# <u>EXPERIMENTOS O SUCESOS COMPUESTOS</u>.

Cuando un experimento o suceso aleatorio sigue un modelo dinámico, es decir, cuando se puede a su vez dividir en subexperimentos, que se realizan consecutivamente en el tiempo, se puede estudiar como modelo aleatorio multidimensional, o bien, como un modelo de aleatorio de experimentos simples, estudiando según el resultado que ocurra tras cada experimento simple, y los posibles resultados del siguiente experimento.

En caso de experimentos aleatorios compuesto que conste de pocos resultados, para el cálculo de probabilidades, se puede utilizar como herramienta de apoyo los grafos del tipo de árboles, de forma que a partir de lo que suceda en un experimento simple, podemos asignar las probabilidades al experimento siguiente.

*Ejemplo.- Si realizamos un experimento, consistente en tirar una moneda, si sale cara cogemos una bola de una urna que contiene a bolas rojas y b verdes, y si sale cruz cogemos una bola de urna que contiene c bolas verdes y d bolas negras. Denominando*

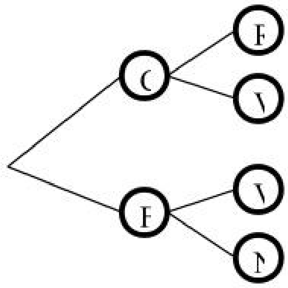
*C =CARA, F = CRUZ, R =bola roja, V =bola verde y N = bola negra.*

*El conjunto* $\Omega$ *sería* $\Omega = \{\{C,R\},\{C,V\},\{F,V\},\{F,N\}\}$ *.Y si P es la función de probabilidad será*

$$P(\{C,R\}) = \left(\frac{1}{2}\right)\cdot\left(\frac{a}{a+b}\right); \quad P(\{C,V\}) = \left(\frac{1}{2}\right)\cdot\left(\frac{b}{a+b}\right)$$

$$P(\{F,V\}) = \left(\frac{1}{2}\right)\cdot\left(\frac{c}{c+d}\right); \quad P(\{F,N\}) = \left(\frac{1}{2}\right)\cdot\left(\frac{d}{c+d}\right)$$

☞*Sin embargo, podemos simplificar el problema si lo consideramos como un experimento compuesto por dos simples, el primero que consiste en el lanzamiento de una moneda y el segundo en la extracción de una bola, y sujeto al resultado obtenido en el lanzamiento de la moneda. Pudiendo representar gráficamente:*




$$P(\{C,R\}) = P(\{C\})\cdot P(\{R \text{ si ha salido cara}\}) = \left(\frac{1}{2}\right)\cdot\left(\frac{a}{a+b}\right)$$

$$P(\{C,V\}) = P(\{C\})\cdot P(\{\text{V si ha salido cara}\}) = \left(\frac{1}{2}\right)\cdot\left(\frac{b}{a+b}\right)$$

$$P(\{F,V\}) = P(\{F\})\cdot P(\{V \text{ si ha salido reverso}\}) = \left(\frac{1}{2}\right)\cdot\left(\frac{c}{c+d}\right)$$

$$P(\{F,N\}) = P(\{F\})\cdot P(\{N \text{ si ha salido reverso}\}) = \left(\frac{1}{2}\right)\cdot\left(\frac{d}{c+d}\right)$$

Para formalizar el concepto de experimentos compuestos por n experimentos simples, utilizamos

Sea el espacio de probabilidad n-dimensional $(\Omega, \mathcal{A}, P)$, si podemos poner:

$$\Omega = \Omega_1 \times \Omega_2 \times \cdots \times \Omega_n \qquad \text{“producto cartesiano”.}$$

$$\mathcal{A} = \mathcal{A}_1 \times \mathcal{A}_2 \times \cdots \times \mathcal{A}_n \qquad \text{“producto cartesiano”.}$$

Donde $\mathcal{A}_j$ es el álgebra o la σ-álgebra de $\mathbf{\Omega}_j$, para j = 1, 2, 3, . . . , n

Y Podemos definir el espacio probabilizable $\left(\Omega_j, \mathcal{A}_j, P_j\right)$, donde $P_j$ es la probabilidad marginal:

$$P_j : \mathcal{A}_j \to [0,1] : A_j \to P_j\left(A_j\right) = P\left(\Omega_1 \times \cdots \times \Omega_{j-1} \times A_j \times \Omega_{j+1} \times \cdots \times \Omega_n\right)$$

*Ejemplo.- En el ejemplo anterior, podemos definir $P_1$ a la probabilidad obtenida como resultado del lanzamiento de la moneda, y $P_2$ a la probabilidad obtenida como resultado de la extracción de una bola de la urna. Y podemos expresar la probabilidad de obtener bola verde en términos de probabilidades marginales, como:*

$$P_2(V) = P\left(\{\Omega, V\}\right) = P\left(\{C, V\}\right) + P\left(\{F, V\}\right) = \left(\frac{1}{2}\right) \cdot \left(\frac{a}{a+b} + \frac{c}{c+d}\right)$$

Abusando de notación solemos denominar P(V) en vez de $P_2(V)$.