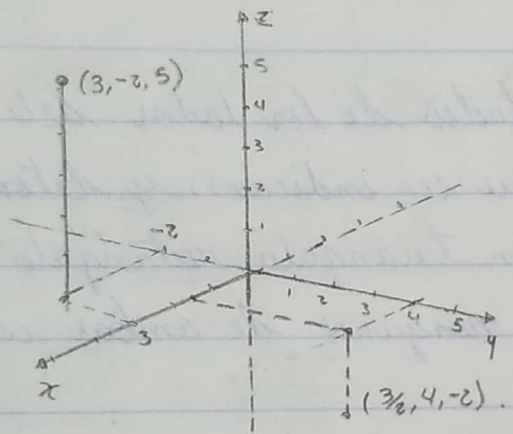
10/9/2023.

Cálculo Vectorial

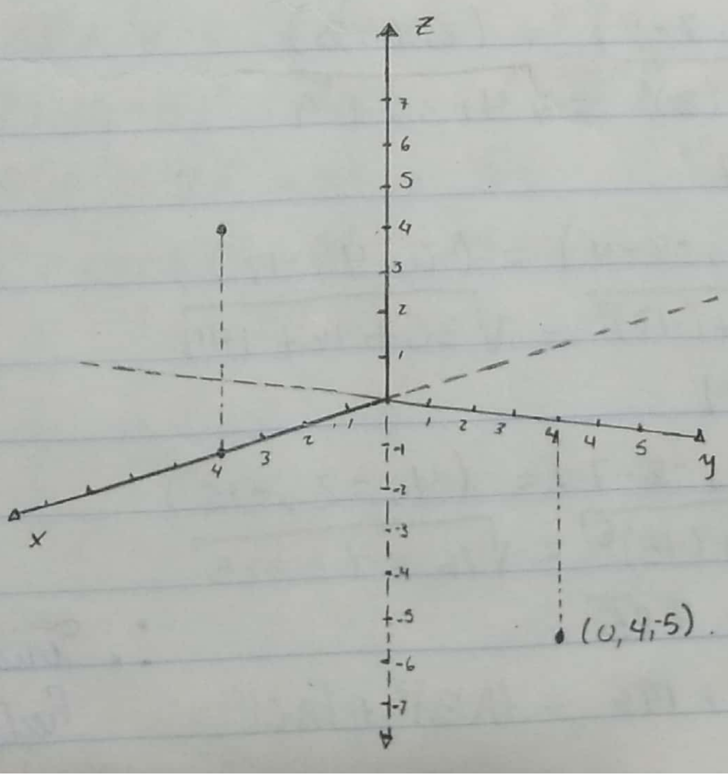
11.2 Ejercicios

- Representar los puntos en el mismo sistemas de coordenadas tridimensional.

4. a) (3, -2, 5) b) (3/2, 4, -2)



6. (0, 4, -5) b) (4,0,5).



• Hallar la distancia entre los puntos.

27. $(1, 2, 4)$, $(6, -2, -2)$.

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$$

$$d = \sqrt{(6-1)^2 + (-2+2)^2 + (-2-4)^2}$$

$$d = \sqrt{(5)^2 + (0)^2 + (-6)^2}$$

$$d = \sqrt{25 + 0 + 36}$$

$$d = \sqrt{61}. \quad (\approx 7.81)$$

• Hallar las longitudes de los lados del triángulo con los vértices que se indican, y determinar si el triángulo es un triángulo rectángulo, un triángulo isósceles, o ninguna de ambas cosas.

29. $A(0, 0, 4)$, $B(2, 6, 7)$, $C(6, 4, -8)$.

$$|AB| = (2-0, 6-0, 7-4) = (2, 6, 3)$$

$$= \sqrt{(2)^2 + (6)^2 + (3)^2} = \sqrt{4 + 36 + 9}$$

$$= \sqrt{49} = 7$$

$$|AC| = (6-0, 4-0, -8-4) = (6, 4, -12)$$

$$= \sqrt{(6)^2 + (4)^2 + (-12)^2} = \sqrt{36 + 16 + 144}$$

$$= \sqrt{196} = 14$$

$$|BC| = (6-2, 4-6, -8-7) = (4, -2, -15)$$

$$= \sqrt{(4)^2 + (-2)^2 + (-15)^2} = \sqrt{16 + 4 + 225}$$

$$= \sqrt{245} = 7\sqrt{5}$$

$$|BC|^2 = 245 = 49 + 196 = |AB|^2 + |AC|^2$$

$\therefore$ Triángulo Rectángulo

. Hallar la ecuación estandar de una esfera.

37. Centro $(\overset{x}{0}, \overset{y}{2}, \overset{z}{5})$ $\quad r^2 = (x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 + (z-z_0)^2$

Radio : 2. $\quad (2)^2 = (x-0)^2 + (y-2)^2 + (z-5)^2$

$$\boxed{4 = x^2 + (y-2)^2 + (z-5)^2}$$

39) Puntos terminales de un diámetro: (2,0,0), (0,6,0).

$$c\left(\frac{2+0}{2}, \frac{0+6}{2}, \frac{0+0}{2}\right) = \left(2/2 + 6/2, \frac{0}{2}\right) = (1,3,0)$$

$$r = \frac{d(PQ)}{2} = \frac{\sqrt{(0-2)^2+(6-0)^2+(0-0)^2}}{2} = \frac{\sqrt{(-2)^2+(6)^2-(0)^2}}{2}$$

$$= \frac{\sqrt{4+36+0}}{2} = \frac{\sqrt{40}}{2}$$

$$(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 + (z-z_0)^2 = r^2$$

$$(x-1)^2 + (y-3)^2 + (z-0)^2 = \left(\frac{\sqrt{40}}{2}\right)^2$$

$$(x-1)^2 + (y-3)^2 + z^2 = 40/4$$

$$(x-1)^2 + (y-3)^2 + z^2 = 10.$$

• Completar el cuadrado para dar la ecuación de la esfera en forma canónica o estandar. Hallar el centro y rad

(42) $x^2+y^2+z^2+9x-2y+10z+19=0$.

