



Semejanza de triángulos

Índice

Introducción.....	3
Objetivos	4
Semejanza de triángulos	5
Criterio de semejanza AA.....	6
Criterio de semejanza LAL	8
Evaluación.....	11
Bibliografía	13
Conoce más temas de relevancia	14
Créditos	15

Introducción

El video “**Semejanza de triángulos**” forma parte de una serie de videos que en conjunto tienen como objetivo ayudarte en el desarrollo de tus habilidades matemáticas.

Una condición esencial para aprender algo, es el interés por aprenderlo. Tal interés puede ser resolver un problema, ganar un juego o simplemente la curiosidad intelectual de aprender.

Quienes participamos en la elaboración de esa serie de videos decidimos que la mejor manera de ayudarte a aprender matemáticas es despertando o acrecentando tu interés por el aprendizaje de esta ciencia.

En el presente video se resaltan los siguientes tres elementos esenciales de las matemáticas:

1. Un conjunto de reglas o algoritmos para resolver problemas de la vida diaria, de ingeniería y de las ciencias, entre ellas las matemáticas mismas.
2. Las teorías que explican porque esas reglas funcionan.
3. La aplicación de las teorías y las reglas en múltiples y variados contextos.

En la elaboración de los videos también se ha tomado en cuenta el carácter social del aprendizaje. Tú no aprendes aisladamente: en la escuela lo haces con tus profesores y tus compañeros de clase; en tu casa con tus padres y tus hermanos; y, en cualquier parte con tus amigos.

En tal sentido, en este video se presenta una historia que gira alrededor de una problemática cotidiana y su solución utilizando las matemáticas.

Esperamos que tengas una excelente experiencia de aprendizaje en nuestro canal.



Objetivos

A través de esta guía podrás:



- Conocer la definición de semejanza de triángulos.
- Comprender los criterios de semejanza de triángulos.
- Aplicar los criterios de semejanza de triángulos en la solución de problemas de la vida diaria, de ingeniería y de las ciencias.

Semejanza de triángulos

Se dice que dos triángulos son semejantes si tienen la misma forma pero no necesariamente el mismo tamaño. En la figura 1 se muestran dos triángulos semejantes

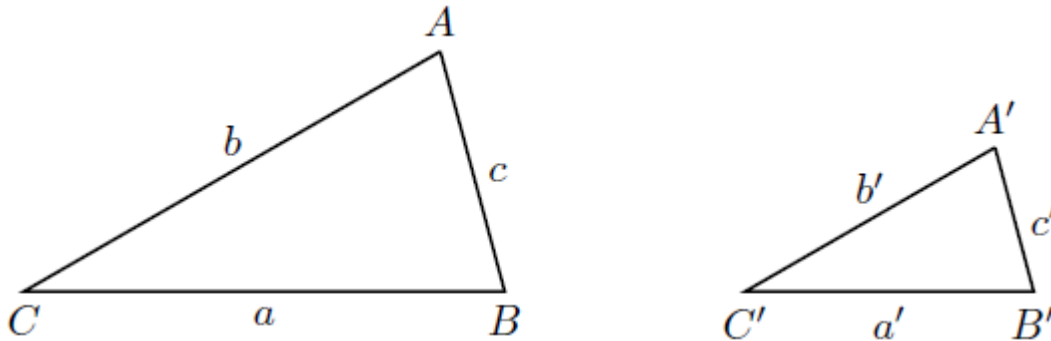


Figura 1

El hecho de que los triángulos $\triangle ABC$ y $\triangle A'B'C'$ sean semejantes se denota de la siguiente manera:

$$\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$$

Una condición necesaria para que dos triángulos sean semejantes es que sus ángulos sean iguales y sus lados proporcionales; en símbolos, si

$$\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$$

entonces

$$\sphericalangle CAB = \sphericalangle C'A'B' \quad \sphericalangle ABC = \sphericalangle A'B'C' \quad \sphericalangle BAC = \sphericalangle B'A'C'$$

y

$$\frac{CB}{C'B'} = \frac{AC}{A'C'} = \frac{BA}{B'A'} \quad \text{O bien} \quad \frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}$$

Si

$$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'} = r$$

r es llama razón de proporcionalidad o razón de semejanza. Los triángulos en la figura 2 son semejantes con razón de proporcionalidad $r = 2$.

