Trainingsblatt
Methoden der Faktorisierung

Um die Linearfaktoren eines Funktionsterms (und damit die Nullstellen der Funktion) zu bestimmen, sind verschiedene Methoden hilfreich.

1. Ausnutzen der binomischen Formeln

Beispiel: $f(x) = x^2+4x+4 = (x+2)^2$

a) $g(x) = x^2+26x+169 =$ ____

b) $h(x) = x^2-12x+36 =$ ____

c) $k(x) = x^2-49 =$ ____

2. Lösen einer quadratischen Gleichung.

Beispiel: $u(x) = 2x^2+6x+\frac{5}{2} = 0 \Rightarrow x_{1/2} = \frac{-6 \pm \sqrt{36-4\cdot 2\cdot \frac{5}{2}}}{2\cdot 2} = \frac{-6 \pm \sqrt{16}}{4} = \frac{-6 \pm 4}{4}$

$\Rightarrow x_1 = -\frac{1}{2};\quad x_2 = -\frac{5}{2} \quad \Rightarrow u(x) = 2\cdot\left(x+\frac{1}{2}\right)\cdot\left(x+\frac{5}{2}\right)$ (Beachte den Faktor 2.)

a) $v(x) = 3x^2-7x+2 = 0 \quad \Rightarrow x_{1/2} =$ ____

$\Rightarrow x_1 =$ ____ ; $x_2 =$ ____ $\Rightarrow v(x) =$ ____

b) $w(x) = x^2+2x-1{,}25 = 0 \quad \Rightarrow x_{1/2} =$ ____

$\Rightarrow x_1 =$ ____ ; $x_2 =$ ____ $\Rightarrow w(x) =$ ____

3. Raten der Linearfaktoren, wenn bekannt ist, dass alle Nullstellen ganzzahlig sind.

	Versuch einer Faktorisierung		Probe durch Ausmultiplizieren		
Beispiel: $f(x) = x^2+12x+35$	$(x+5)\cdot(x+7)$	=	$x^2+5x+7x+35$	=	$f(x)$ ✓
a) $g(x) = x^2-8x+15$	____	=	____		
b) $h(x) = x^2+2x-15$	____	=	____		
c) $k(x) = x^2-5x-14$	____	=	____		

4. Substitution, wenn nur bestimmte Potenzen vorkommen und so der Grad kleiner wird.

Beispiel: $r(x) = x^4-2x^2+1$ Setze $z = x^2$; $z^2-2z+1 \overset{\text{binom. Formel}}{=} (z-1)^2 = 0$

$\Rightarrow z_1 = 1;\ z_2 = 1 \quad \Rightarrow \quad x_{1/2} = \pm 1;\ x_{3/4} = \pm 1 \quad \Rightarrow \quad r(x) = (x-1)(x+1)(x-1)(x+1)$

a) $s(x) = x^4-\frac{5}{4}x^2+\frac{1}{4}$ Setze $z = x^2$; ____ $= 0 \overset{\text{Lösen quadr. Gleichung}}{\Rightarrow} z_{1/2} =$ ____ =

$\Rightarrow z_1 =$ ____ ; $z_2 =$ ____ $\Rightarrow x_{1/2} =$ ____ ; $x_{3/4} =$ ____ $\Rightarrow s(x) =$ ____

b) $t(x) = x^4-10x^2+21$ Setze $z = x^2$; ____ $\overset{\text{Raten der Linearfaktoren}}{=}$ ____

$\Rightarrow z_1 =$ ____ ; $z_2 =$ ____ $\Rightarrow x_{1/2} =$ ____ ; $x_{3/4} =$ ____ $\Rightarrow t(x) =$ ____

5. Ausklammern von x (oder Potenzen davon), falls möglich. Dann ist x (ggf. mehrfache) Nullstelle.

Beispiel: $f(x) = 2x^3-x^2 = x^2\cdot(2x-1) = x^2\cdot 2\left(x-\frac{1}{2}\right)$

a) $g(x) = x^3-49x =$ ____

b) $h(x) = 3x^4-6x^3 =$ ____

c) $k(x) = 2x^5-4x^4+2x^3 =$ ____