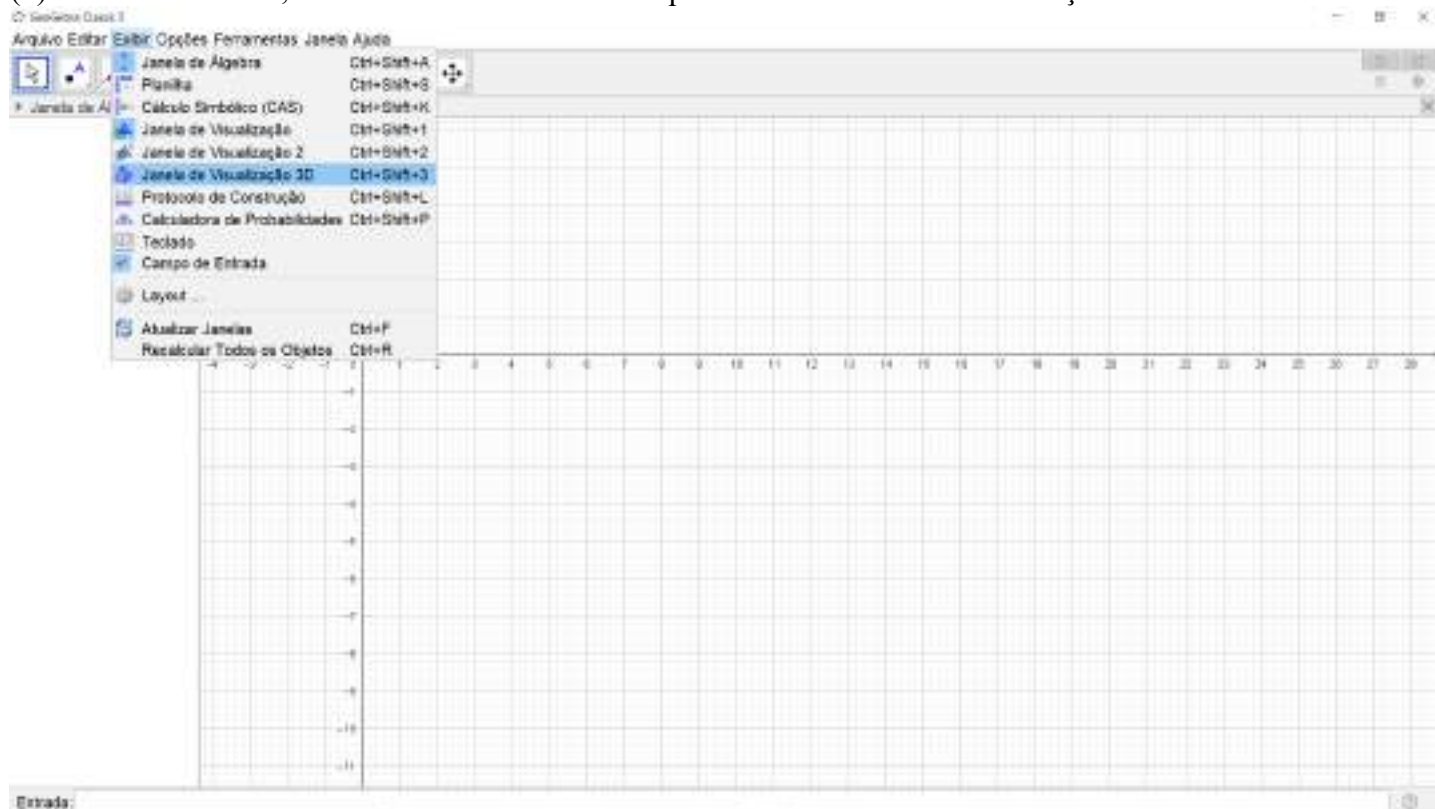


Roteiro para a Oficina 6 - Planificação de Sólidos - brincando de desmontar

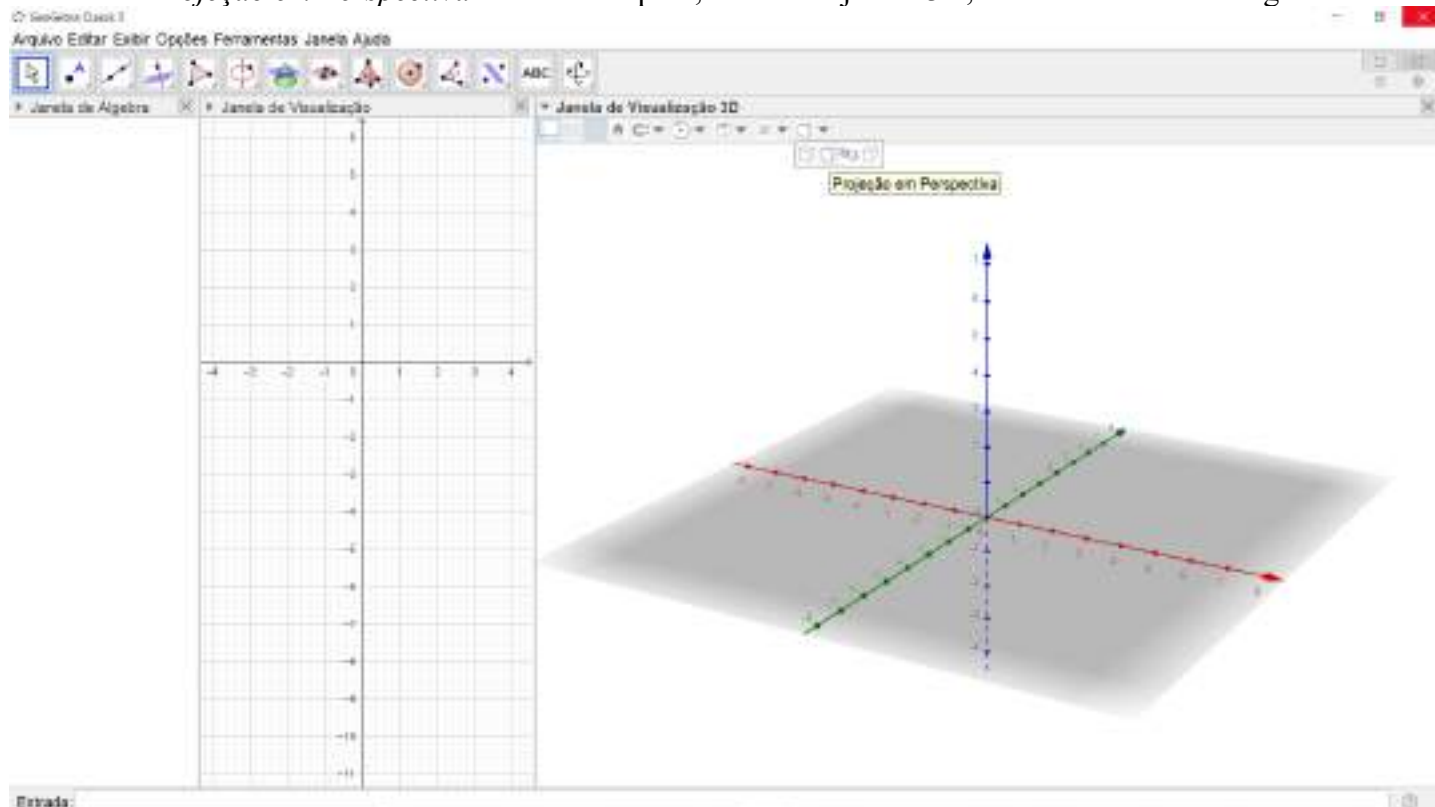
O que tem de novo nesta oficina:

- Janela de Visualização 3D do GeoGebra.
- Construção de sólidos (neste caso, cilindro).
- Construção de superfícies de revolução.
- Rotação de objetos (neste caso, pontos e discos) em torno de um eixo.

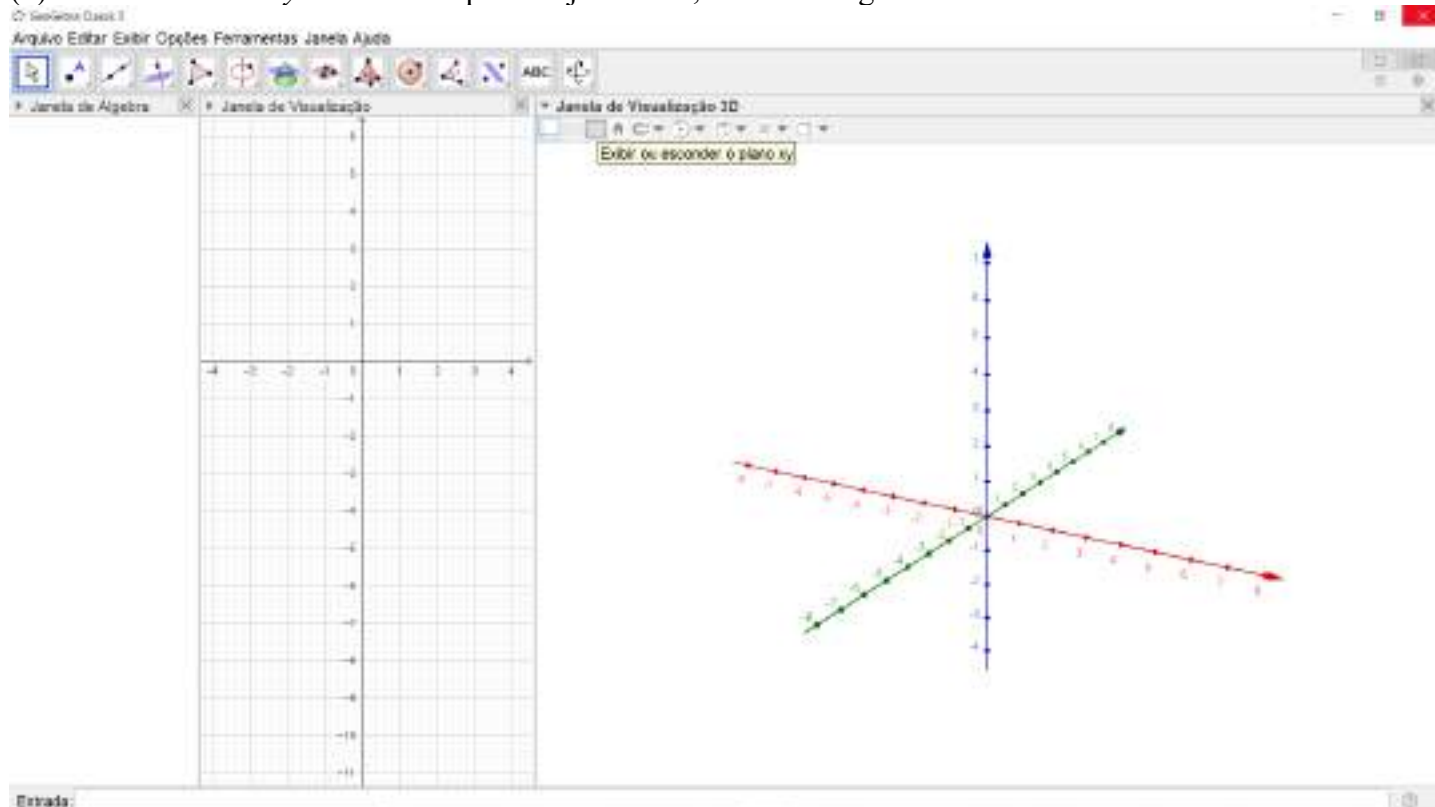
(1) Abra o GeoGebra, acesse o menu “Exibir” e clique o item “Janela de Visualização 3D”.



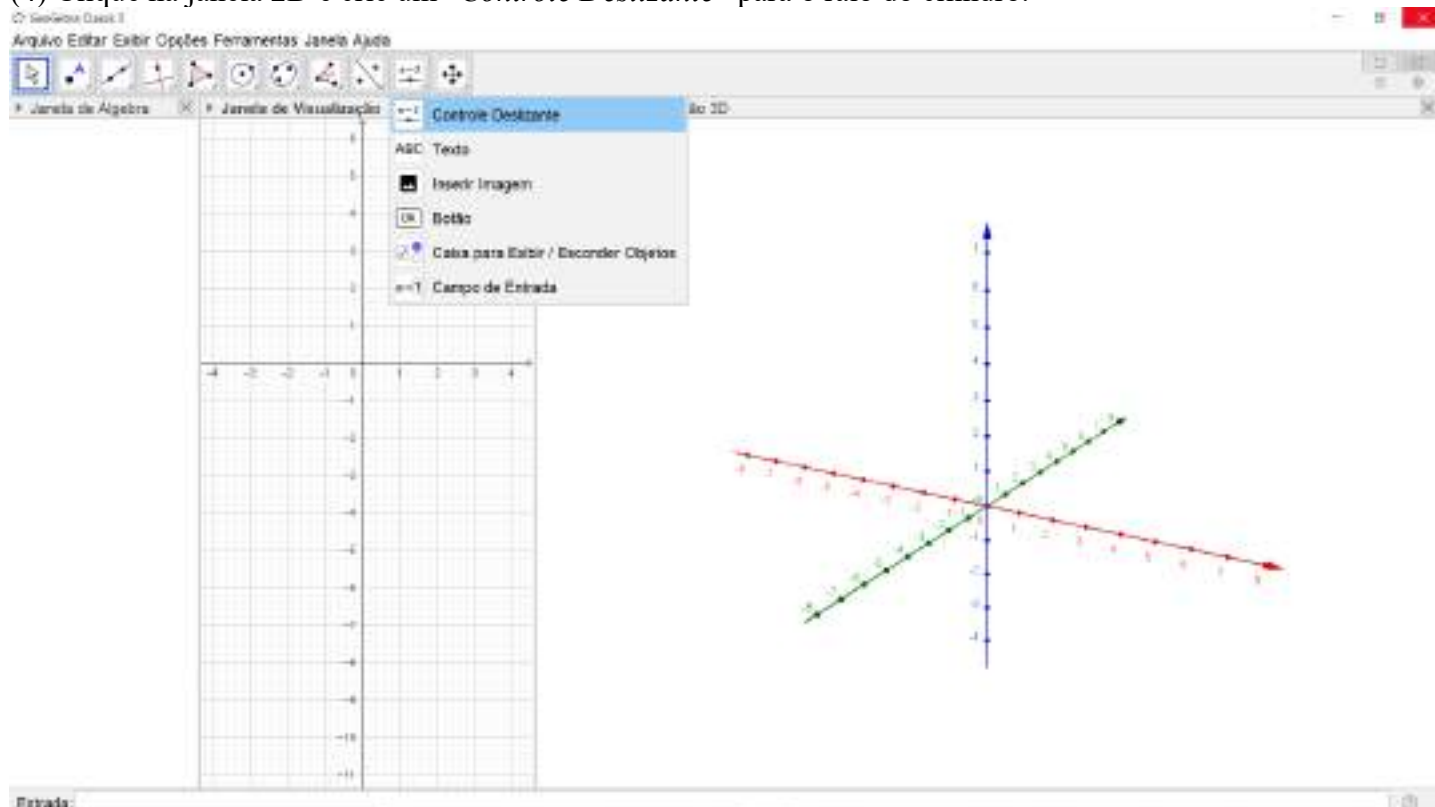
(2) Redimensione as janelas de visualização 2D e 3D, mais ou menos, como na figura abaixo. Além disso, selecione “Projeção em Perspectiva” no menu rápido, abaixo da janela 3D, conforme visível na figura.



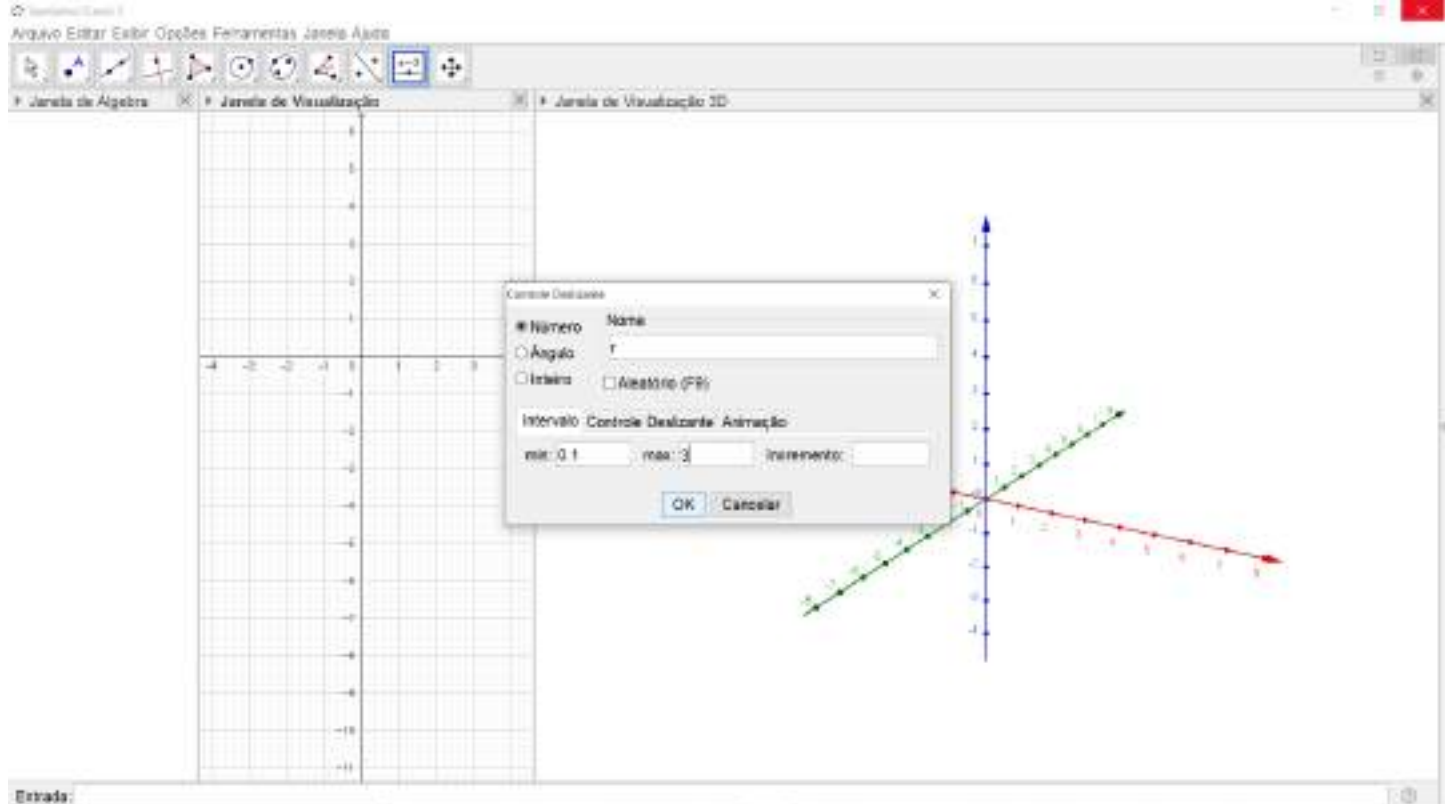
(3) Oculte o “Plano xy ” no menu rápido da janela 3D, conforme figura abaixo.