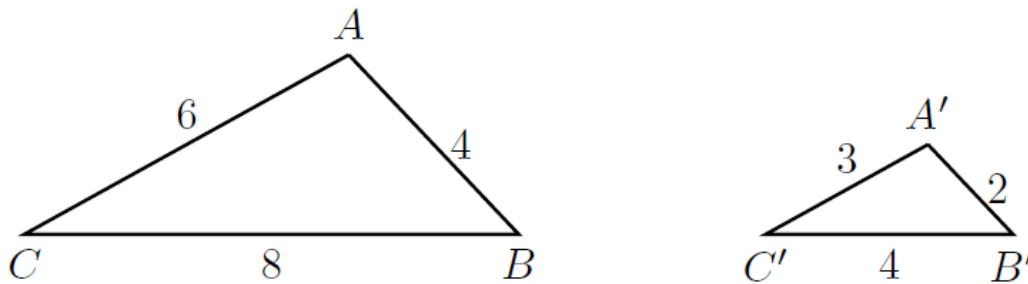


Figura 2

Criterio de semejanza AA

La experiencia muestra que es suficiente verificar que se cumplan sólo algunas de las condiciones necesarias para que dos triángulos sean semejantes para garantizar que se cumplan las restantes.

Por ejemplo, es suficiente verificar que dos ángulos de un triángulo son iguales, respectivamente, a dos ángulos de otro triángulo, para garantizar que esos dos triángulos son semejantes; este hecho se conoce como el criterio de semejanza “Ángulo-Ángulo” o, simplemente, criterio AA. A continuación se presenta simbólicamente este criterio.

Sean ΔABC y $\Delta A'B'C'$ dos triángulos tales que

$$\sphericalangle ABC = \sphericalangle A'B'C' \quad \text{y} \quad \sphericalangle BCA = \sphericalangle B'C'A'$$

Entonces

$$\Delta ABC \sim \Delta A'B'C'$$

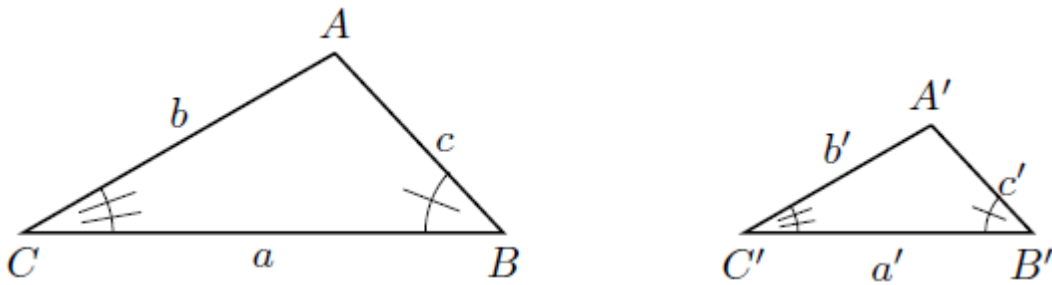


Figura 3

El criterio de semejanza AA nos permite resolver el siguiente problema.

Problema 1

Si en la figura 4 los triángulos $\triangle ABC$ y $\triangle A'B'C'$ son triángulos rectángulos y si $\sphericalangle ABC = \sphericalangle A'B'C'$ ¿Cuál es el valor del lado AC?

