

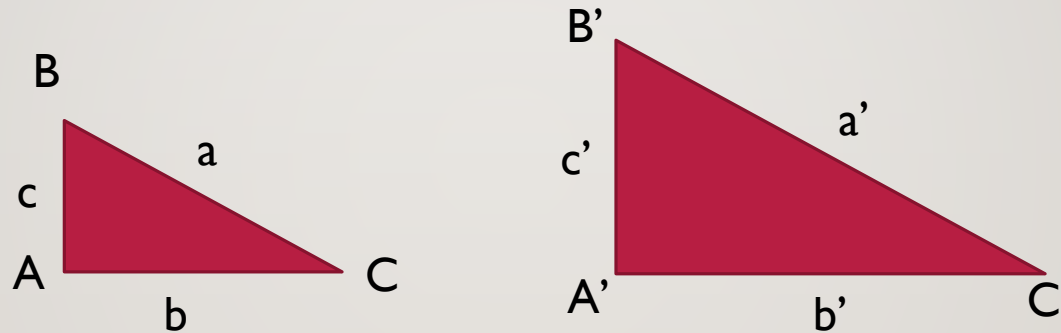
LONGITUDES, ÁREAS Y VOLÚMENES EN FIGURAS Y CUERPOS SEMEJANTES. ESCALAS

APRENDIENDO CON EL MAPA Y LA MAQUETA DE
ALCALÁ DE HENARES



TRIÁNGULOS SEMEJANTES

- Dos triángulos son semejantes si
 - Tienen 2 ángulos iguales
 - Tienen un ángulo igual y los lados que lo forman proporcionales
 - Tienen los 3 lados proporcionales



- Se denomina razón de proporcionalidad **k** a la razón

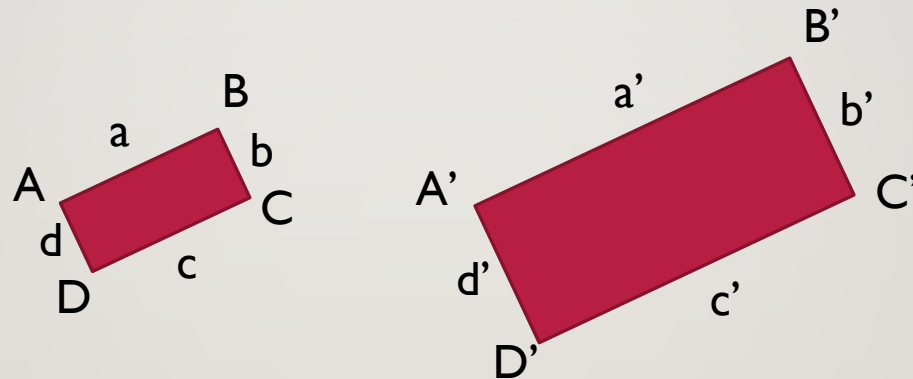
$$k = \frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}$$

Bien, bien... ¿Pero todo esto de los triángulos semejantes y el Teorema de Tales tiene alguna aplicación en la realidad?

La respuesta es afirmativa. Y sus aplicaciones son muchas más de las que puedas pensar. Por poner un ejemplo, ¿se te ocurre un método con el que estimar la altura de un edificio con la ayuda de un metro? (¡y no vale responder que medir el propio edificio!)

FIGURAS Y CUERPOS SEMEJANTES

- Dos polígonos son semejantes cuando tienen los ángulos homólogos iguales y los lados homólogos proporcionales (en palabras más sencillas, “tienen la misma forma pero distinto tamaño”)



- Se denomina razón de proporcionalidad o de semejanza **k** de dos cuerpos o figuras a la razón entre sus distancias homólogas

$$k = \frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'} = \frac{d}{d'}$$

MAPAS Y MAQUETAS. LA ESCALA

Un plano, un mapa o una maqueta son representaciones reducidas pero semejantes a la realidad. Las representaciones en planos, mapas o maquetas se hacen a **escala**. La **escala** es la relación entre las medidas de la representación y las medidas en la realidad

$$Escala = \frac{\textit{longitud (representación)}}{\textit{longitud (realidad)}}$$

¿Te suena este tipo de relación? La escala no es otra cosa que la razón de semejanza entre la representación y la realidad

Vamos a hacer una captura del mapa de Alcalá en Google Maps para trabajar con ella en Geogebra. Una vez en Geogebra, utilizaremos una de las herramientas de las que disponemos que nos permitirá medir distancias (<https://www.geogebra.org/m/A6wqV8Qq>)

En Google Maps, la escala del mapa se encuentra en la esquina inferior derecha de la pantalla. Definimos un segmento sobre la escala y lo medimos usando la herramienta.