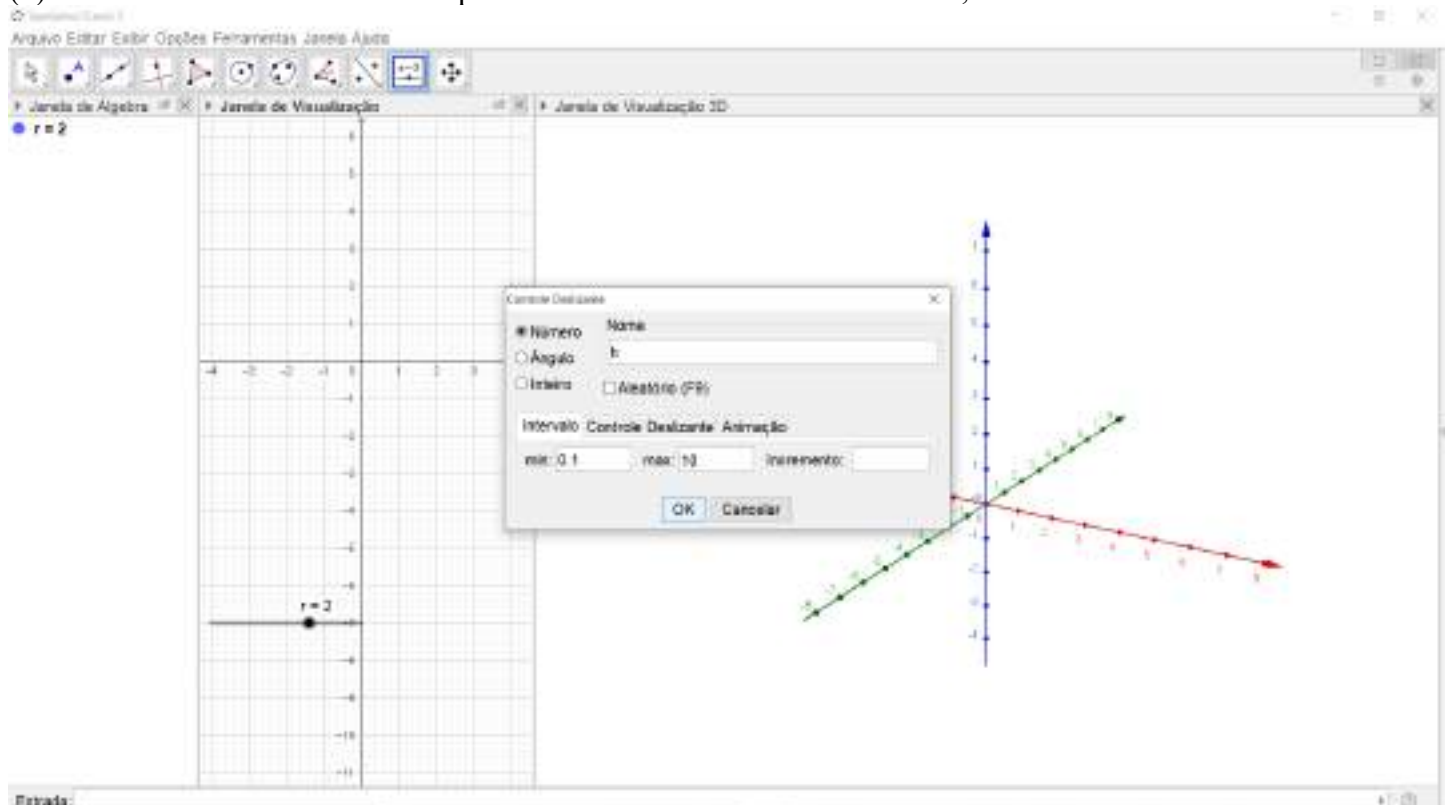
(4) Clique na janela 2D e crie um “Controle Deslizante” para o raio do cilindro.



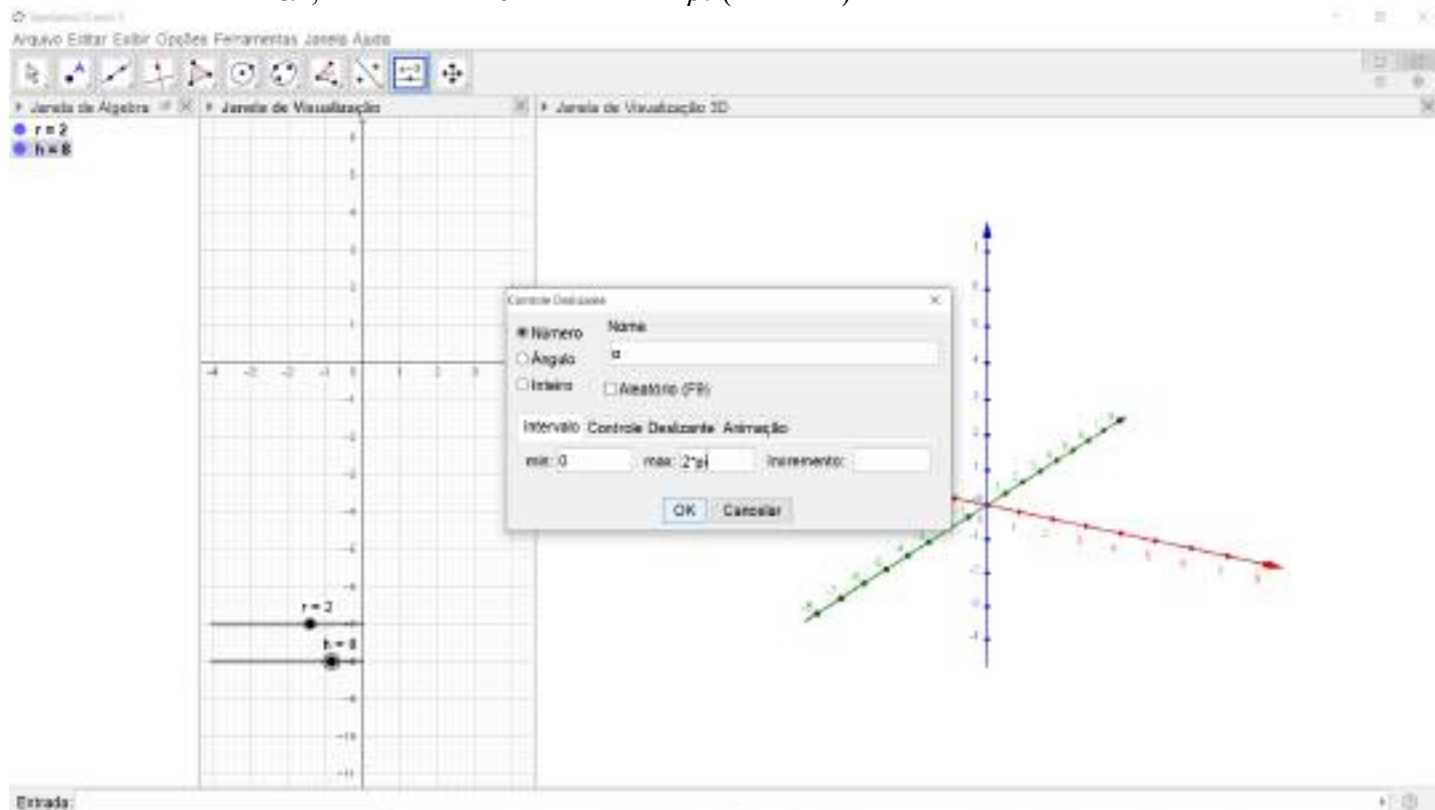
(5) Chame esse controle deslizante de “ r ”, com mínimo 0.1 e máximo 3 .



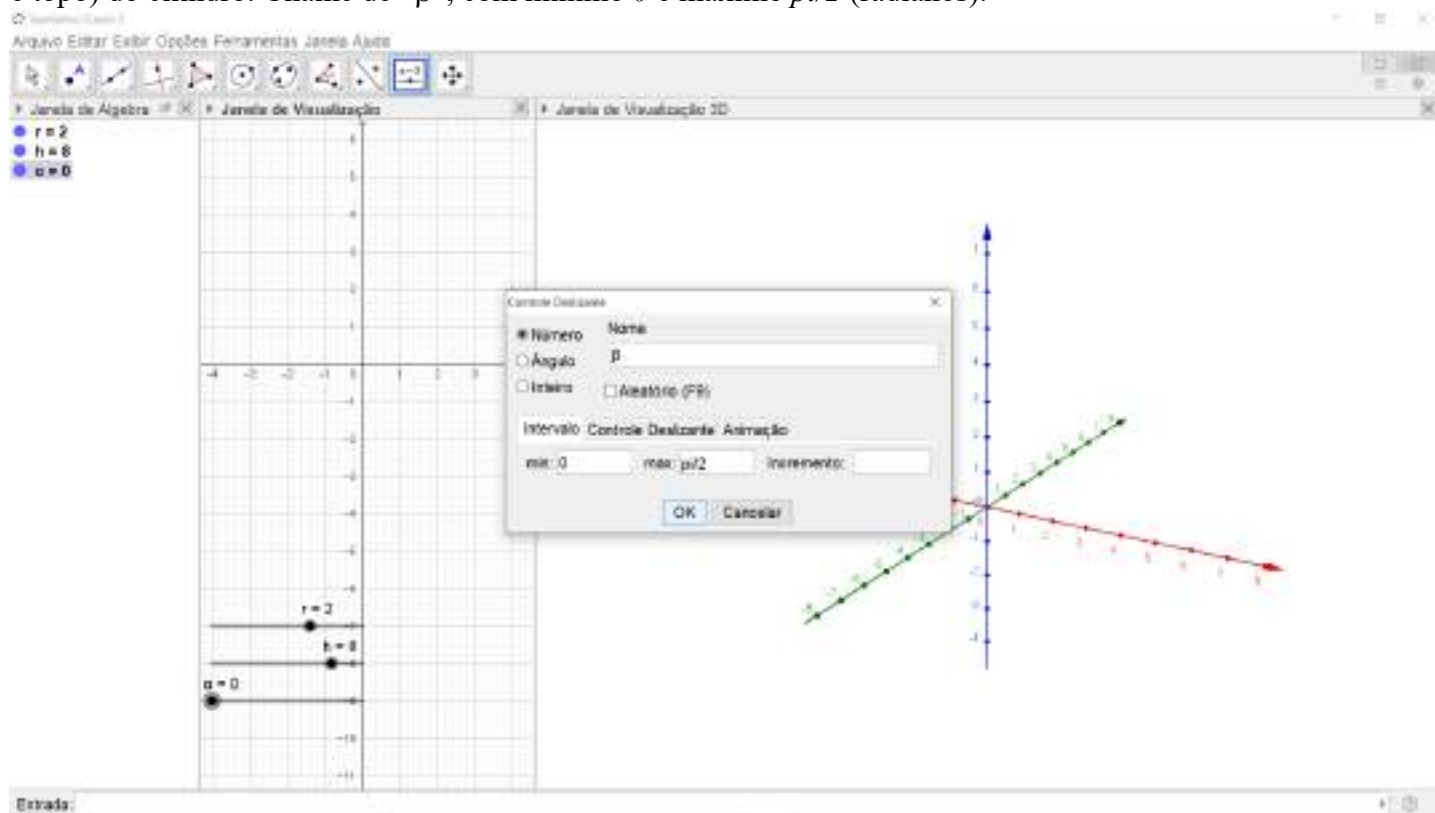
(6) Crie um “*Controle Deslizante*” para a altura do cilindro. Chame de “ h ”, com mínimo 0.1 e máximo 10 .



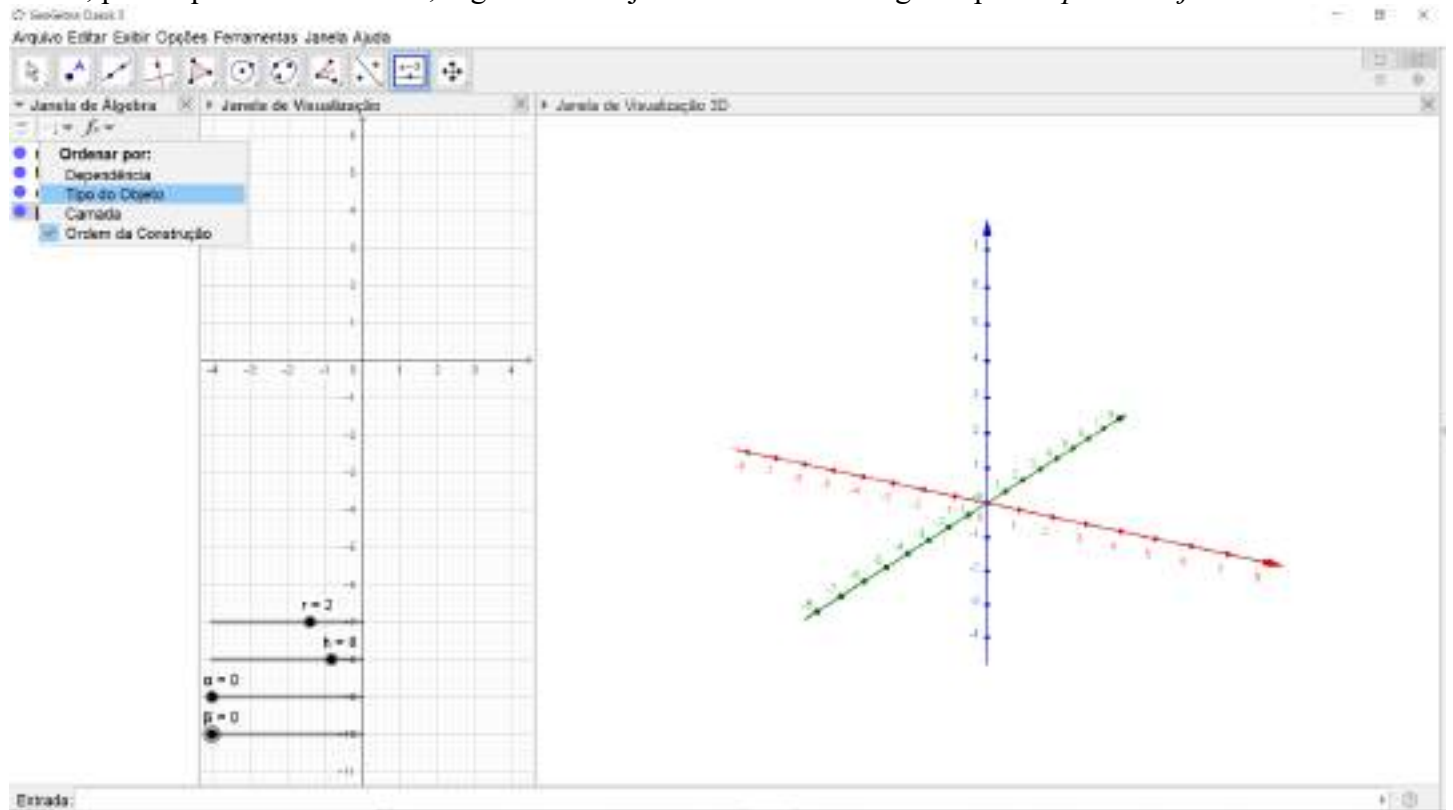
(7) Crie um controle deslizante para o ângulo de giro que será utilizado na planificação da superfície lateral do cilindro. Chame de “ α ”, com mínimo 0 e máximo 2π (radianos).



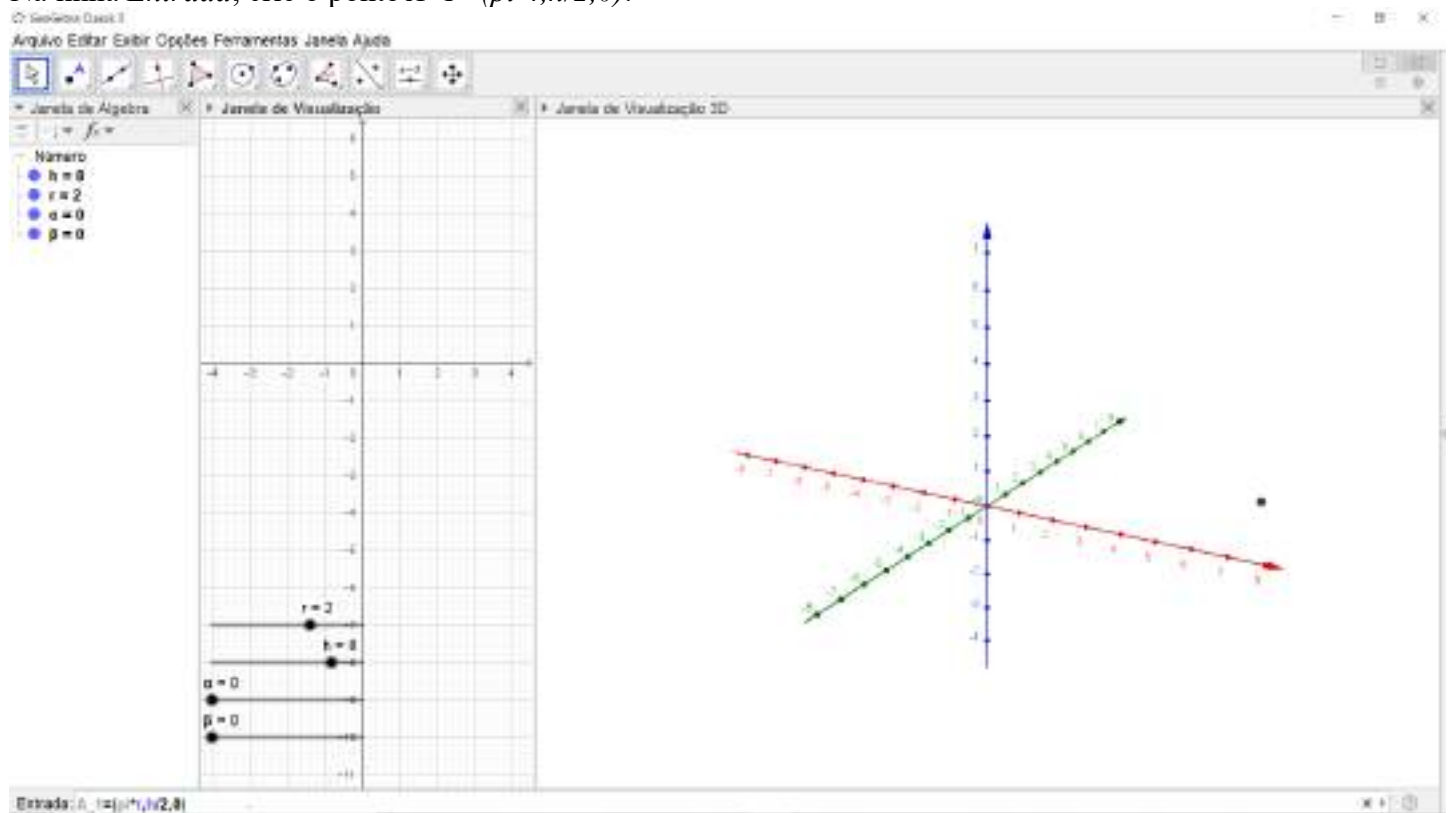
(8) Crie um “*Controle Deslizante*” para o ângulo de giro que será utilizado na planificação dos dois discos (base e topo) do cilindro. Chame de “ β ”, com mínimo 0 e máximo $\pi/2$ (radianos).