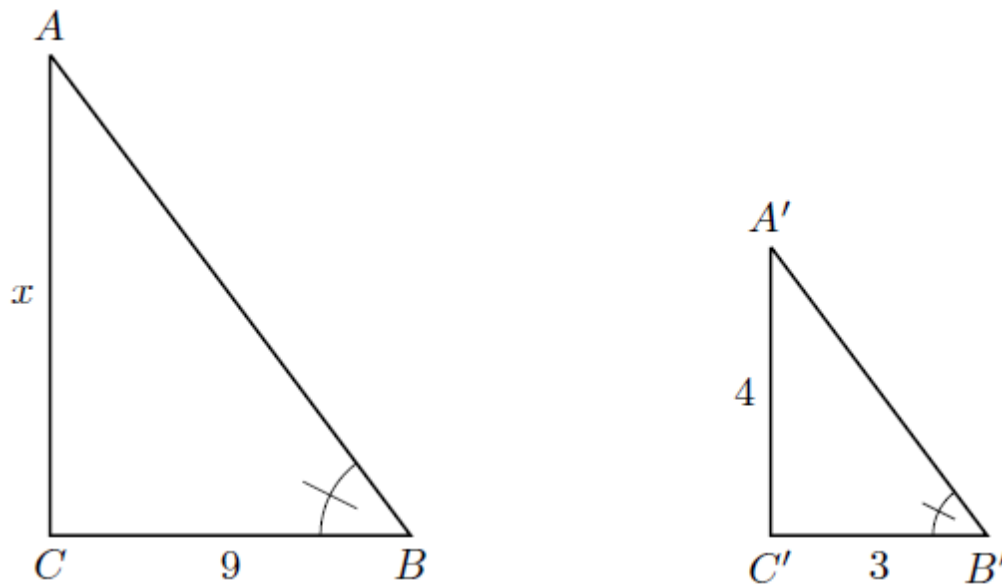


Figura 4

Solución: Para los triángulos $\triangle ABC$ y $\triangle A'B'C'$ de la figura 4 tenemos que

$$\sphericalangle ABC = \sphericalangle A'B'C' \quad \text{y} \quad \sphericalangle BCA = \sphericalangle B'C'A'$$

(la segunda igualdad es debido a que, según la figura, esos son los ángulos rectos de los triángulos). Así por el criterio de semejanza AA, se tiene que

$$\Delta ABC \sim \Delta A'B'C'$$

Ahora, como los lados de dos triángulos semejantes son proporcionales, se tiene que

$$\frac{x}{4} = \frac{9}{3}$$

de donde

$$x = \frac{(9)(4)}{3} = 12$$

Por tanto el valor del lado AC es igual a 12.

Criterio de semejanza LAL

Otro criterio de semejanza establece que si dos lados de un triángulo son proporcionales, respectivamente, a dos lados de otro triángulo y si el ángulo comprendido entre los dos lados del primer triángulo es igual al ángulo comprendido entre los dos lados del segundo triángulo, entonces los dos triángulos son semejantes. Este hecho se conoce como el criterio de semejanza “Lado-Ángulo-Lado” o, simplemente, criterio LAL

A continuación se presenta simbólicamente este criterio.

Sean ΔABC y $\Delta A'B'C'$ dos triángulos tales que

$$\frac{CB}{C'B'} = \frac{BA}{B'A'} \quad \text{y} \quad \sphericalangle ABC = \sphericalangle A'B'C'$$

Entonces

$$\Delta ABC \sim \Delta A'B'C'$$

El criterio de semejanza LAL nos permite resolver el siguiente problema.

Problema 2

En la figura 5 ¿Cuál es el valor del lado AC?

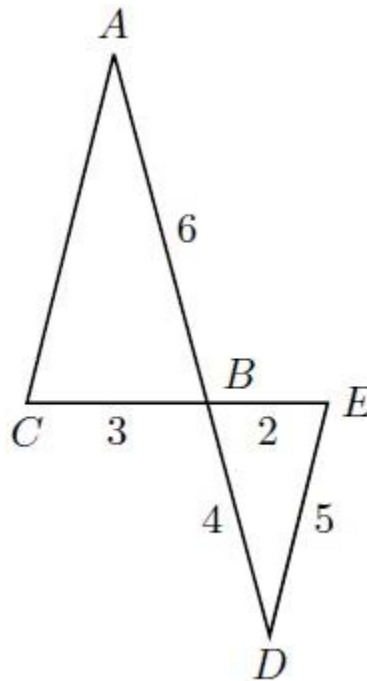


Figura 5

Solución: Para los triángulos $\triangle ABC$ y $\triangle DBE$ de la figura 5 tenemos que

$$\frac{CB}{EB} = \frac{3}{2} = 1.5 = \frac{6}{4} = \frac{AB}{DB} \quad \text{y} \quad \sphericalangle ABC = \sphericalangle DBE$$

