-y+z=-1 \end{matrix}\right\}$

La 1ª ecuación queda igual: $F'_1=F_1$

La 2ª ecuación nueva será: $F'_2=-2F_1+F_2$

La 3ª ecuación nueva será: $F'_3=-F_1+F_3$

$$\left\{\begin{matrix} x+y+z=1 \\ y-6z=7 \\ -2y=-2 \end{matrix}\right\}$$

De la 3ª ecuación obtenemos $y=1$. Sustituimos este valor en las otras dos ecuaciones:

$$\left\{\begin{matrix} x+1+z=1 \\ 1-6z=7 \end{matrix}\right\}$$

De donde $z=-1$ y $x=1$.

3. Resuelve $\begin{pmatrix} x+\ \ y=2 \\ y+z=3 \\ x-y-z=5 \end{pmatrix}$

De la primera ecuación: $y=2-x$

Sustituimos en las otras dos ecuaciones del sistema:

$$\begin{array}{c} 2-x+z=3 \\ x-2+x-z=5 \end{array}$$

De la primera ecuación podemos obtener el valor de z en función de x :

$z=\ 3-2+x \ \rightarrow\ z=1+x$

Y sustituir en la última ecuación este valor de z :

$x-2+x-1-x=5$

$x-3=5$

$x=8$

Finalmente:

$8+y=2 \ \rightarrow\ y=\ -6$

$-6+z=3 \ \rightarrow\ z=9$

4. Resuelve aplicando el método de Gauss.

$$\begin{Bmatrix} 2x+2y+3z=3 \\ 4x+7y+7z=1 \\ -2x+4y+5z=-7 \end{Bmatrix}$$

Dejamos la primera ecuación tal cual: F_1

La nueva segunda ecuación será: $F'_2=F_2-2\cdot F_1$

La nueva tercera ecuación será: $F'_3=F_1+F_3$

$$\begin{Bmatrix} 2x+2y+3z=3 \\ 3y+z=-5 \\ 6y+8z=-4 \end{Bmatrix}$$

A la tercer ecuación le restamos el doble de la segunda: $F'_3=F_3-2\cdot F_2$

$$\begin{Bmatrix} 2x+2y+3z=3 \\ 3y+z=-5 \\ 6z=6 \end{Bmatrix}$$

De la tercera ecuación obtenemos directamente el valor $z=1$ y podemos ir sustituyendo, en cascada, en el resto de ecuaciones.

$3y+1=-5 \rightarrow y=-2$

$2x-4+3=3 \rightarrow x=2$

5. Resuelve aplicando el método de Gauss.

$$\begin{pmatrix} x-2y+3z=\frac{1}{2} \\ 4x+y-z=\frac{13}{6} \\ 2x-y+3z=\frac{3}{2} \end{pmatrix}$$

$$F'_2=F_2-4F_1 \rightarrow \begin{pmatrix} x-2y+3z=\frac{1}{2} \\ 0+9y-13z=\frac{1}{6} \\ 2x-y+3z=\frac{3}{2} \end{pmatrix} \rightarrow \quad F'_3=F_3-2F_1 \rightarrow \begin{pmatrix} x-2y+3z=\frac{1}{2} \\ 0+9y-13z=\frac{1}{6} \\ 0+3y-3z=\frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

$F'_3=F_2-3F_3 \rightarrow \begin{pmatrix} x-2y+3z=\frac{1}{2} \\ 0+9y-13z=\frac{1}{6} \\ 0+0-4z=\frac{-4}{3} \end{pmatrix}$ → de la tercera ecuación → $-4z=\frac{-4}{3} \rightarrow z=\frac{1}{3}$

De la segunda ecuación → $9y-13z=\frac{1}{6} \rightarrow y=\frac{1}{2}$

De la primera ecuación → $x-2y+3z=\frac{1}{2} \rightarrow x= \frac{1}{2}$