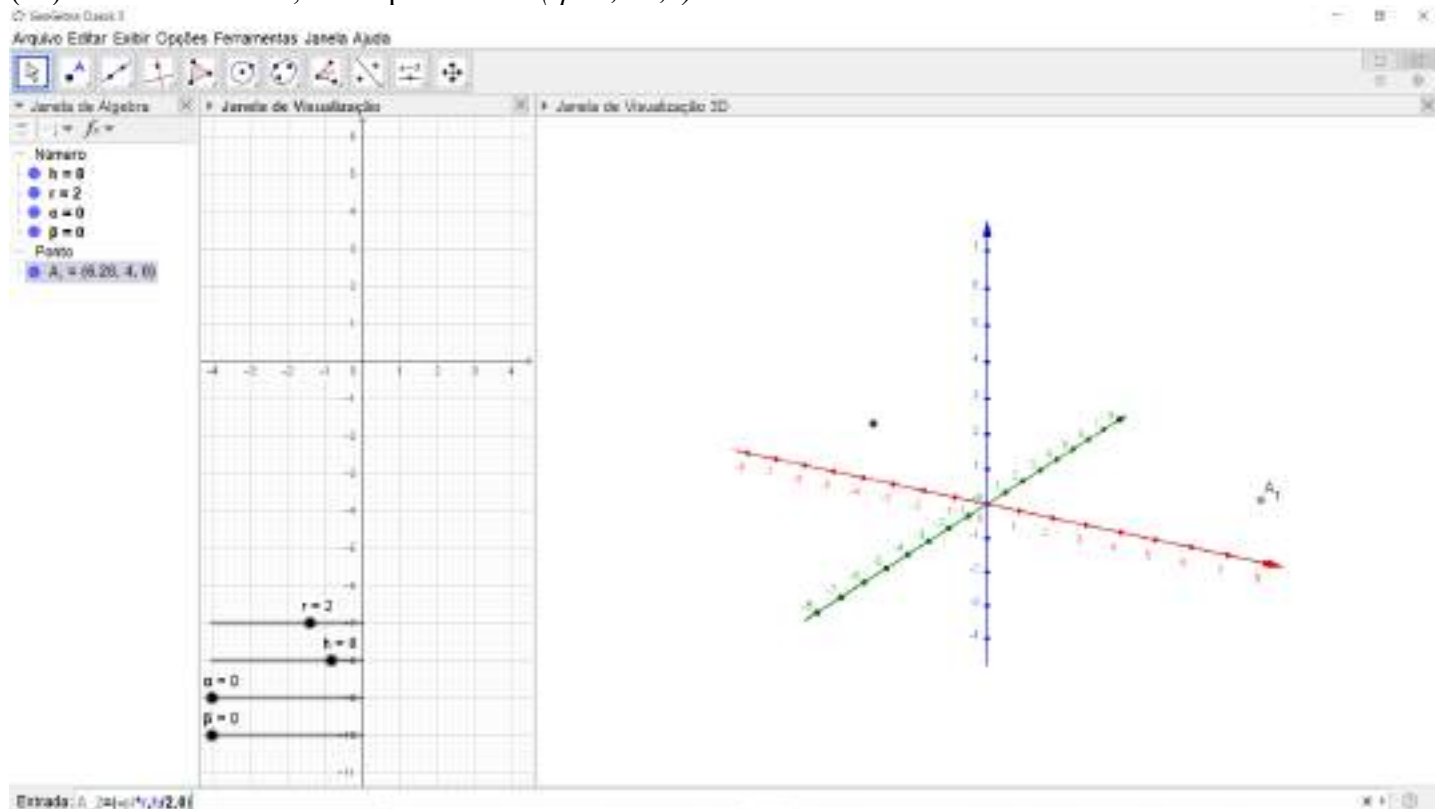
(9) Organize os quatro controles deslizantes na janela 2D, mais ou menos, como na figura abaixo. Coloque $r=2$ e $h=8$, por enquanto. Além disso, organize os objetos na Janela de Álgebra por “Tipo de Objeto”.



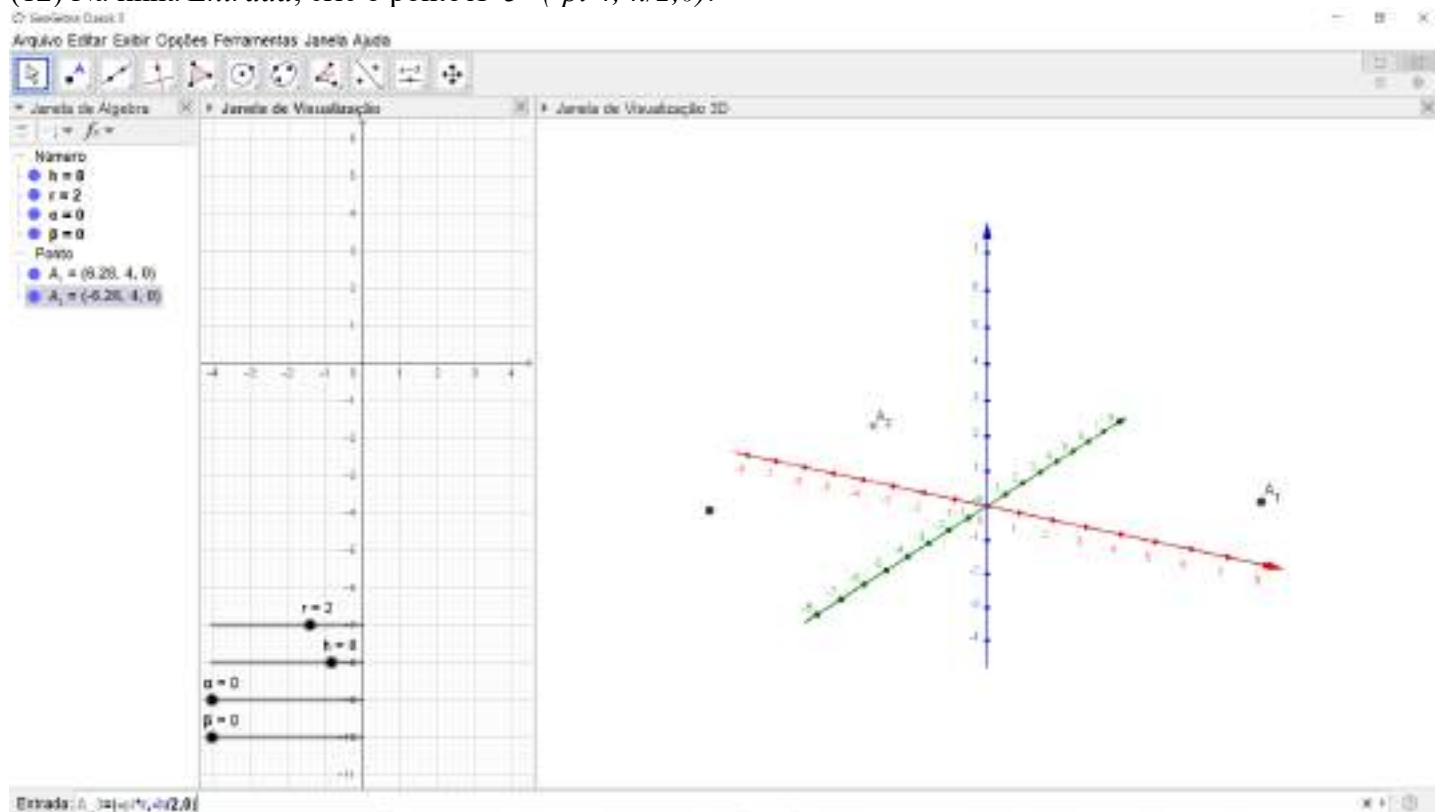
(10) Vamos criar os quatro vértices do retângulo que será a planificação da superfície lateral do cilindro. Na linha *Entrada*, crie o ponto $A = (\pi \cdot r, h/2, 0)$.



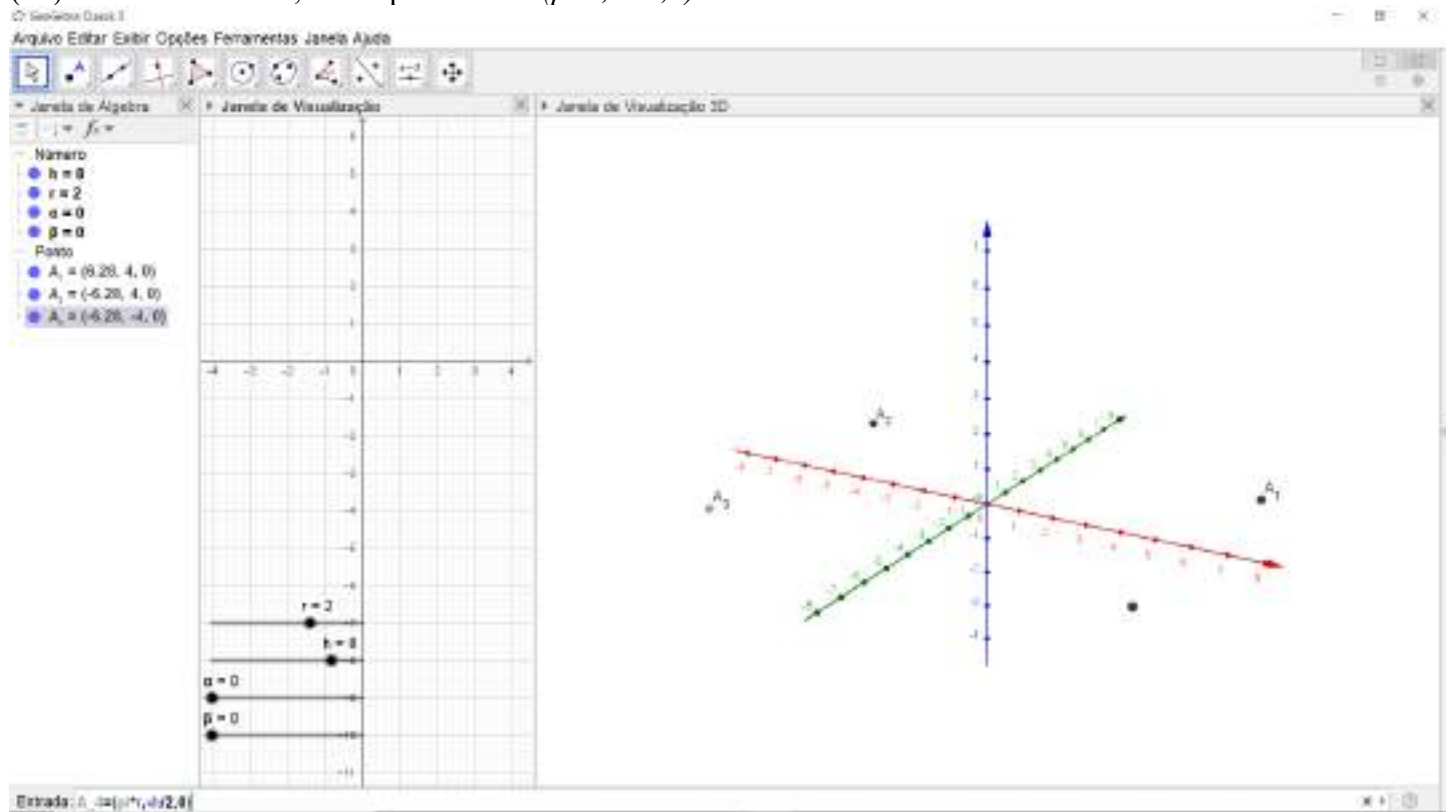
(11) Na linha *Entrada*, crie o ponto $A_2 = (-\pi \cdot r, h/2, 0)$.



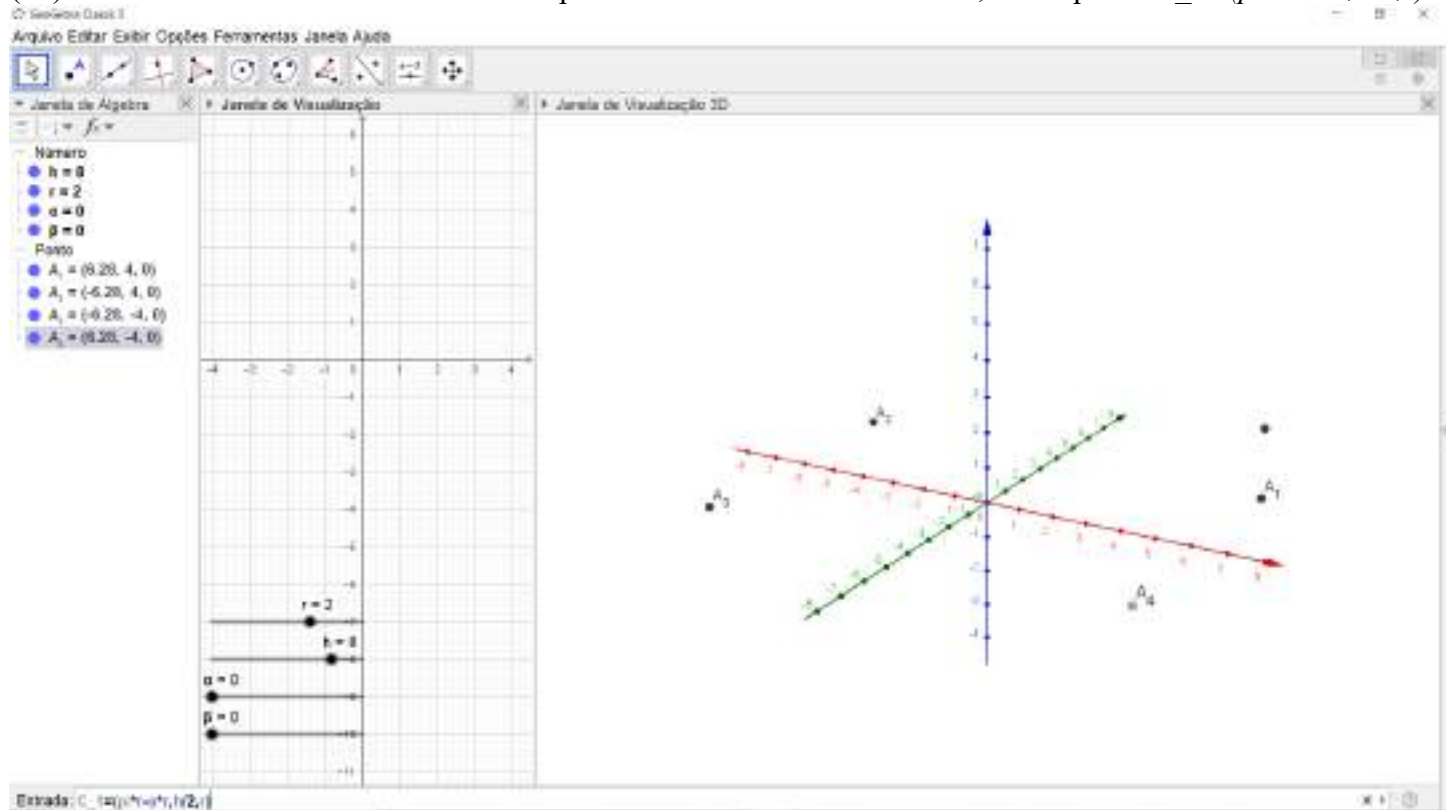
(12) Na linha *Entrada*, crie o ponto $A_3 = (-\pi \cdot r, -h/2, 0)$.



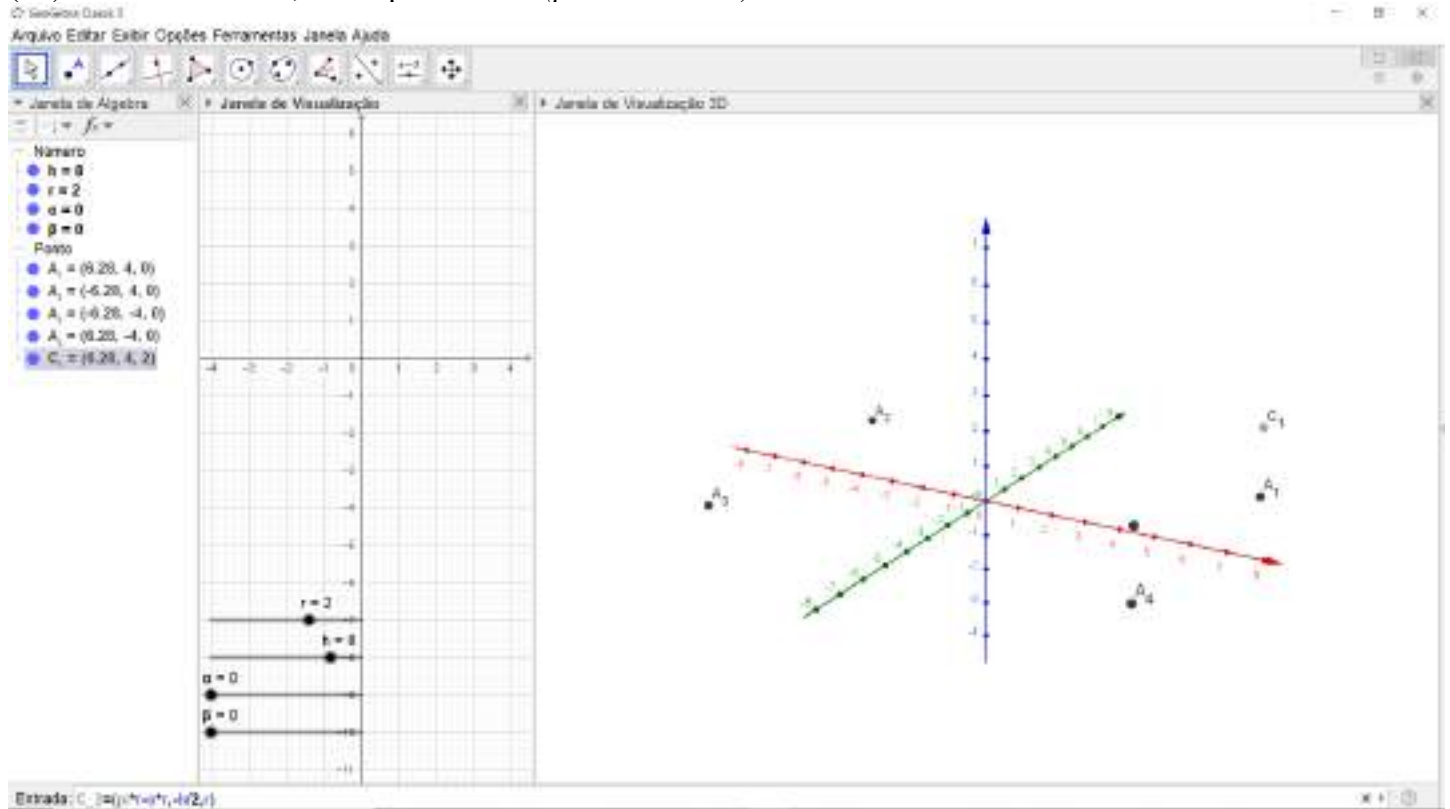
(13) Na linha *Entrada*, crie o ponto $A_4 = (\pi \cdot r, -h/2, 0)$.



