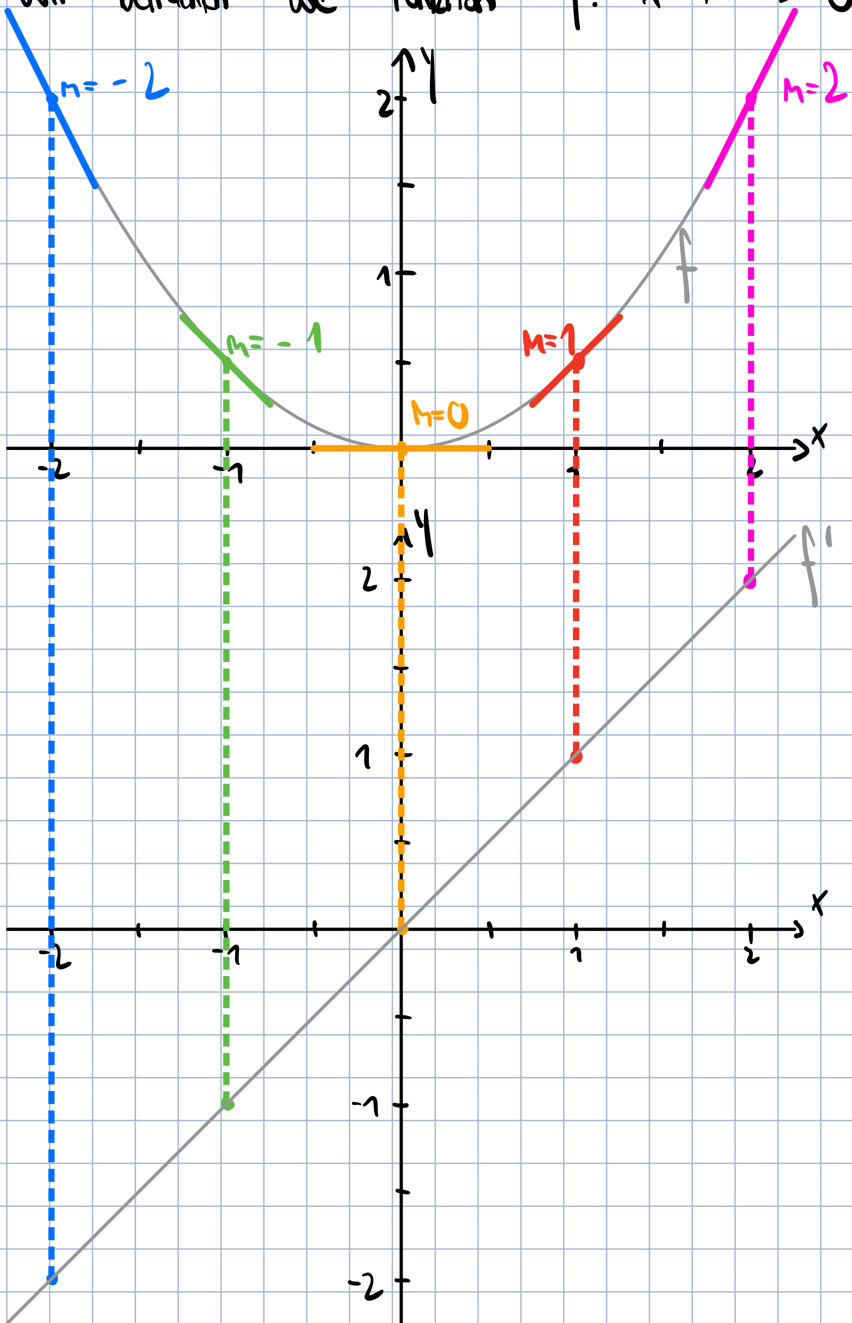
# 4. Ableitungsfunktion

Wir betrachten die Funktion $f: x \longmapsto 0{,}5\,x^2$.




Da $f$ auf ganz $\mathbb{R}$ differenzierbar ist, gibt es für jede Stelle $x_0$ eine eindeutige Steigung von $G_f$. Deshalb können wir die neue Funktion

$f': x \longmapsto$ Steigung von $G_f$ in $x$

definieren und nennen sie Ableitungsfunktion. Sie gibt an welche Steigung $G_f$ an der entsprechenden Stelle besitzt. Fällt $G_f$, so ist $f'$ negativ und steigt $G_f$, so ist $f'$ positiv.

Um den Term der Ableitungsfunktion zu bestimmen, lösen wir den allgemeinen Differentialquotienten:

$$f'(x_0) = \lim_{x \to x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = \lim_{x \to x_0} \frac{0{,}5\,x^2 - 0{,}5\,x_0^2}{x - x_0}$$

$$= \lim_{x \to x_0} \frac{0{,}5 \cdot (x^2 - x_0^2)}{x - x_0}$$

$$= \lim_{x \to x_0} \frac{0{,}5 \cdot \cancel{(x - x_0)}\,(x + x_0)}{\cancel{x - x_0}}$$

$$= \lim_{x \to x_0} 0{,}5 \cdot (x + x_0) = x_0$$

$\Rightarrow$ $f': x \longmapsto x$ ist Ableitungsfunktion zu $f: x \longmapsto 0{,}5\,x^2$

[illegible]