

Problemas – Tema 2

Problemas resueltos - 14 - Teorema del coseno

1. De un triángulo conocemos:

$$b = 3 \text{ cm} \quad c = 2 \text{ cm} \quad A = 60^\circ$$

Obtener el lado a y los ángulos B , C .

Podemos calcular el lado a con el teorema del coseno:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2 \cdot b \cdot c \cdot \cos A$$

$$a^2 = 9 + 4 - 12 \cdot 0.5$$

$$a = 2,64 \text{ cm}$$

Como tengo todos los lados del triángulo, puedo calcular los ángulos B y C por medio del teorema del coseno, y aplicando arcocoseno:

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2 \cdot a \cdot c \cdot \cos B$$

$$9 = 7 + 4 - 10,56 \cdot \cos B$$

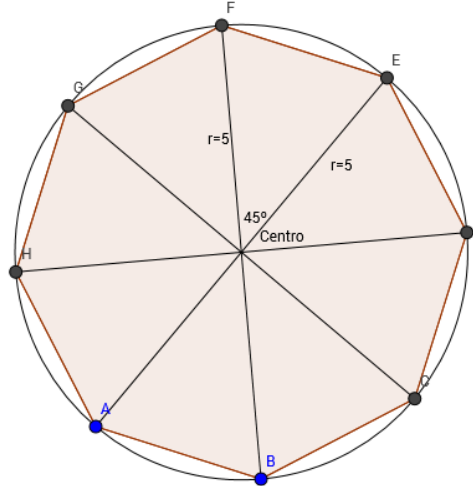
$$B = \cos B = 0.189 \rightarrow \arccos(0.189) \rightarrow B \simeq 79.1^\circ$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2 \cdot a \cdot b \cdot \cos C$$

$$4 = 7 + 9 - 15,84 \cdot \cos C$$

$$\cos C = 0.75 \rightarrow C = \arccos(0.75) \rightarrow C \simeq 41.1^\circ$$

2. Calcula el área y el perímetro de un octógono regular inscrito en una circunferencia de radio 5 cm.



El octógono regular está formado por 8 triángulos isósceles iguales, donde dos de sus lados coinciden con el radio de la circunferencia circunscrita.

En el triángulo de vértices $\overline{CentroFE}$, podemos obtener la longitud del segmento \overline{FE} por el teorema del coseno.

$$(\overline{FE})^2 = 5^2 + 5^2 - 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot \cos(45^\circ) \rightarrow (\overline{FE})^2 = 50 - 50 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \rightarrow (\overline{FE})^2 = 14,64$$

$$\overline{FE} = 3,83 \text{ cm}$$

Con el valor de un lado del octógono regular, su perímetro resulta ocho veces el lado.

$$\text{Perímetro} = 8 \cdot 3,83 = 30,64 \text{ cm}$$

El área del triángulo $\overline{CentroFE}$ podemos obtenerla como:

$$A_{\text{triángulo}} = \frac{1}{2} \cdot \overline{CentroF} \cdot \overline{CentroE} \cdot \text{sen}(45^\circ) = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 5 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{25\sqrt{2}}{4}$$

Y el área del octógono resulta $\rightarrow A_{\text{octógono}} = 8 \cdot A_{\text{triángulo}} = 50\sqrt{2} \text{ cm}^2$