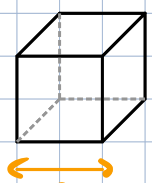
II. Termumformungen

1. Potenzgesetze

Wir bauen aus Würfeln einen neuen größeren Würfel und betrachten das Volumen :

I

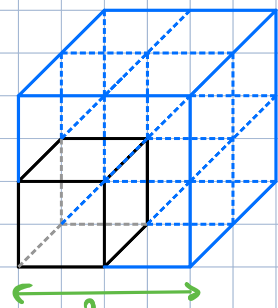


a

$$V_I = l \cdot b \cdot h$$
$$= a \cdot a \cdot a$$
$$\overset{DEF}{=} a^3$$

Kantenlänge

II



2a

$$V_{II} = (2a)^3$$
$$= 2^3 \cdot a^3$$
$$= 8 \cdot V_I = 8 \cdot a^3$$

Man benötigt 8 Würfel

DEFINITION (Potenz mit ganzzahligen Exponenten)

Wird eine Zahl a r-mal mit sich selbst multipliziert, so kann man sie kurz durch eine Potenz schreiben :

$$\underbrace{a \cdot a \cdot \ldots \cdot a \cdot a}_{r\text{-viele}} = a^r$$

Exponent

Basis

Daraus folgt :

1. Potenzen mit gleichen Exponent

$$\boxed{(a \cdot b)^r} \overset{DEF}{=} \underbrace{(a \cdot b) \cdot \ldots \cdot (a \cdot b)}_{r\text{-viele}}$$
$$\overset{KG}{\underset{AG}{=}} \underbrace{a \cdot \ldots \cdot a}_{r\text{-viele}} \cdot \underbrace{b \cdot \ldots \cdot b}_{r\text{-viele}}$$
$$\overset{DEF}{=} \boxed{a^r \cdot b^r}$$

2. Potenz mit gleicher Basis

$$a^r \cdot a^s \overset{DEF}{=} \underbrace{\underbrace{a \cdot \ldots \cdot a}_{r\text{-viele}} \cdot \underbrace{a \cdot \ldots \cdot a}_{s\text{-viele}}}_{(r+s)\text{- viele}}$$

$$\overset{DEF}{=} a^{r+s}$$

3. Potenz von einer Potenz

$$(a^r)^s \overset{DEF}{=} (\underbrace{a \cdot \ldots \cdot a}_{r\text{-viele}})^s$$

$$\overset{DEF}{=} \underbrace{(\underbrace{a \cdot \ldots \cdot a}_{r\text{-viele}}) \cdot \ldots \cdot (\underbrace{a \cdot \ldots \cdot a}_{r\text{-viele}})}_{s\text{-mal}}$$

$$\overset{DEF}{=} a^{r \cdot s} = a^{s \cdot r} = (a^s)^r$$