- **¿Qué significa el valor que se obtiene?**
- **¿Sabrías indicar el valor de la escala?**

➤ **¿Qué significa el valor que se obtiene?**

Al medir el segmento, obtenemos el valor 1 cm. Esto nos indica que 1 cm en el mapa equivaldrá a 50m en la realidad

➤ **¿Sabrías indicar el valor de la escala?**

A partir de la respuesta de la anterior pregunta podemos calcular fácilmente el valor de la escala de nuestro mapa:

$$Escala = \frac{1cm}{50m} = \frac{1cm}{5000cm} = \frac{1}{5000} = 1:5000$$

A partir del mapa de Geogebra, vamos a continuar midiendo varios elementos en él, y gracias a la escala, calcular las medidas equivalentes en la realidad

- **En primer lugar, medimos en el mapa la longitud de la Calle Mayor. ¿Cuál será su longitud en la realidad?**

- **En primer lugar, medimos en el mapa la longitud de la Calle Mayor. ¿Cuál será su longitud en la realidad?**

Midiendo en nuestro mapa la longitud de la Calle Mayor, obtenemos que este mide 8,03cm. Sabiendo que la escala de nuestro mapa es 1:5000,

$$\frac{1cm (mapa)}{5000cm (realidad)} = \frac{8,09cm(mapa)}{x (realidad)}$$

$$x = 8,09 cm(mapa) \cdot \frac{5000cm(realidad)}{1cm(mapa)}$$

$$= 40450cm(realidad) = 404,50m(realidad)$$

- **Suponiendo que la Plaza de Cervantes es un rectángulo, vamos a medir ahora su superficie en el mapa. ¿Cuál será su área en la realidad?**

(¿Cómo puedo medir su superficie en el mapa?)

- **¿Cuál es la razón entre las áreas de dos figuras semejantes?**



LONGITUDES, ÁREAS Y VOLÚMENES EN FIGURAS Y CUERPOS SEMEJANTES. ESCALAS

Dentro del Colegio Mayor de San Ildefonso de la Universidad, podemos encontrar una fantástica maqueta a escala **1:300** del centro histórico de Alcalá.

- **¿Cuánto medirá la longitud de la Calle Mayor en esta maqueta? ¿Y la superficie de la Plaza Cervantes?**

Dentro del Colegio Mayor de San Ildefonso de la Universidad, podemos encontrar una fantástica maqueta a escala 1:300 del centro histórico de Alcalá.

- **¿Cuánto medirá la longitud de la Calle Mayor en esta maqueta?**
- Hemos calculado con anterioridad lo que mide la Calle Mayor en la realidad. Por otra parte, disponemos de la escala en la que está construida la maqueta. Con estos datos, operamos para calcular la longitud de la Calle Mayor en la maqueta:

$$\frac{1 \text{ m}(maqueta)}{300 \text{ m}(realidad)} = \frac{\text{longitud}(maqueta)}{404,5 \text{ m}(realidad)}$$

$$\text{longitud}(maqueta) = 404,5 \text{ m}(realidad) \cdot \frac{1 \text{ m}(maqueta)}{300 \text{ m}(realidad)}$$

$$= 1,3483 \text{ m}(maqueta) = 134,83 \text{ cm}(mapa)$$

Dentro del Colegio Mayor de San Ildefonso de la Universidad, podemos encontrar una fantástica maqueta a escala **1:300** del centro histórico de Alcalá.

- **Uno de los edificios de esta maqueta tiene forma de prisma rectangular, y sus medidas son 4cm, 3cm y 5cm. ¿Cuál es su volumen en la maqueta? ¿Qué volumen ocupará en la realidad?**
- **¿Cuál es la razón entre el volumen de dos cuerpos semejantes?**