

PROCEDIMIENTOS CONVOCADOS POR RESOLUCIÓN 29/2023, DE 8 DE MARZO, DE LA CONSEJERÍA DE EDUCACIÓN, CULTURA, DEPORTE Y JUVENTUD (BOR nº 48, de 9 de marzo)

CUERPO: PROFESORES DE ENSEÑANZA SECUNDARIA

ESPECIALIDAD: MATEMÁTICAS

Tiempo: 2:30 horas

PRIMERA PRUEBA

PARTE A

1.- En el pueblo Samos de Grecia se está construyendo una zona de juego formada por una región R_1 y en su interior otra región R_2 . El juego consiste en hacer lanzamientos con los ojos vendados con dardos, se gana la partida si cae en R_2 , y se pierde si cae en $R_1 - R_2$, si cae fuera de R_1 , se considera lanzamiento no válido, se ignora, ni se gana ni se pierde y se repite hasta que sea válido. Como el lanzamiento es a ciegas, se considera que la probabilidad de que caiga en cualquier sitio de R_1 es la misma.

R_1 es un cuadrado de dimensiones 5 m x 5 m.

R_2 es el recinto finito encerrado por las curvas $x+y=4$; $x=0$; $x=4$ $\begin{cases} x(t) = 4 \cdot (\cos t)^3 \\ y(t) = 4 \cdot (\sin t)^3 \end{cases} \quad 0 \leq t < 2\pi$

(los valores de x vienen expresados en metros)

Se va a vallar el perímetro de R_1 y el precio del cerramiento viene dado por $\begin{cases} \frac{dp}{dv} = \frac{v^2-1}{p^2} \\ p(0) = \sqrt[3]{60} \end{cases}$, siendo v

los metros de valla y p es el precio medido en número de monedas de oro. Como el contratista es aficionado a las matemáticas, propone jugar al juego y hacer cuatro lanzamientos válidos, haciendo un descuento de 5 monedas de oro por cada lanzamiento en el que no gane.

¿Cuál es la probabilidad de que el vallado les salga gratis a los habitantes de Samos?

[10 puntos]

2.- a) Demostrar la fórmula $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ usando los desarrollos en serie del seno y del coseno.

[5 puntos]

b) Hallar una aproximación de $\int_0^1 e^{-t^2} dt$ con cuatro cifras decimales.

[5 puntos]

3.- Un mecánico compra 74 piezas por 3326 € de dos tipos distintos: A y B. Si cada pieza de tipo A cuesta 29 € más que una del tipo B, y ambos precios son números enteros, ¿cuántas piezas ha comprado de cada tipo?

[10 puntos]

4.- Sea O el origen del plano cartesiano. C la circunferencia de radio a centrada en $(0, a)$ y T la recta tangente a C en el punto $(0, 2a)$. La cisoide de Diocles es el lugar geométrico de los puntos P que verifican $IOPI=IABI$, donde A y B son los puntos de intersección de la recta que pasa por O y por P con C y T respectivamente:

a) Encontrar la ecuación de la cisoide en coordenadas polares y cartesianas. [5 puntos]

b) Demostrar que la recta T es una asíntota de la cisoide. [5 puntos]