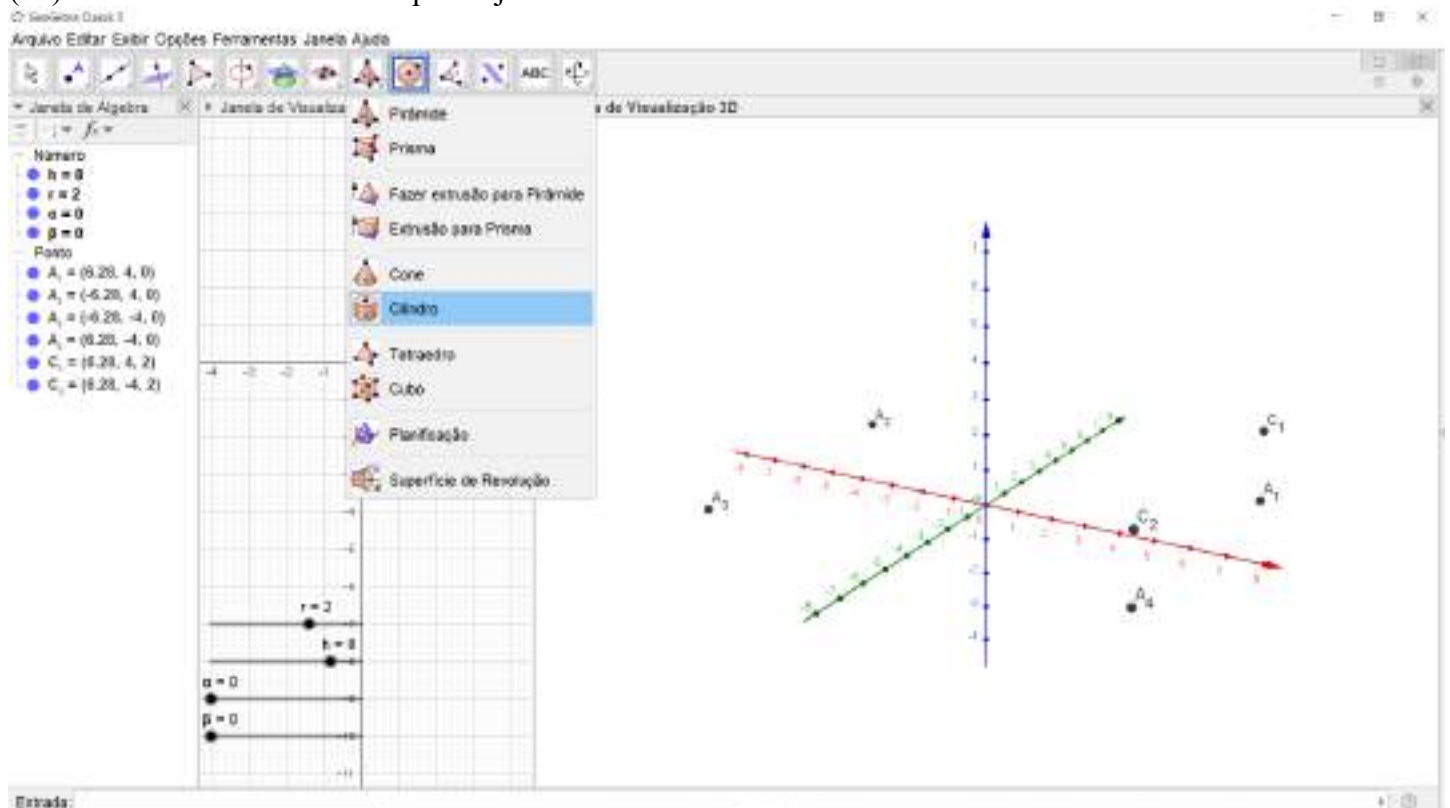
(14) Vamos criar os centros da base e do topo do cilindro. Na linha *Entrada*, crie o ponto $C_1 = (\pi \cdot r - \alpha \cdot r, h/2, r)$.



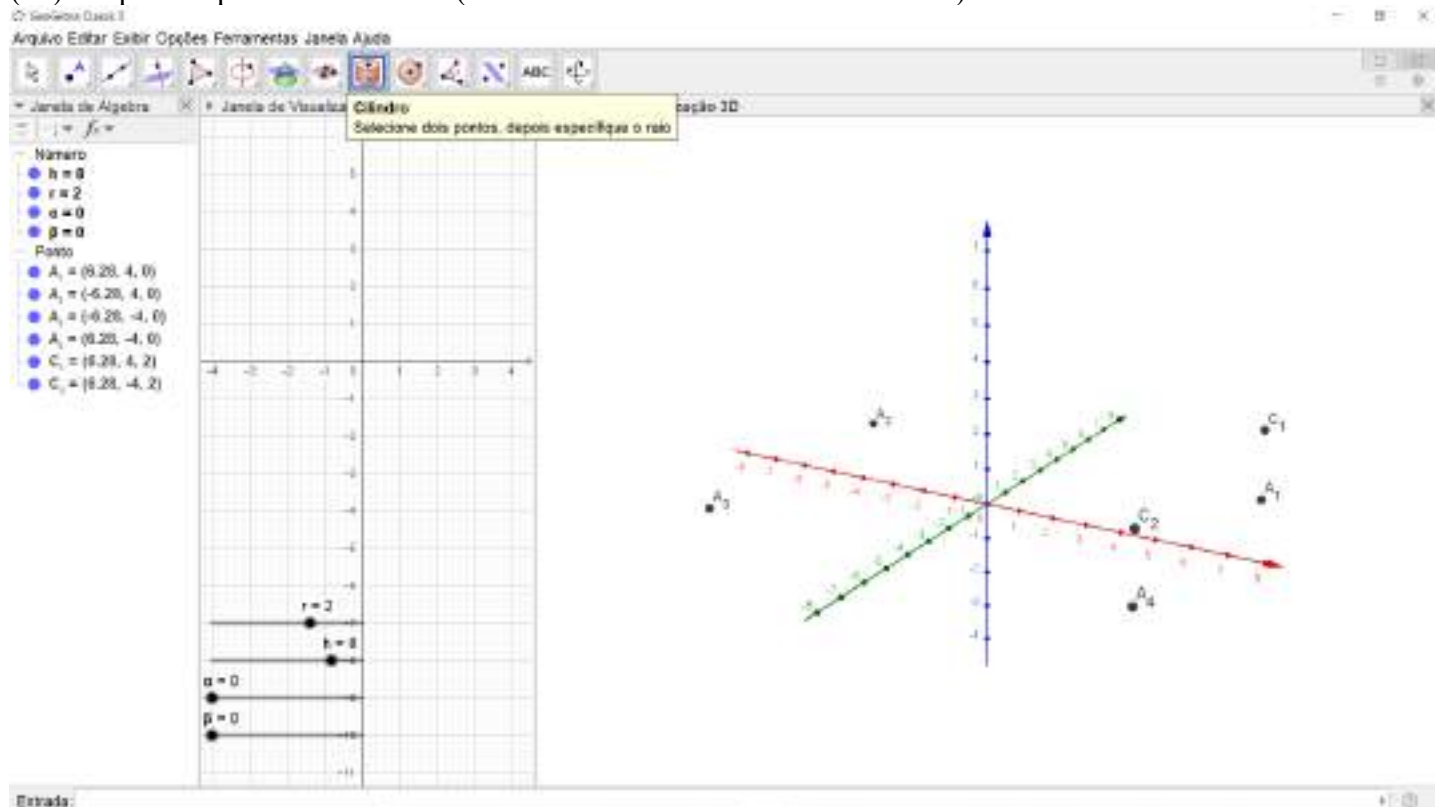
(15) Na linha *Entrada*, crie o ponto $C_2 = (\pi * r - \alpha * r; -h/2, r)$.



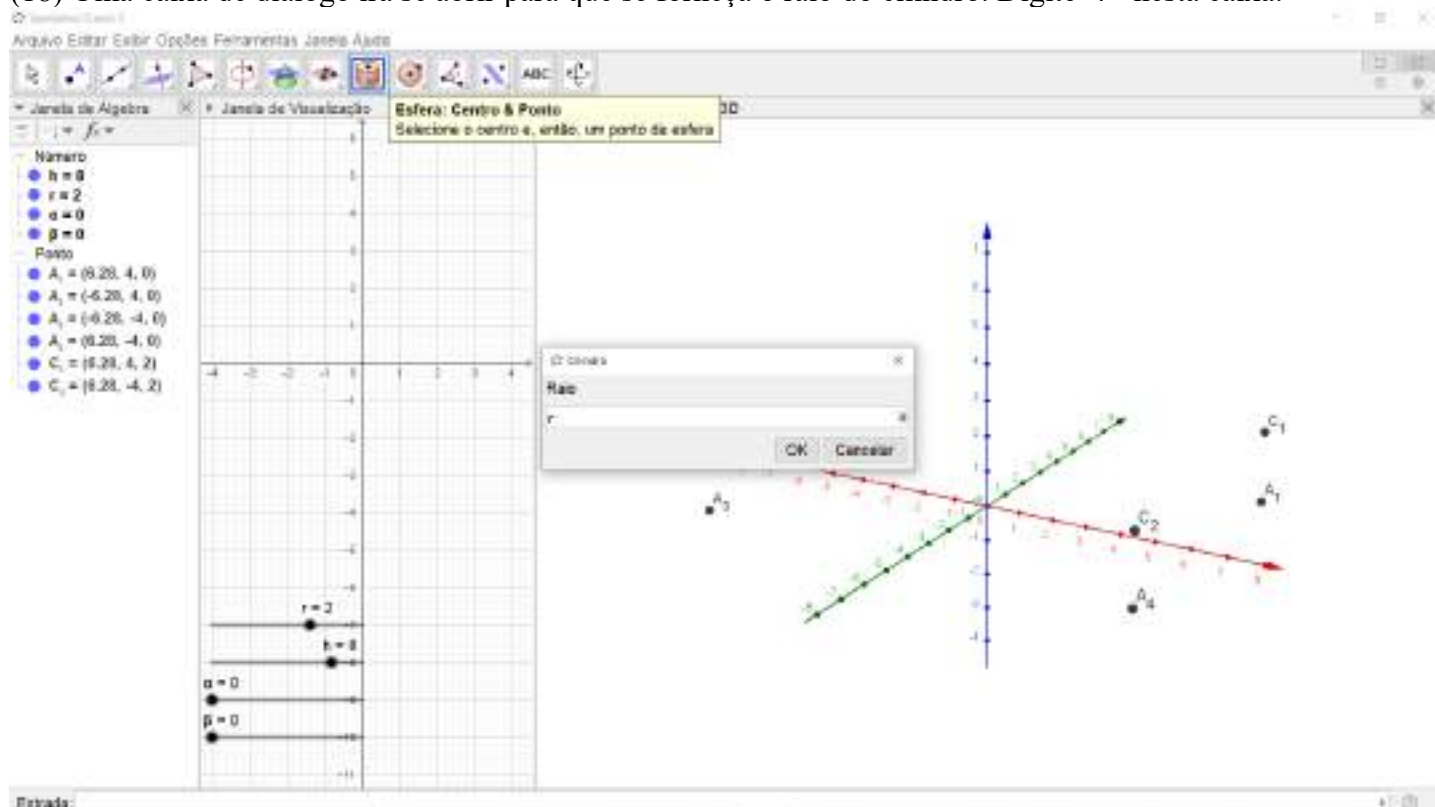
(16) Vamos criar o cilindro: clique na janela 3D e abra o menu do nono botão. Escolha o item “Cilindro”.



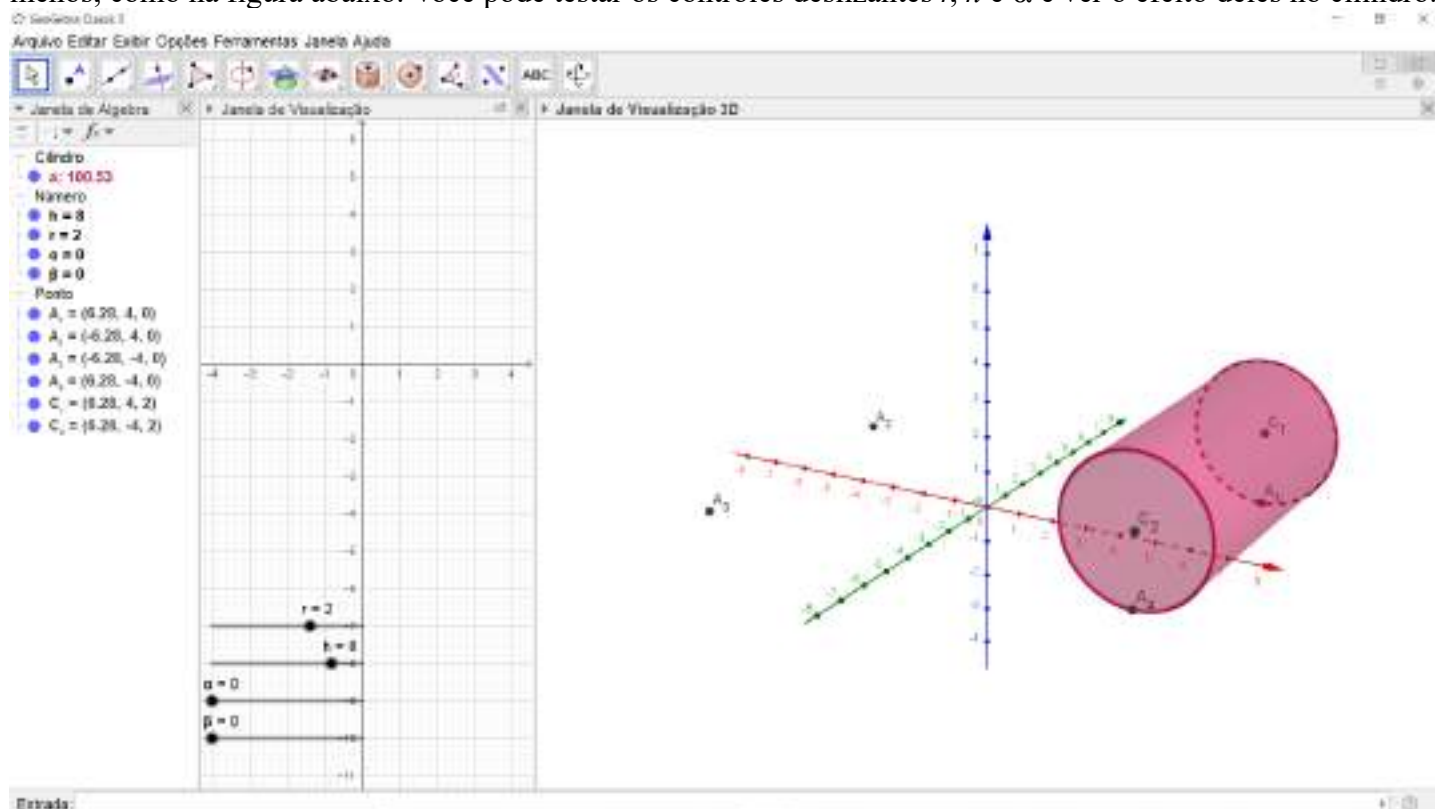
(17) Clique nos pontos C_1 e C_2 (estamos fornecendo o eixo do cilindro).



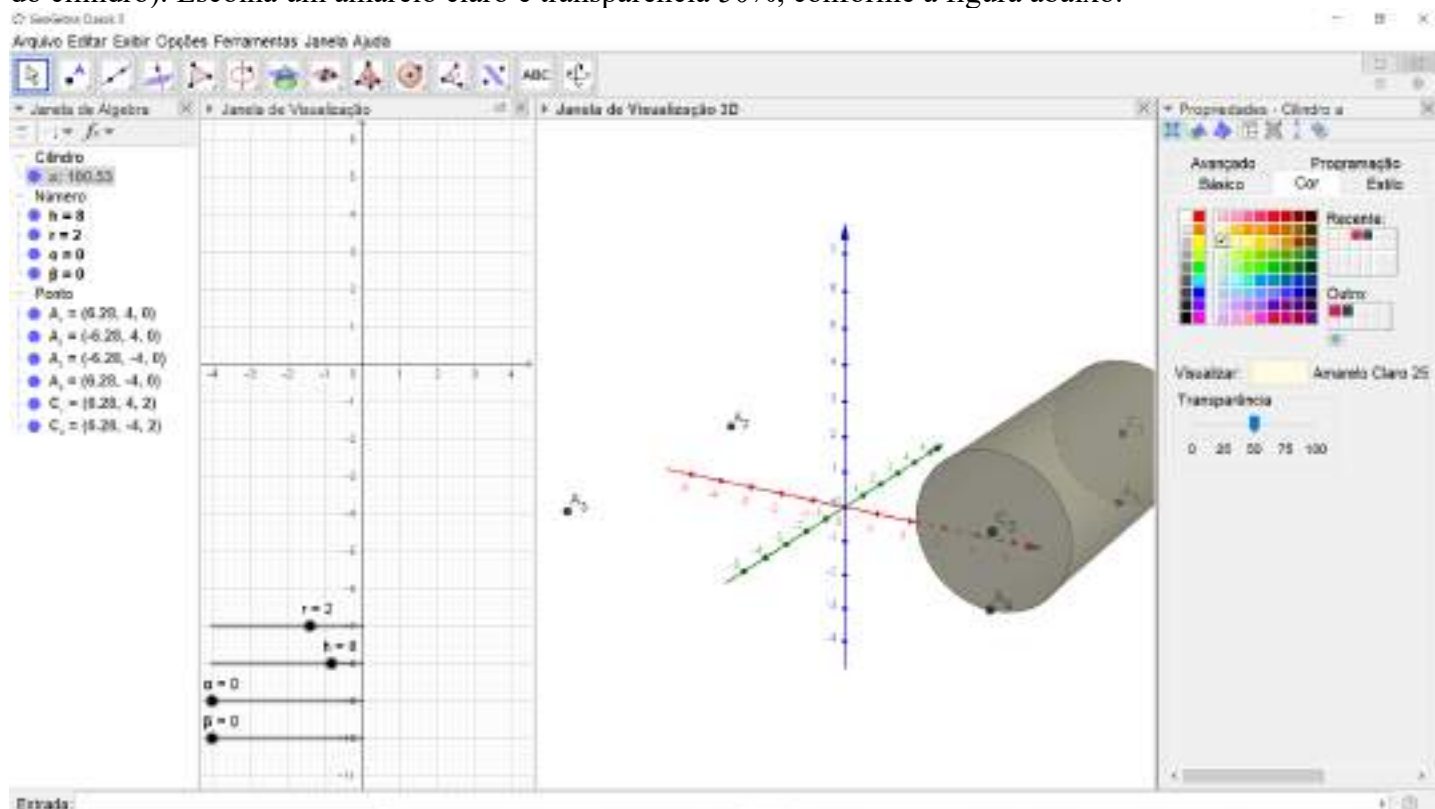
(18) Uma caixa de diálogo irá se abrir para que se forneça o raio do cilindro. Digite “ r ” nesta caixa.