La igualdad de los ángulos es porque esos ángulos son opuestos por el vértice. Así, se tiene que

$$\frac{CB}{EB} = \frac{AB}{DB} \quad \text{y} \quad \sphericalangle ABC = \sphericalangle DBE$$

Así por el criterio de semejanza AA, se tiene que

$$\Delta ABC \sim \Delta EBD$$

Ahora, como los lados de dos triángulos semejantes son proporcionales, se tiene que

$$\frac{CB}{EB} = \frac{AB}{DB} = \frac{AC}{ED}$$

de donde

$$\frac{AC}{ED} = \frac{CB}{EB}$$

o bien que

$$\frac{x}{5} = \frac{3}{2}$$

Con lo cual se tiene que

$$x = \frac{(3)(5)}{2} = 7.5$$

Por tanto el valor del lado AC es igual a 7.5.

En el video podrás apreciar la importancia de lo que te acabamos de presentar sobre la semejanza de triángulos al observar como ese conocimiento se aplica en situaciones prácticas y en contextos concretos.

Una vez que haya visto el video, a fin de que verifiques que has logrado los objetivos mencionados en la sección anterior, te sugerimos que realices la siguiente evaluación.

Evaluación

1. Escribe la definición de semejanza de triángulos.
2. Describe el criterio AA de semejanza de triángulos.
3. Describe el criterio LAL de semejanza de triángulos.

Resuelve los siguientes problemas

4. En un día soleado, la sombra de un edificio mide 12 metros y la de una persona 0.6 metros ¿Cuál es la altura del árbol, si la altura de la persona es 1.8 metros?

5. La distancia de una isla I un punto B de una playa recta es de 4 kilómetros (4,000 metros). ¿Cuál es la distancia de la isla a otro punto A de la playa si la distancia de A a B es de 8 kilómetros (8000 metros) y $\angle IBA = 45^\circ$?
6. Dos ciudades están separadas por una montaña. Para ir en auto desde un punto A de una de las ciudades a un punto B de la otra ciudad se tienen que recorrer 2 kilómetros al sur, 4 kilómetros al poniente, 6 al norte y finalmente 2 kilómetros al oriente (ver figura). Se desea construir un túnel recto que una los puntos los puntos A y B de ambas ciudades. Si el túnel se construye a partir del punto A ¿en qué dirección debe construirse?

Bibliografía

- Aguilar, A., Bravo, Cerón, M., Gallegos, H. y Reyes, R. (2007). Geometría, trigonometría y geometría analítica: Matemáticas simplificadas Volumen II. México, DF: Colegio Nacional de Matemáticas, S.C.
- Clemens, S., O'Daffer, P. y Cooney, T. (1998). *Geometría*. México, DF: Addison Wesley Longman.
- Rich, B. (1971). *Geometría plana con coordenadas*. México: McGraw-Hill.

Conoce más temas de relevancia

¿Te interesa conocer más sobre geometría?

Acércate a nosotros



Contacto

www.circulotec.com.mx

Créditos

Desarrollo de contenidos

Juan Antonio Alanís Rodríguez

Guion

Oscar Montemayor Chapa
Juan Antonio Alanís Rodríguez

Diseño Instruccional

Diseño y Desarrollo de Ambientes de Aprendizaje
Dirección de Tecnología Educativa de la Universidad Tec Virtual

Una producción de:

La Dirección de Educación Continua y Desarrollo Empresarial
de la Universidad Tec Virtual
del Sistema Tecnológico de Monterrey