

Änderungen und Änderungsraten in Wirtschaftssituationen

Im Folgenden werden als Einheit für die Waren Menge „Mengeneinheiten“ (ME) und als Einheit für Kosten, Erlöse und Gewinne Geldeinheiten (GE) verwendet.

Aufgabe 1

Gegeben ist die Preisabsatzfunktion $p(x) = \frac{1}{4}x^2 - 5x + 25$

- Berechnen Sie den Funktionswert an der Stelle $x = 4$ ME. Interpretieren Sie Ihr Ergebnis in einem Antwortsatz: Was hat das Ergebnis zu bedeuten?
- Berechnen Sie die mittlere Änderungsrate der Preisabsatzfunktion im Intervall $x \in [4 \text{ ME}; 6 \text{ ME}]$
- Berechnen Sie die erste Ableitungsfunktion $p'(x)$ der Preisabsatzfunktion $p(x)$
- Berechnen Sie die Änderungsraten der Preisabsatzfunktion an den Stellen $x = 4$ ME und $x = 6$ ME. Was bedeuten die Ergebnisse?
- Berechnen Sie an Hand von $p(x)$ den ökonomischen Definitionsbereich. Berechnen Sie außerdem $p'(12)$. Begründen Sie an Hand des Ergebnisses: Warum liegt der Wert $x = 12$ ME nicht mehr im ökonomischen Definitionsbereich?
- Begründen Sie: Warum sind die Funktionswerte der Ableitungsfunktion einer Preisabsatzfunktion im ökonomisch sinnvollen Definitionsbereich immer negativ?

Aufgabe 2

Gegeben ist die Kostenfunktion $K(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 5x + 10$

- Wie hoch sind die Fixkosten?
- Wie lautet die Funktion der variablen Kosten?
- Die erste Ableitungsfunktion von $K(x)$ ist die **Grenzkostenfunktion** $K'(x)$. Berechnen Sie die Grenzkostenfunktion.
- Berechnen Sie die Kosten und die Änderungsrate der Kostenfunktion an der Stelle $x = 3$ ME.
- Berechnen Sie die mittlere Steigung im Intervall $x \in [1 \text{ ME}; 3 \text{ ME}]$
- Begründen Sie: Warum sind die Funktionswerte einer Grenzkostenfunktion $K'(x)$ **grundsätzlich alle positiv**?

Aufgabe 3

- Berechnen Sie aus der Preisabsatzfunktion und der Kostenfunktion aus den Aufgaben 1 und 2 die Gewinnfunktion $G(x)$.
- Berechnen Sie den Break-even-point und die Gewinngrenze.
- Die erste Ableitungsfunktion des Gewinns $G'(x)$ heißt **Grenzwinn**. Berechnen Sie $G'(2)$ und $G'(4)$ und interpretieren Sie die beiden Ergebnisse.