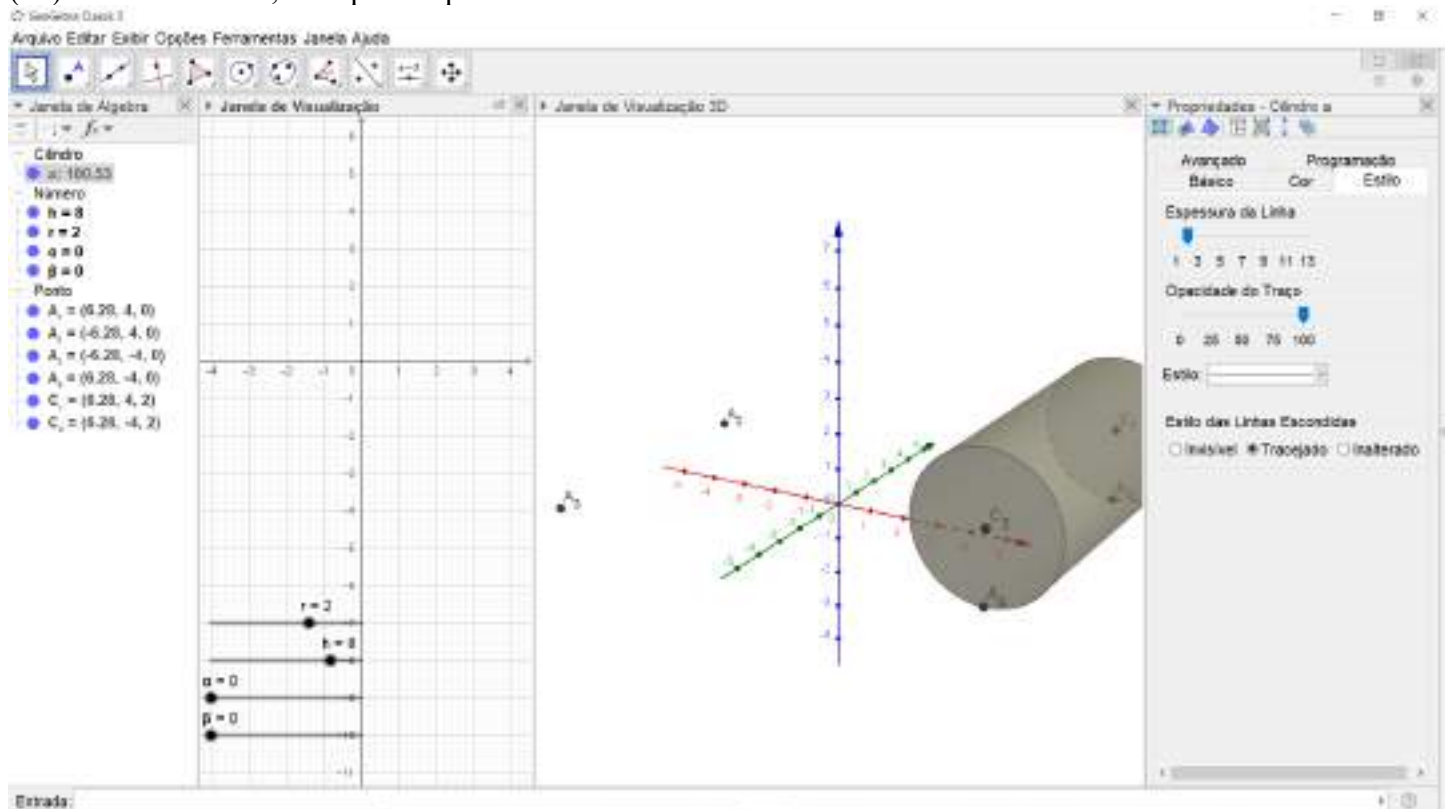
(19) Se tudo deu certo, temos um cilindro de raio r e altura h “deitado” sobre o plano cartesiano xy , mais ou menos, como na figura abaixo. Você pode testar os controles deslizantes r , h e α e ver o efeito deles no cilindro.



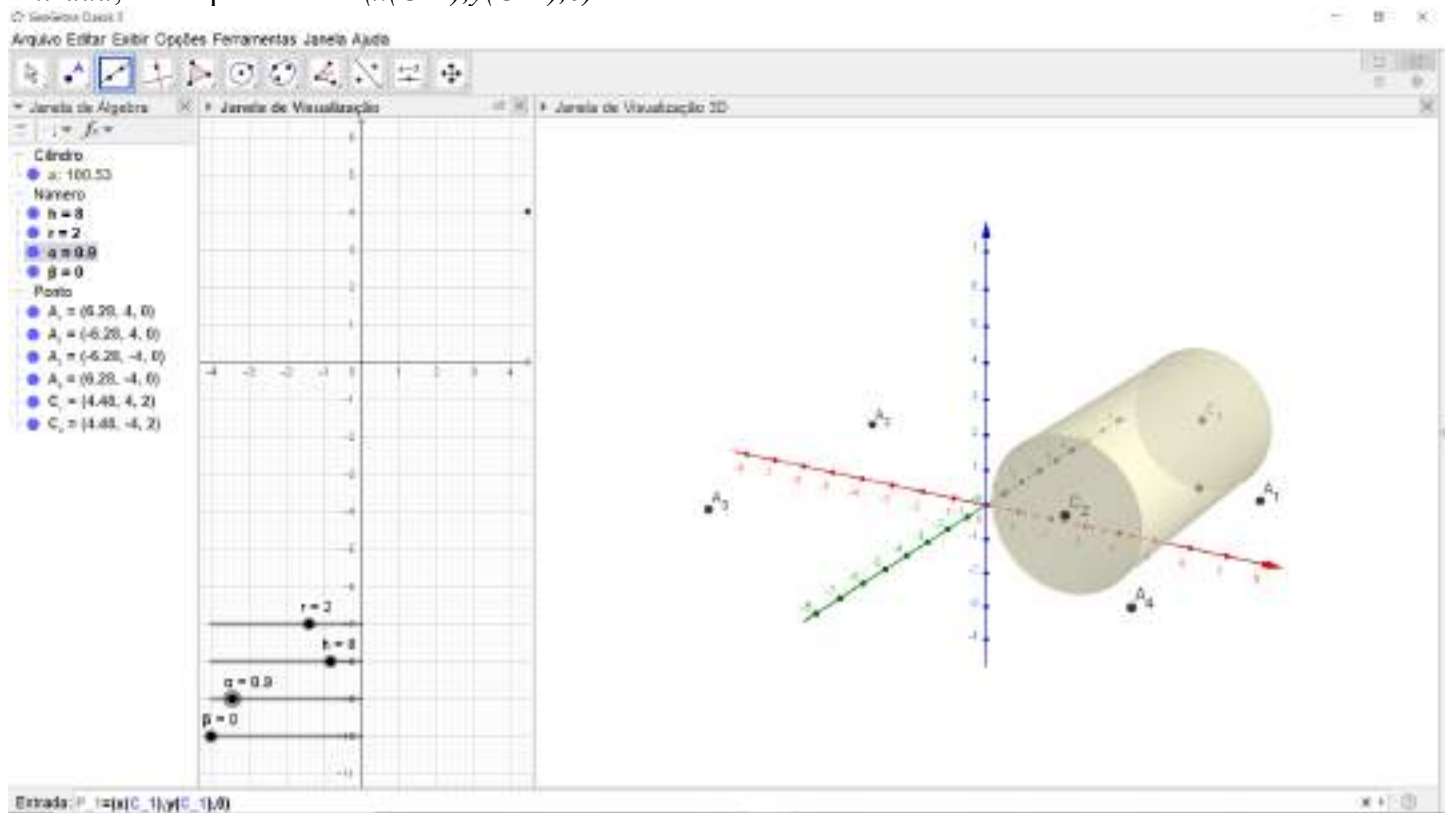
(20) Geralmente, a cor e a espessura dos contornos do cilindro não são muito adequados para o que planejamos fazer. Podemos acessar as *Propriedades* do cilindro pela Janela de Álgebra (clicando com o botão direito do mouse sobre o cilindro que, neste caso foi chamado de “a” - o número que aparece na frente do “a” é o volume do cilindro). Escolha um amarelo claro e transparência 50%, conforme a figura abaixo.



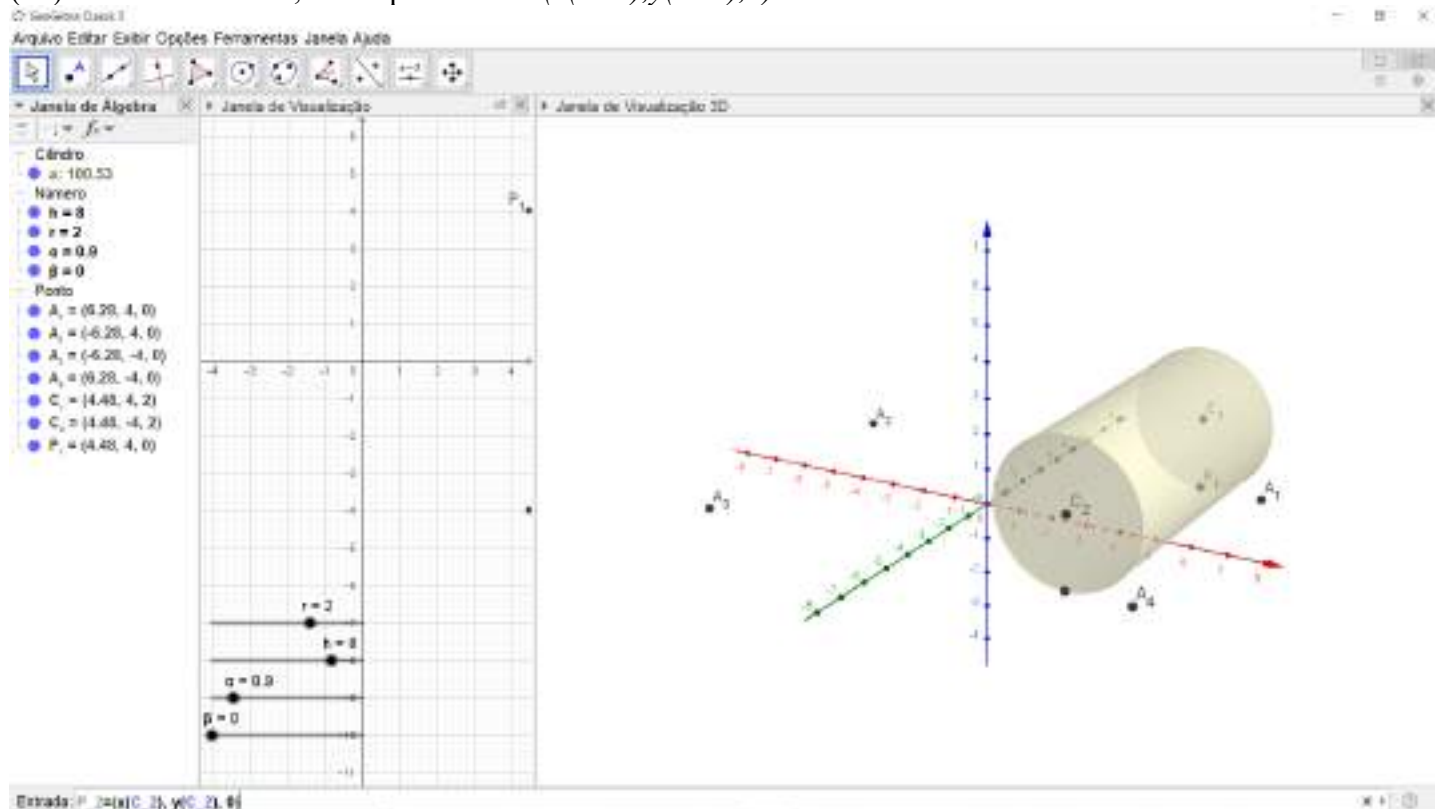
(21) Na aba “Estilo”, coloque a espessura da linha como sendo “2”.



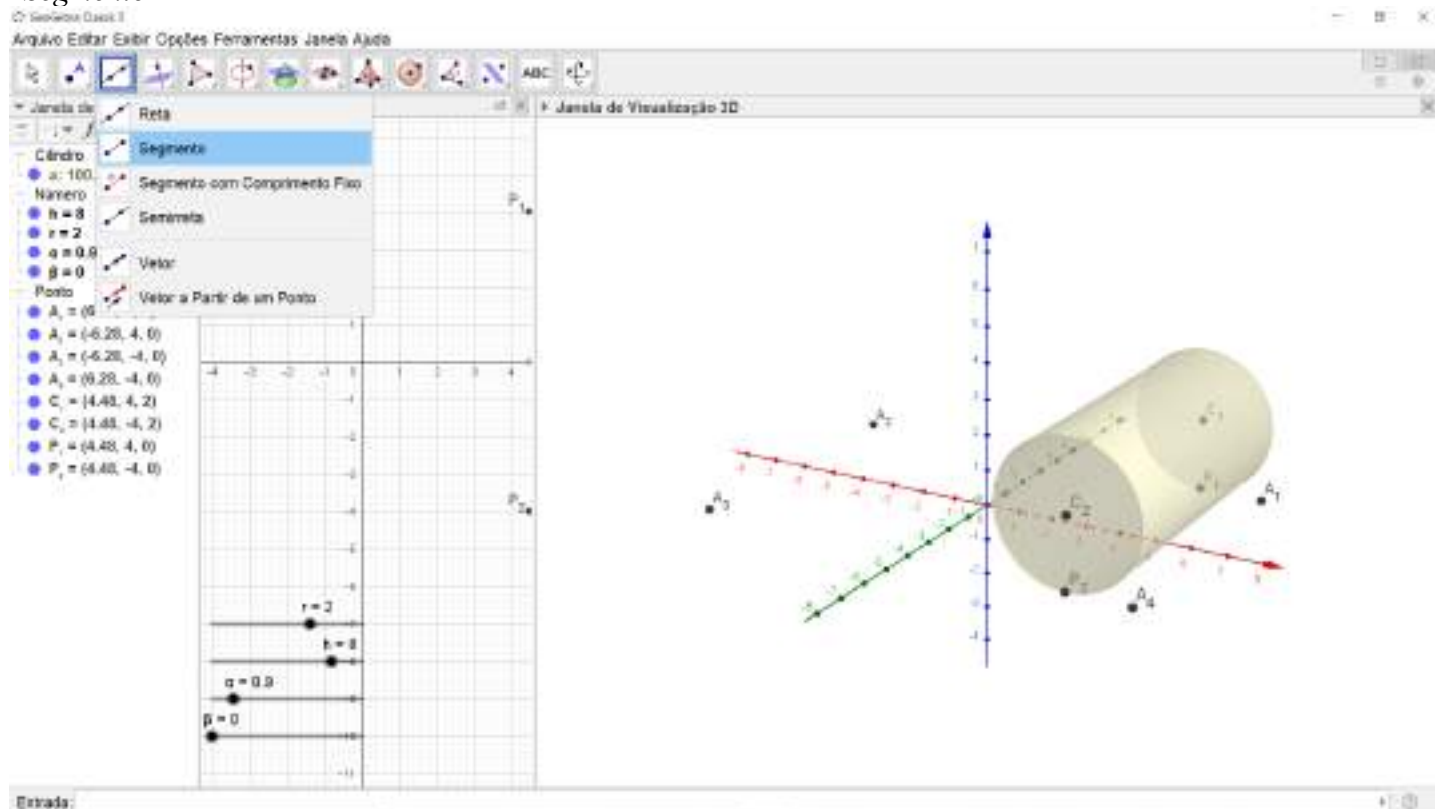
(22) Vamos criar os pontos que são projeções ortogonais de C_1 e C_2 no plano cartesiano xy . Na linha *Entrada*, crie o ponto $P_1 = (x(C_1), y(C_1), 0)$.



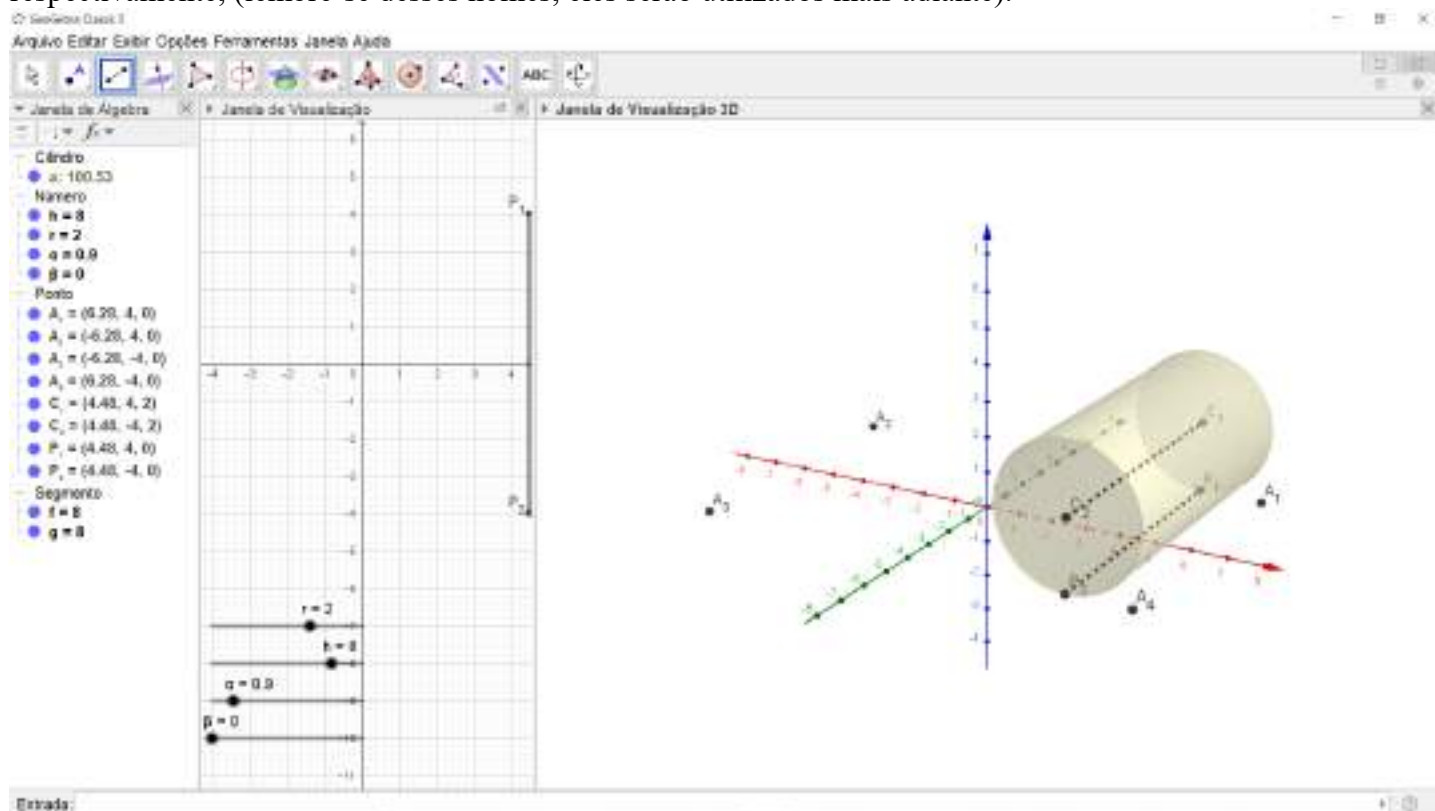
(23) Na linha *Entrada*, crie o ponto $P_2 = (x(C_2), y(C_2), 0)$.