$(x^2+9x+81/4)-81/4+(y^2-2y+1)-1+(z^2+10z+25)-25+19=0$

$\left(x^2+9x+\frac{81}{4}\right)+\left(y^2-2y+1\right)+\left(z^2+10z+25\right)=-19+\frac{81}{4}+1+25$

$(x+9/2)^2+(y-1)^2+(z+5)^2=109/4$.

Centro: $(-9/2, 1, -5)$.
Radio $\frac{\sqrt{109}}{2}$

(43) $9x^2+9y^2+9z^2-6x+18y+1=0$.

$x^2+y^2+z^2-2/3x+2y+\frac{1}{9}=0$

$\left(x^2-\frac{2}{3}x+\frac{1}{9}\right)+\left(y^2+2y+1\right)+z^2=-\frac{1}{9}+\frac{1}{9}+1$

$(x-1/3)^2+(y+1)^2+(z-0)^2=1$

Centro: $(1/3, -1, 0)$
Radio: 1

* Encontrar el vector z, dado que $u=\langle 1,2,3 \rangle$, $v=\langle 2,2,-1$, y $w=\langle 4,0,-4 \rangle$.

(65) $z = 2u + 4v - w$.

$z = 2u + 4v - w = 2\langle 1,2,3\rangle + 4\langle 2,2,-1\rangle - \langle 4,0,-4\rangle$
$= \langle 2,4,6\rangle + \langle 8,8;-4\rangle - \langle 4,0,-4\rangle$
$= \langle 2+8-4,\ 4+8-0;\ 6-4+4\rangle$
$= \langle 6;\ 12,\ 6\rangle$

(69) Determinar cuales de los vectores son paralelos a z. Usar una herramienta de graficacion para confirmar sus resultados.

$z = \langle 3,2,-5\rangle$
a) $\langle -6,-4,10\rangle$
b) $\langle 2, 4/3, -10/3\rangle$
c) $\langle 6,4,10\rangle$
d) $\langle 1,-4,2\rangle$.

$a \parallel z$ son paralelas porque:

$\langle -6,-4,10\rangle = -2\langle 3,2,-5\rangle$ y

$b \parallel z$
$\langle 2, 4/3, -10/3\rangle = 2/3\langle 3,2,-5\rangle$

(82) Hallar la longitud de v.

$v = 2i + 5j - k = \langle 2, 5, -1 \rangle$

$\|v\| = \sqrt{(2)^2 + (5)^2 + (-1)^2} = \sqrt{4 + 25 + 1} = \sqrt{30}$

(87) Hallar el vector unitario a) en la dirección de v y b) en la dirección opuesta a u.

$v = \langle 3, 2, -5 \rangle$.

$\|v\| = \sqrt{(3)^2 + (2)^2 + (-5)^2} = \sqrt{9 + 4 + 25}$
$= \sqrt{38}$

a) $\dfrac{v}{\|v\|} = \dfrac{1}{\sqrt{38}} \langle 3, 2, -5 \rangle$

b) $\dfrac{v}{\|v\|} = \dfrac{-1}{\sqrt{38}} \langle 3, 2, -5 \rangle$.

(82) Hallar la longitud de v.

$v = 2i + 5j - k = \langle 2, 5, -1 \rangle$

$\|v\| = \sqrt{(2)^2 + (5)^2 + (-1)^2} = \sqrt{4 + 25 + 1} = \sqrt{30}$

(87) Hallar el vector unitario a) en la dirección de v y b) en la dirección opuesta a u.

$v = \langle 3, 2, -5 \rangle$.

$\|v\| = \sqrt{(3)^2 + (2)^2 + (-5)^2} = \sqrt{9 + 4 + 25}$
$= \sqrt{38}$

a) $\dfrac{v}{\|v\|} = \dfrac{1}{\sqrt{38}} \langle 3, 2, -5 \rangle$

b) $\dfrac{v}{\|v\|} = \dfrac{-1}{\sqrt{38}} \langle 3, 2, -5 \rangle$.

(91) Determinar los valores de c que satisfacen la ecuación. Sea $u = i + 2j + 3k$ y $V = 2i + 2j - k$.

$\|cv\| = 7$.

$\|cv\| = \|c(2i + 2j - k)\| = \sqrt{4c^2 + 4c^2 + c^2} = 7$

$\sqrt{9c^2} = 7$

$9c^2 = 49$

$c = \pm 7/3$

(96) Encontrar el vector v con la magnitud dada y en dirección de u.

Magnitud	Dirección
7	$u = \langle -4, 6, 2 \rangle$

$V = 7 \dfrac{u}{\|u\|} = 7 \dfrac{\langle -4, 6, 2 \rangle}{2\sqrt{14}} = \left\langle \dfrac{-14}{\sqrt{14}}, \dfrac{21}{\sqrt{14}}, \dfrac{7}{14} \right\rangle$