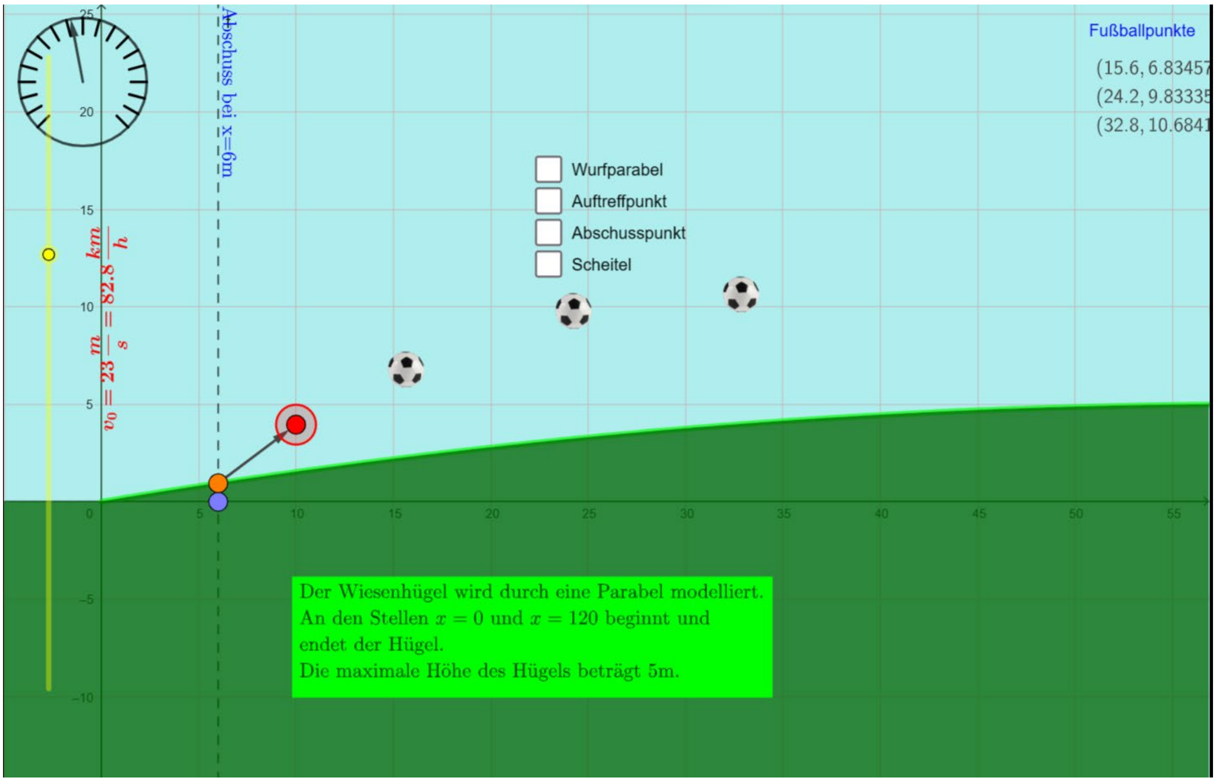
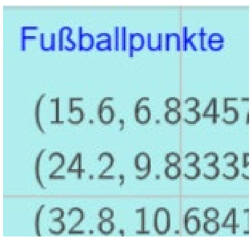
Die gewählte Aufgabe





Berechnung des Bodenverlaufs

Aus den hellgrün unterlegten Angaben entnimmt man, dass die Parabel Nullstellen bei x=0 und x=120 hat und der Scheitelpunkt SP(60|5) ist. Damit kann man die Hügelhöhe folgendermaßen modellieren.

$$\text{Hügelhöhe}(\mathrm{x}) = a \cdot (x-60)^2 + 5$$

$$Hügelhöhe(0) = 0$$

$$a \cdot (0-60)^2 + 5 = 0$$

$$a \cdot 3600 + 5 = 0| - 5$$

$$3600a = -5| \div 3600$$

$$a = -\frac{5}{3600} = -\frac{1}{720}$$

$$Hügelhöhe(x) = -\frac{1}{720} \cdot (x-60)^2 + 5$$

define H(x)=a*(x−60)^2+5

done

H(0)=0

$3600\cdot a+5=0$

solve(3600·a+5=0, a)

$\left\{a=-\frac{1}{720}\right\}$

define Hh(x)=H(x) | $\left\{a=-\frac{1}{720}\right\}$

done

Berechnung des Flugverlaufes.

$$h(x) = a_2 \cdot x^2 + a_1 \cdot x + a_0$$

Sie können auch mit $h(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$ ansetzen. Später werden wir aber zu der oberen Schreibweise übergehen, weil man bei Funktionen mit höheren Potenzen nicht das ganze Alphabet durchlaufen will. Die Bezeichnung a_n hat auch den Vorteil, dass man der Bezeichnung ansieht, dass diese Variable der Faktor vor x^n ist.