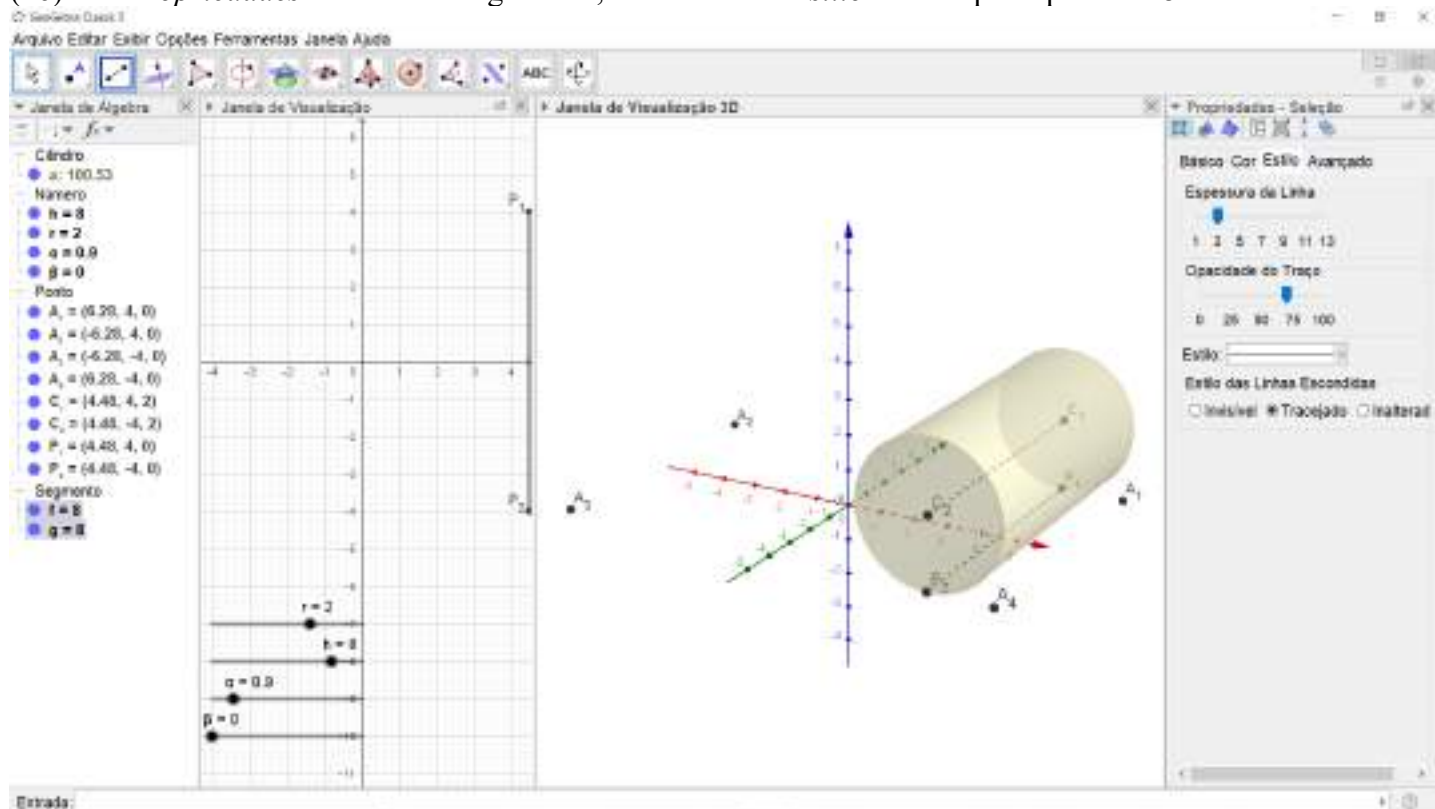
(24) Clique na janela 3D. Na barra de ferramentas, acesse o menu do terceiro botão e escolha o item "Segmento".



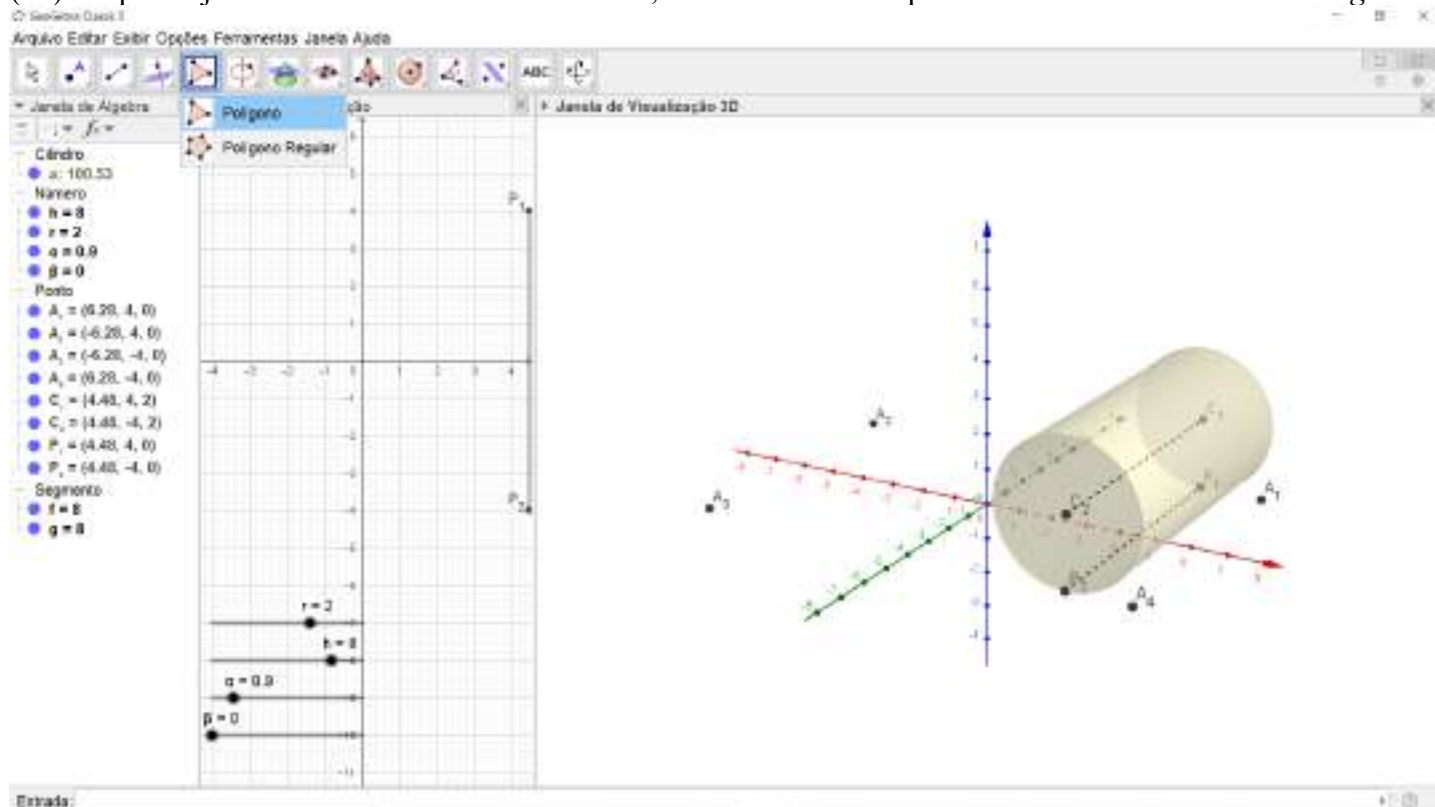
(25) Crie os segmentos C_{IC_2} e P_{IP_2} . Na figura abaixo eles foram chamados de “f” e “g”, respectivamente, (lembre-se desses nomes, eles serão utilizados mais adiante).



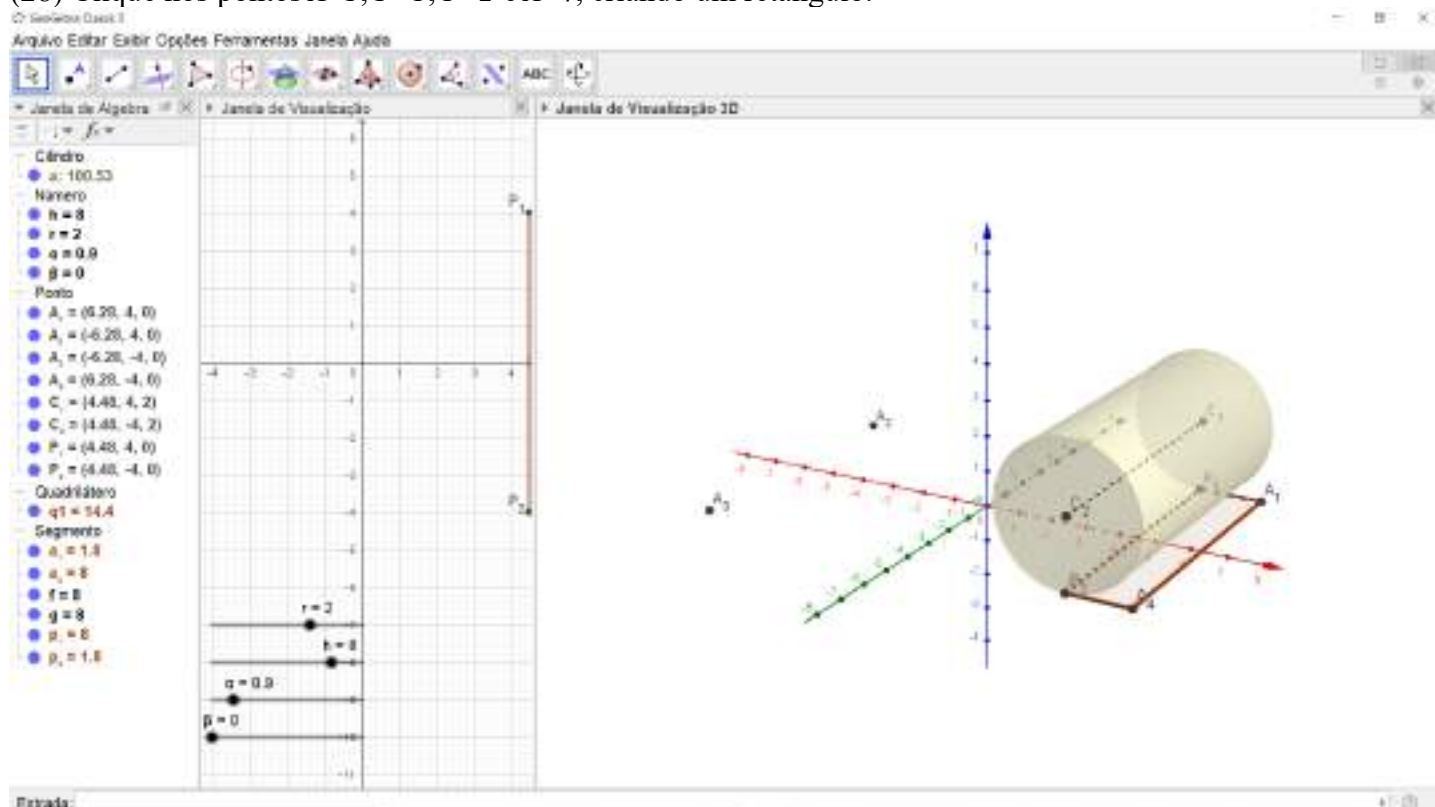
(26) Nas *Propriedades* desses dois segmentos, acesse a aba “Estilo” e coloque espessura “3”.



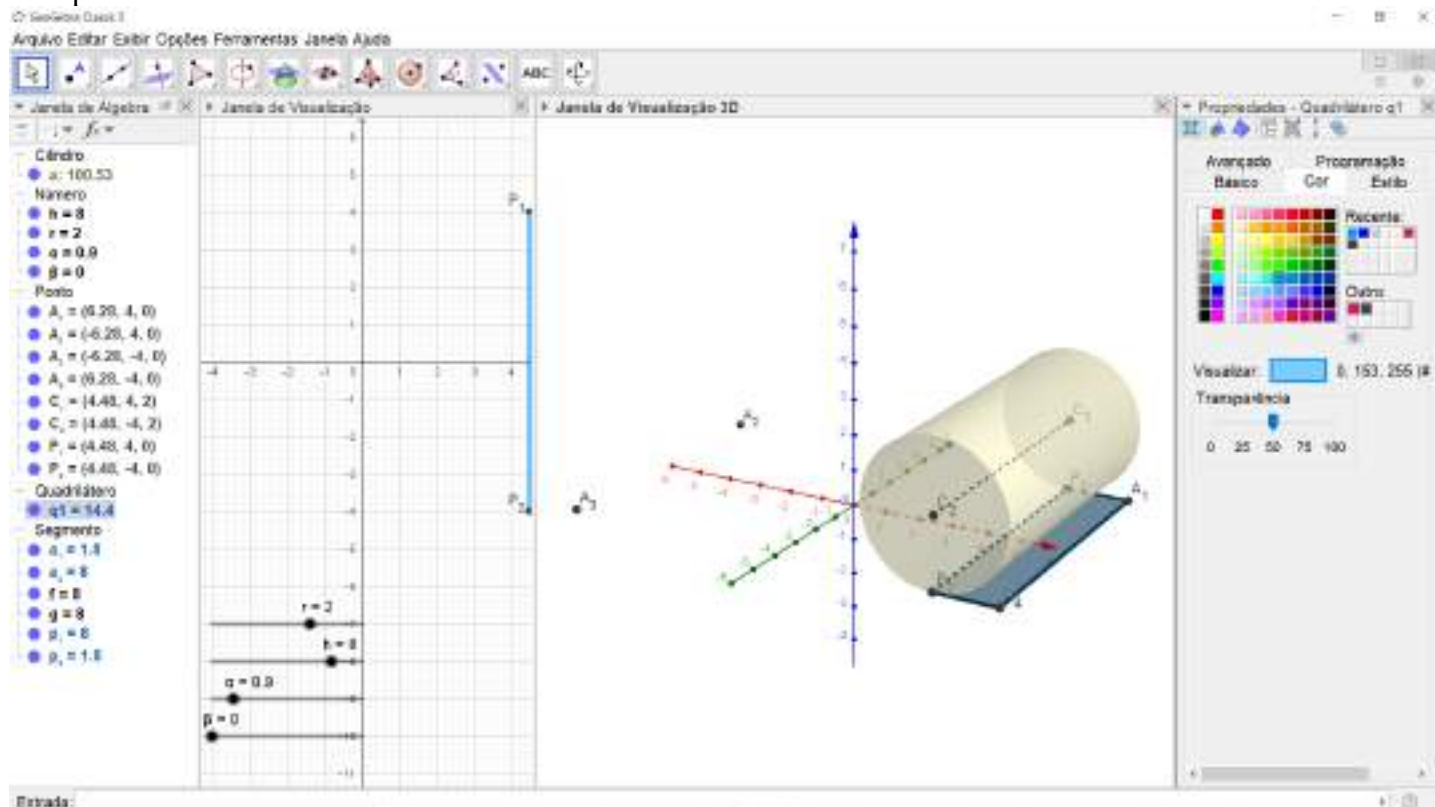
(27) Clique na janela 3D. Na barra de ferramentas, acesse o menu do quinto botão e escolha o item “Polígono”.



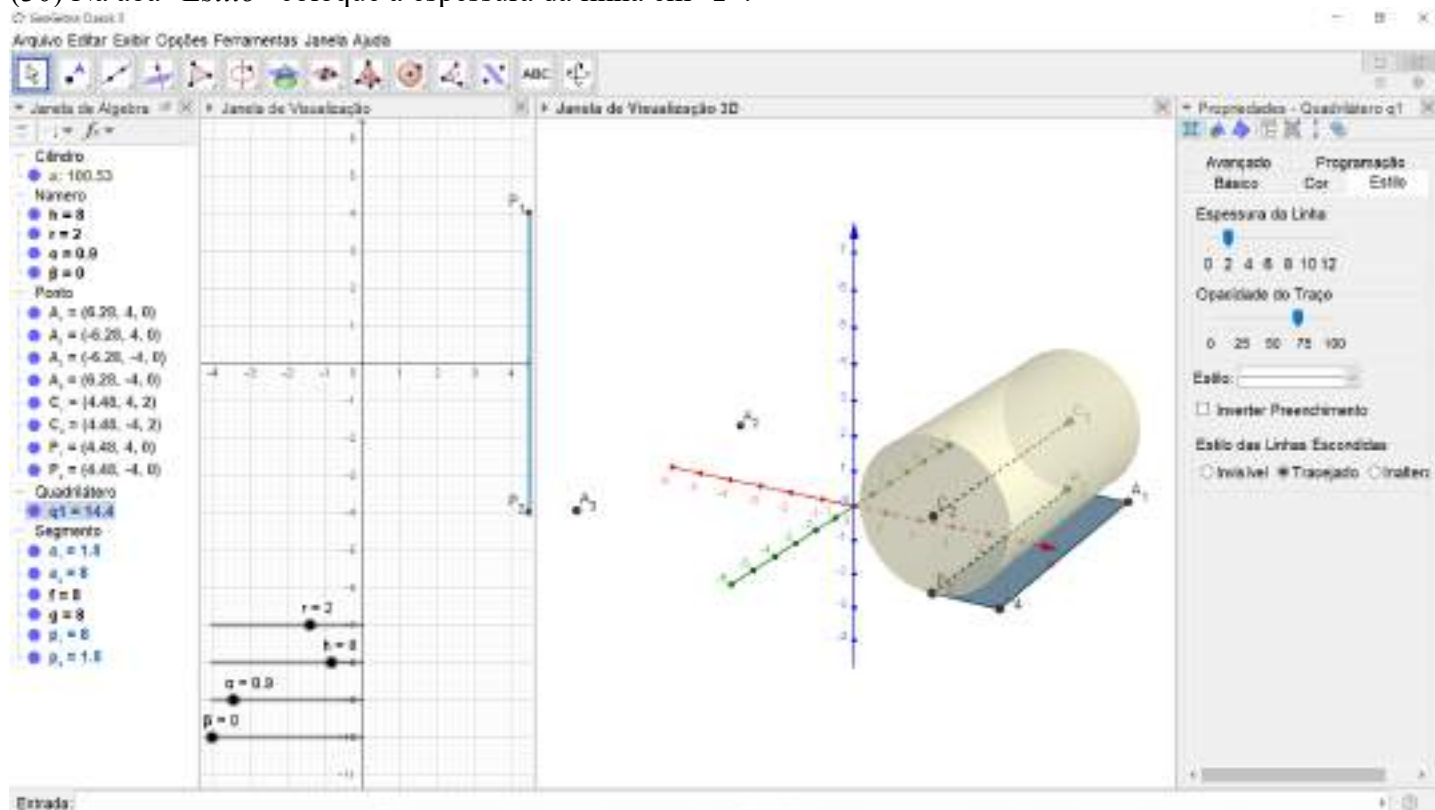
(28) Clique nos pontos A_1, P_1, P_2 e A_4 , criando um retângulo.



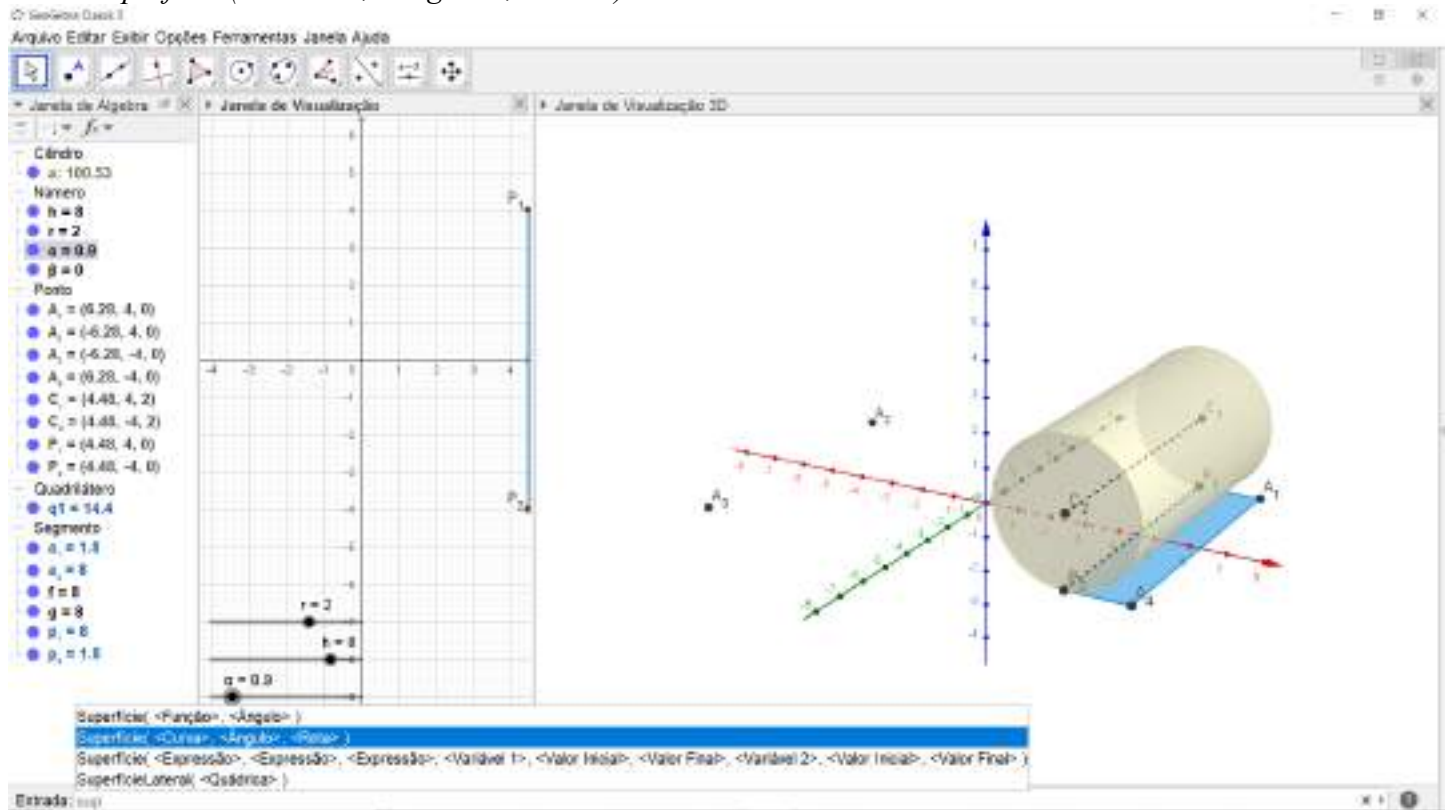
(29) Na Janela de Álgebra, clique com o botão direito do mouse no Quadrilátero $q1$ (o número que aparece na frente do $q1$ é a área) e acesse as Propriedades. Na aba “Cor”, escolha um azul claro e coloque 50% de transparência.



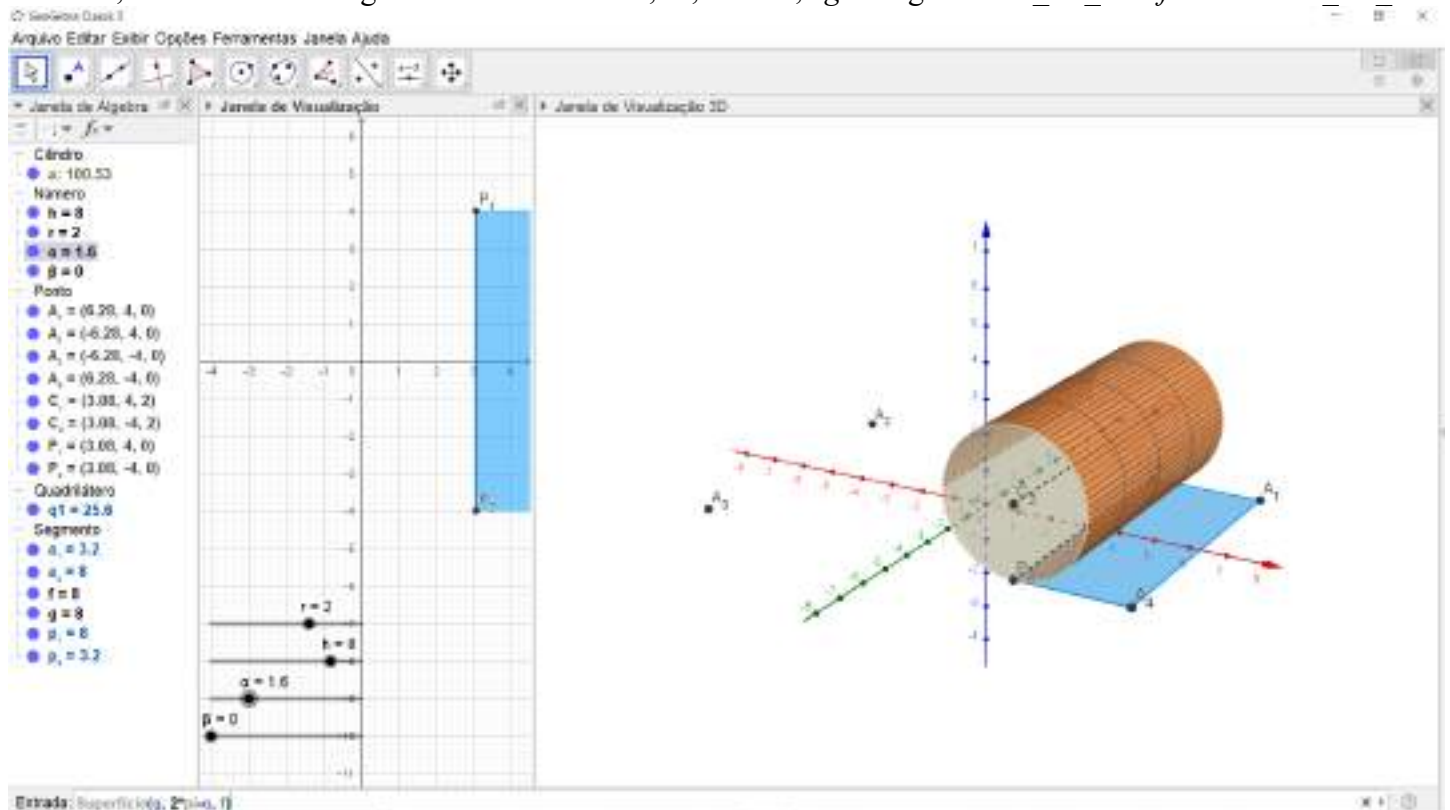
(30) Na aba “Estilo” coloque a espessura da linha em “2”.



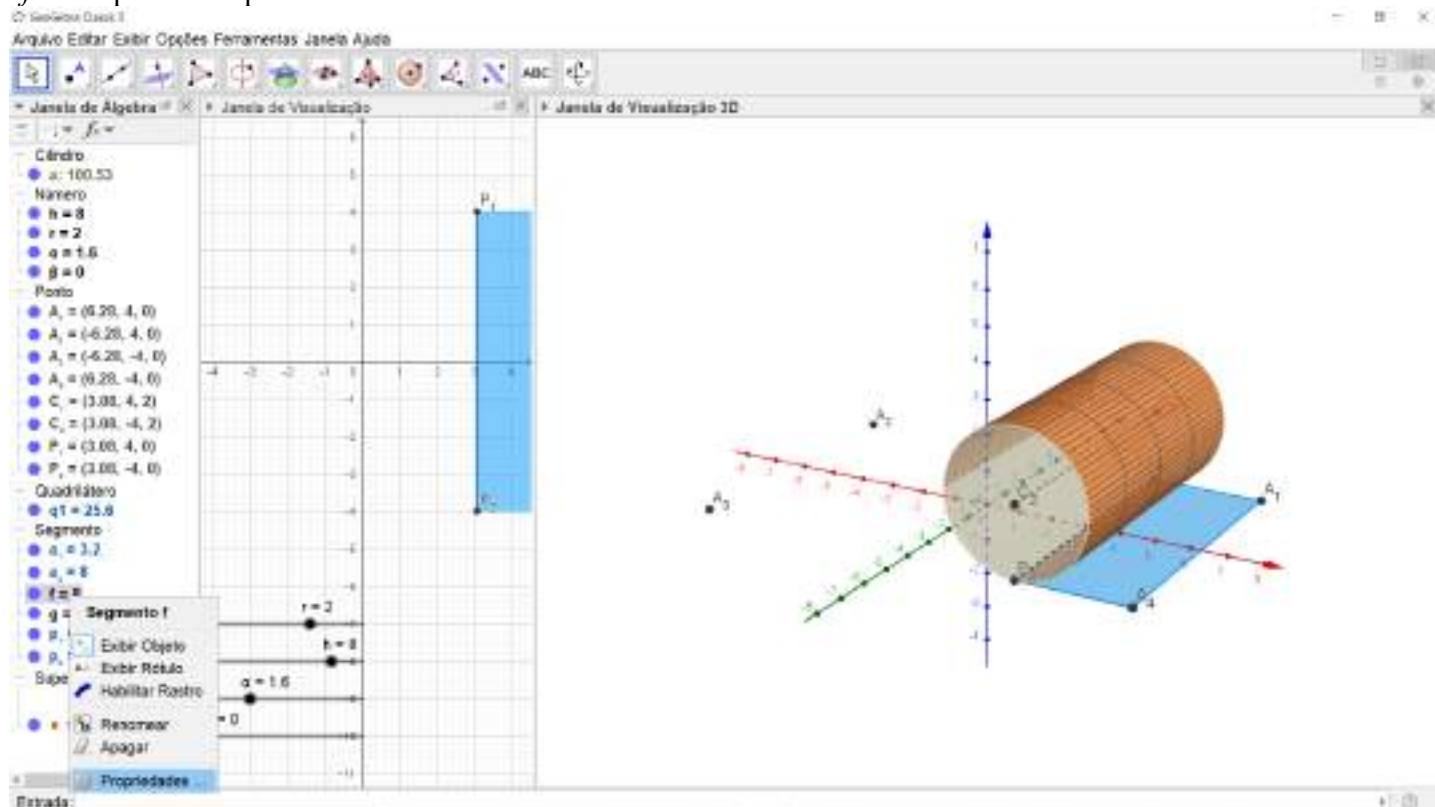
(31) Na linha *Entrada* comece a digitar a palavra “superfície”. Nas sugestões que aparecerão, escolha a segunda delas: *Superfície* (<Curva>, <Ângulo>, <Reta>).



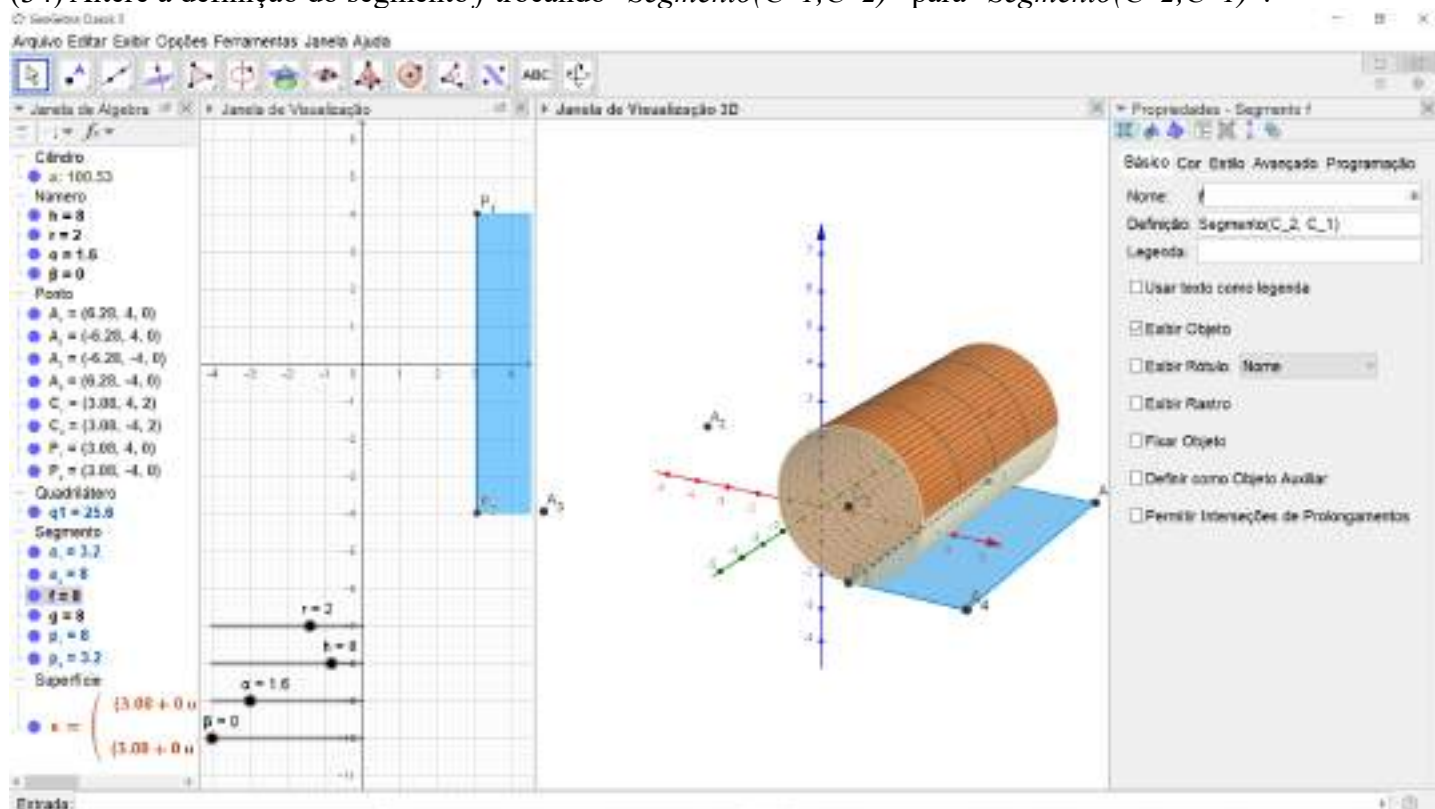
(32) Entre com o comando $Superfície(g, 2 \cdot \pi - \alpha, f)$. O que estamos fazendo é uma **superfície de revolução**, que é obtida pelo giro de ângulo $2 \cdot \pi - \alpha$ da geratriz P_1P_2 em torno do eixo C_1C_2 do cilindro. Aqui é importante verificar, nos rótulos dos segmentos do GeoGebra, se, de fato, “g” é a geratriz P_1P_2 e “f” é o eixo C_1C_2 .