$$h(x) = a_2 \cdot x^2 + a_1 \cdot x + a_0$$

$$\left| \begin{matrix} h(15.6) = 6.83 \\ h(24.2) = 9.83 \\ h(32.8) = 10.68 \end{matrix} \right|_{CAS}$$

$$a_2 = -\frac{5}{344}, a_1 = \frac{319}{344}, a_0 = -\frac{8813}{2150}$$

$$Flughöhe(x) = -\frac{5}{344}x^2 + \frac{319}{344}x - \frac{8813}{2150}$$

```
define h(x)=a2*x^2+a1*x+a0
```
done

```
h(x)
```
$a2 \cdot x^2 + a1 \cdot x + a0$

```
h(15.6)=6.83
```
$a0+\frac{78 \cdot a1}{5}+\frac{6084 \cdot a2}{25}=\frac{683}{100}$

```
h(24.2)=9.83
```
$a0+\frac{121 \cdot a1}{5}+\frac{14641 \cdot a2}{25}=\frac{983}{100}$

```
h(32.8)=10.68
```
$a0+\frac{164 \cdot a1}{5}+\frac{26896 \cdot a2}{25}=\frac{267}{25}$

$$\left. \begin{cases} a0+\frac{78 \cdot a1}{5}+\frac{6084 \cdot a2}{25}=\frac{683}{100} \\ a0+\frac{121 \cdot a1}{5}+\frac{14641 \cdot a2}{25}=\frac{983}{100} \\ a0+\frac{164 \cdot a1}{5}+\frac{26896 \cdot a2}{25}=\frac{267}{25} \end{cases} \right|_{a2,a1,a0}$$

$\left\{a2=-\frac{5}{344}, a1=\frac{319}{344}, a0=-\frac{8813}{2150}\right\}$

$\text{define } Fh(x)=h(x) \mid \left\{a2=-\frac{5}{344}, a1=\frac{319}{344}, a0=-\frac{8813}{2150}\right\}$

done

```
Fh(x)
```
$\frac{-5 \cdot x^2}{344}+\frac{319 \cdot x}{344}-\frac{8813}{2150}$

Bestimmung des Auftreffpunktes auf dem Hügel

Gesucht wird der Schnittpunkt von $Flughöhe$ und $Hügelhöhe$:

$$Flughöhe(x) = Hügelhöhe(x)$$

$$-\frac{5}{344}x^2 + \frac{319}{344}x - \frac{8813}{2150} = -\frac{1}{720} \cdot (x - 60)^2 + 5|_{CAS}$$

$$x_1 \approx 6{,}0139, x_2 \approx 51{,}85$$

Die Lösung x_1 ist nicht relevant, da es sich, bis auf Rundungsfehler, um die Abwurfposition handelt.

Der Ball trifft an der horizontalen Position $x_2 = 51{,}85m$ auf den Boden. Der Boden hat an dieser Stelle die Höhe ca. $4{,}91m$ über 0

Fh(x)=Hh(x)

$$\frac{-5\cdot x^2}{344}+\frac{319\cdot x}{344}-\frac{8813}{2150}=\frac{-(x-60)^2}{720}+5$$

$$\text{solve}\left(\frac{-5\cdot x^2}{344}+\frac{319\cdot x}{344}-\frac{8813}{2150}=\frac{-(x-60)^2}{720}+5\right)$$

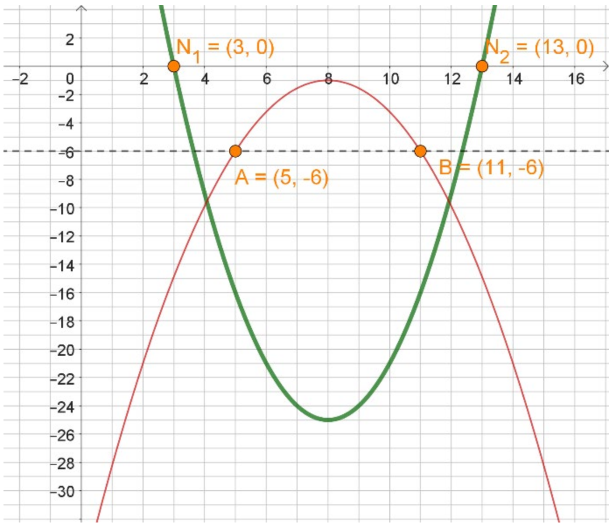
{x=6.013890417,x=51.84851745}

Hh(x)|x=51.84851745

4.907712961

Bestimmung der maximalen Flughöhe des Balles

Der Scheitelpunkt einer Parabel befindet sich in der Mitte zwischen den Nullstellen der Parabel. Bei der grün dargestellten Parabel sind die beiden Nullstellen $x_1 = 3$ und $x_2 = 13$. Die Stelle des Scheitelpunktes ist deshalb $x_S = \frac{13+3}{2} = 8$



Wenn die Parabel keine Nullstelle besitzt, dann muss man die Schnittpunkte mit einer anderen horizonalen Geraden finden. Bei der roten Parabel sind die Schnittpunkte mit der Geraden y=-6 an den Stellen $x_3 = 5$ und $x_4 = 11$. Der Scheitelpunkt der roten Parabel liegt also ebenfalls bei

$$x_{S_2} = \frac{5+11}{2} = 8$$

Ich bestimme die Nullstellen der Funktion Fh:

$$Flughöhe(x) = 0$$

$$-\frac{5}{344}x^2 + \frac{319}{344}x - \frac{8813}{2150} = 0|_{CAS}$$

$$x_1 \approx 4{,}778, x_2 \approx 59{,}022$$

Der Scheitelpunkt befindet sich in der Mitte zwischen x_1 und x_2, also bei $\frac{x_1+x_2}{2} \approx 31{,}9m$

Die Flughöhe an dieser Stelle beträgt $Flughöhe(31.9) = 10{,}69m$ über 0 m und $Flughöhe(31{,}9) - Hügelhöhe(31{,}9) \approx 6{,}79m$ über dem Boden.