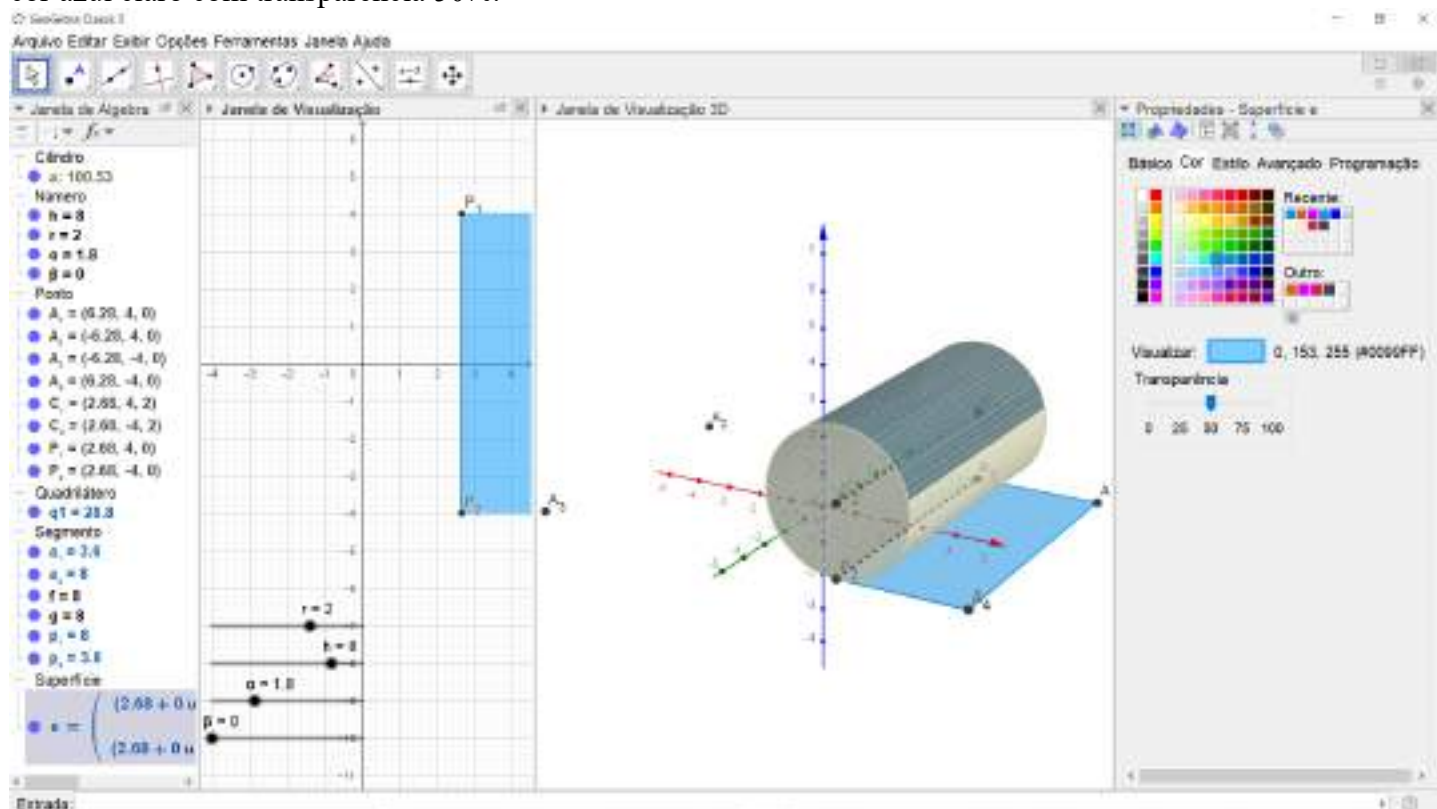
(33) Observe que a superfície de revolução que foi criada (na cor laranja) não é bem aquela que queremos. A ideia aqui é que parte da superfície lateral do cilindro (na cor laranja) vá se “desenrolando” no retângulo azul à medida que o cilindro gira. A figura abaixo não está ilustrando isso. Precisamos alterar o sentido do ângulo de giro no comando da superfície de revolução. Ele tem que ser no sentido oposto ao ângulo de medida $2\pi - \alpha$ que digitamos, isto é, deveria ser um ângulo de medida $-2\pi + \alpha$ (ou seja, giro no sentido horário, quando olhamos o cilindro a partir do disco de centro C_2). O problema é que, ao contrário do comando “Girar”, que aceita ângulos de medidas negativas, o comando “Superfície” (de revolução) não aceita ângulos de medidas negativas. Para contornar esse problema, precisamos inverter a “orientação do eixo de revolução”, ou seja, ao invés de considerar o eixo C_1C_2 , que está orientado de C_1 para C_2 , devemos orientá-lo de C_2 para C_1 , ou seja, basta redefinir o segmento “ f ” como sendo C_2C_1 . Para fazer isso, na Janela de Álgebra, clique com o botão direito do mouse sobre o segmento “ f ” e clique em Propriedades.



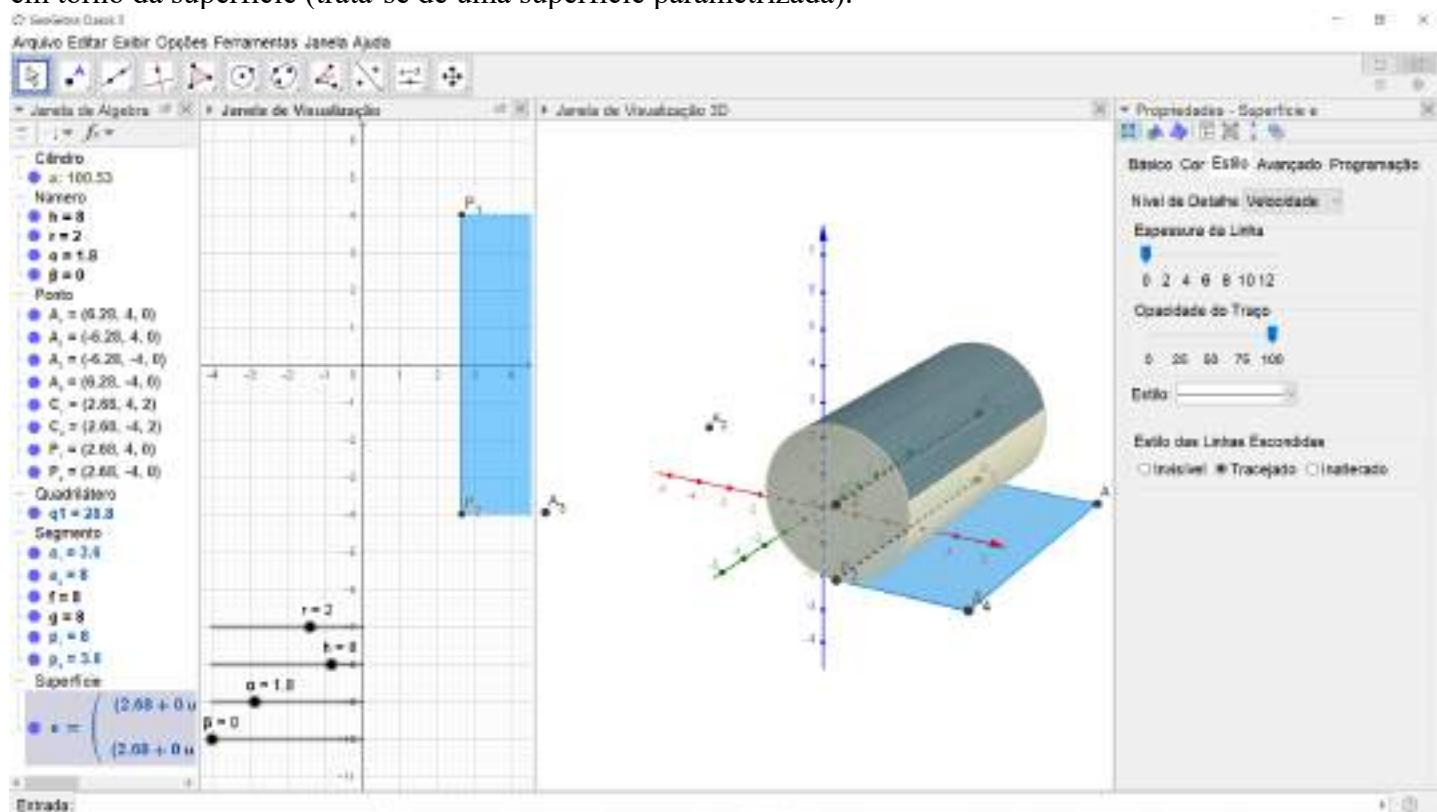
(34) Altere a definição do segmento f trocando “ $\text{Segmento}(C_1, C_2)$ ” para “ $\text{Segmento}(C_2, C_1)$ ”.



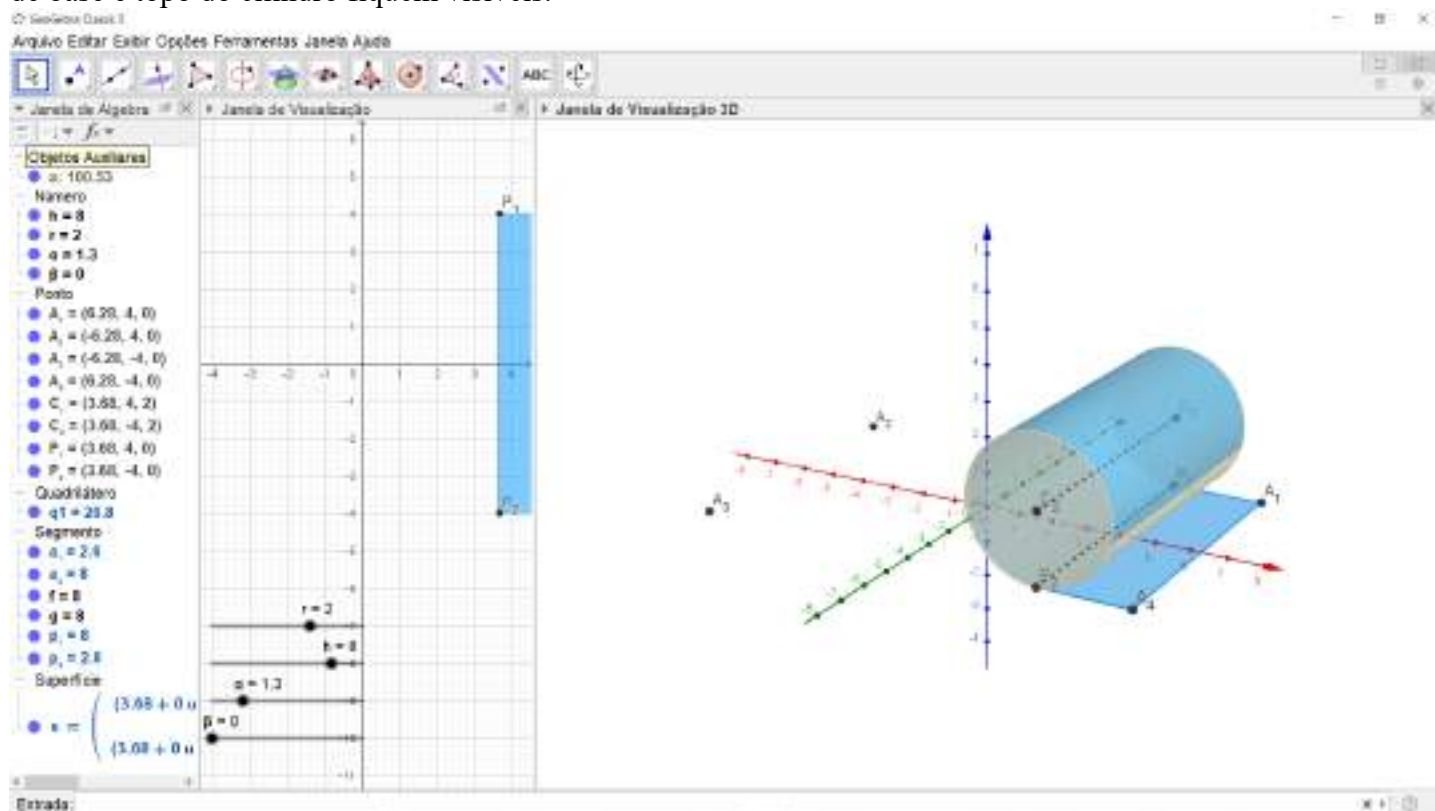
(35) Pronto! A superfície de rotação ficou do lado certo agora. Acesse as Propriedades da superfície e coloque a cor azul claro com transparência 50%.



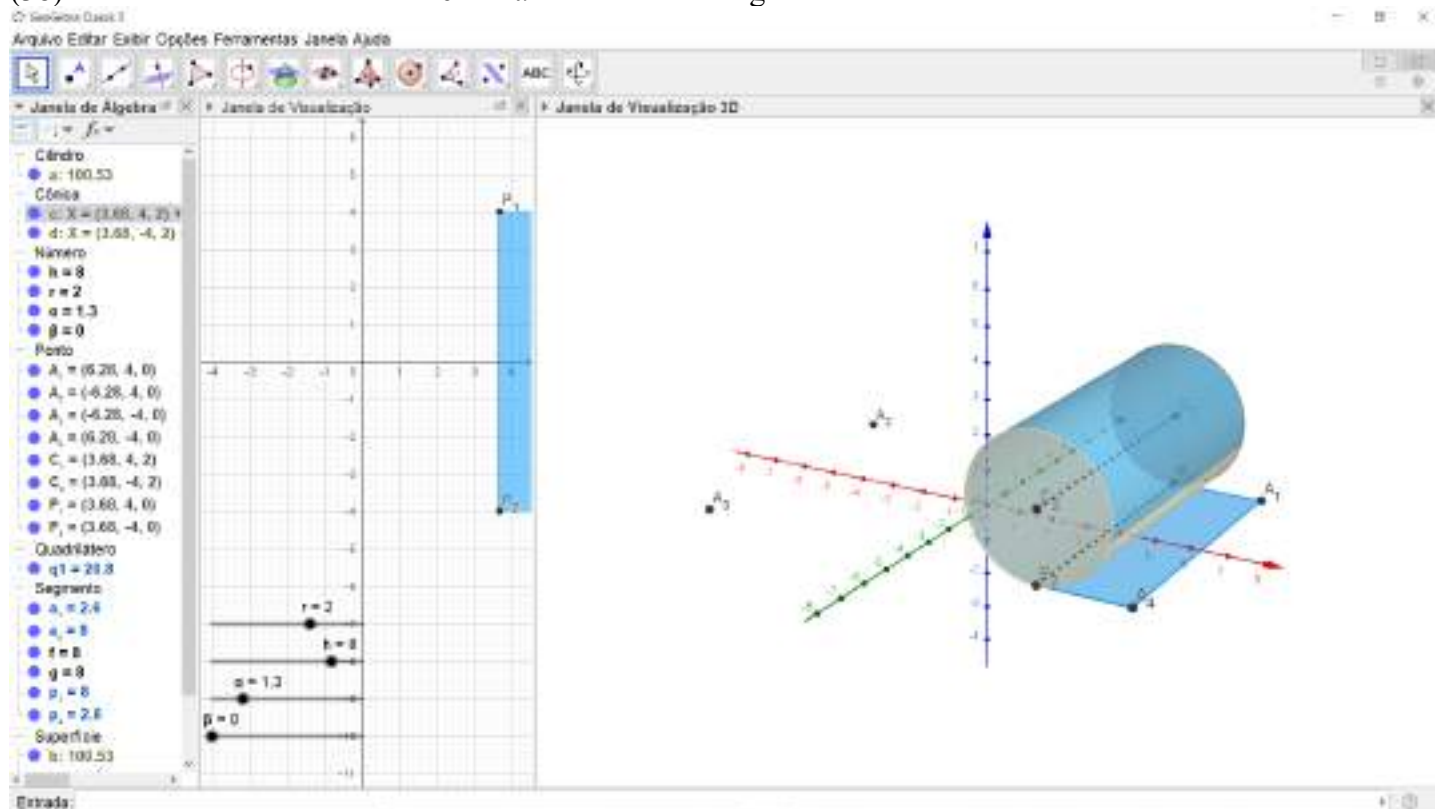
(36) Na aba “Estilo”, coloque a espessura da linha como sendo “0”. Isso ocultará a grade que o GeoGebra cria em torno da superfície (trata-se de uma superfície parametrizada).



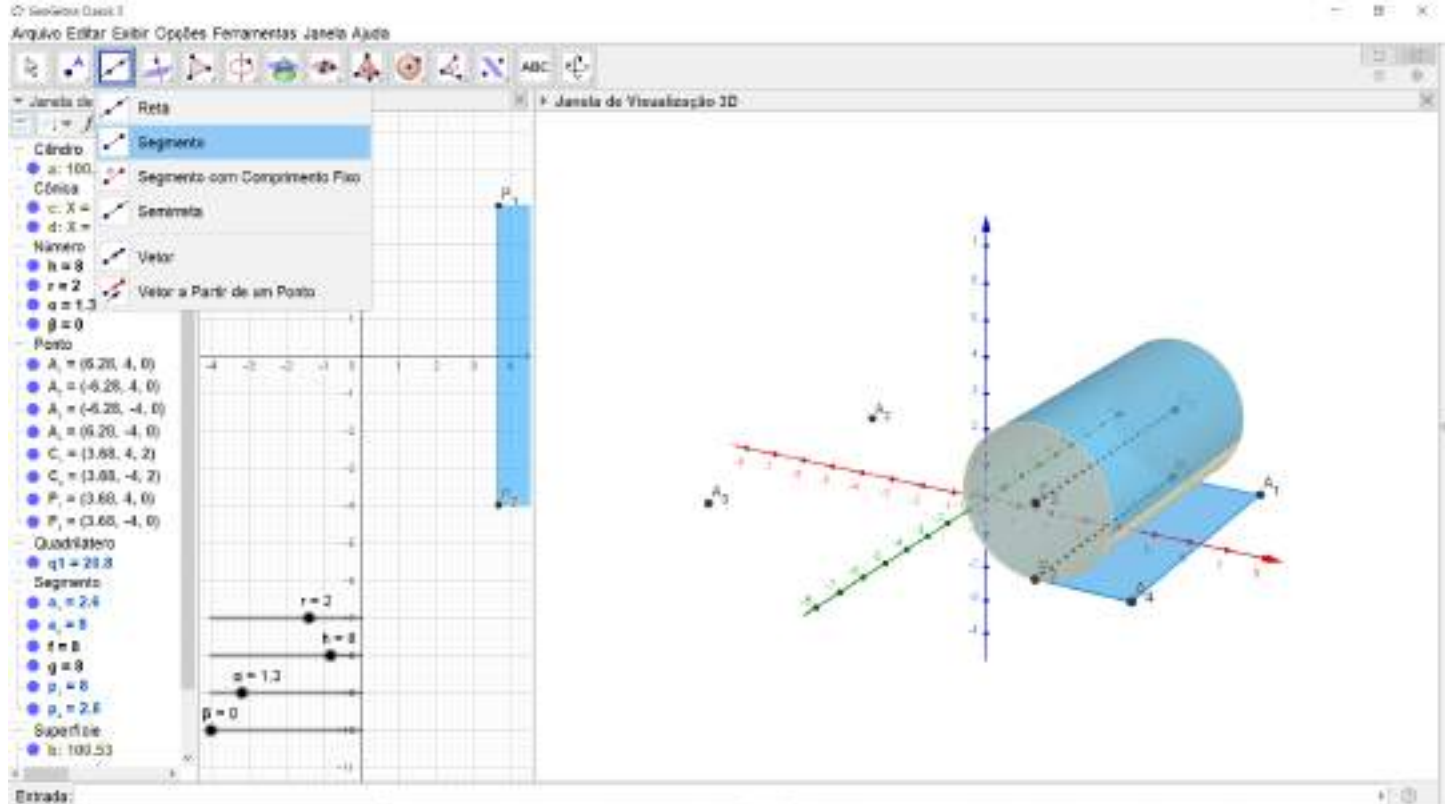
(37) No menu rápido da Janela de Álgebra, ative a opção “Objetos Auxiliares”. Isto fará com que os dois discos, de base e topo do cilindro fiquem visíveis.



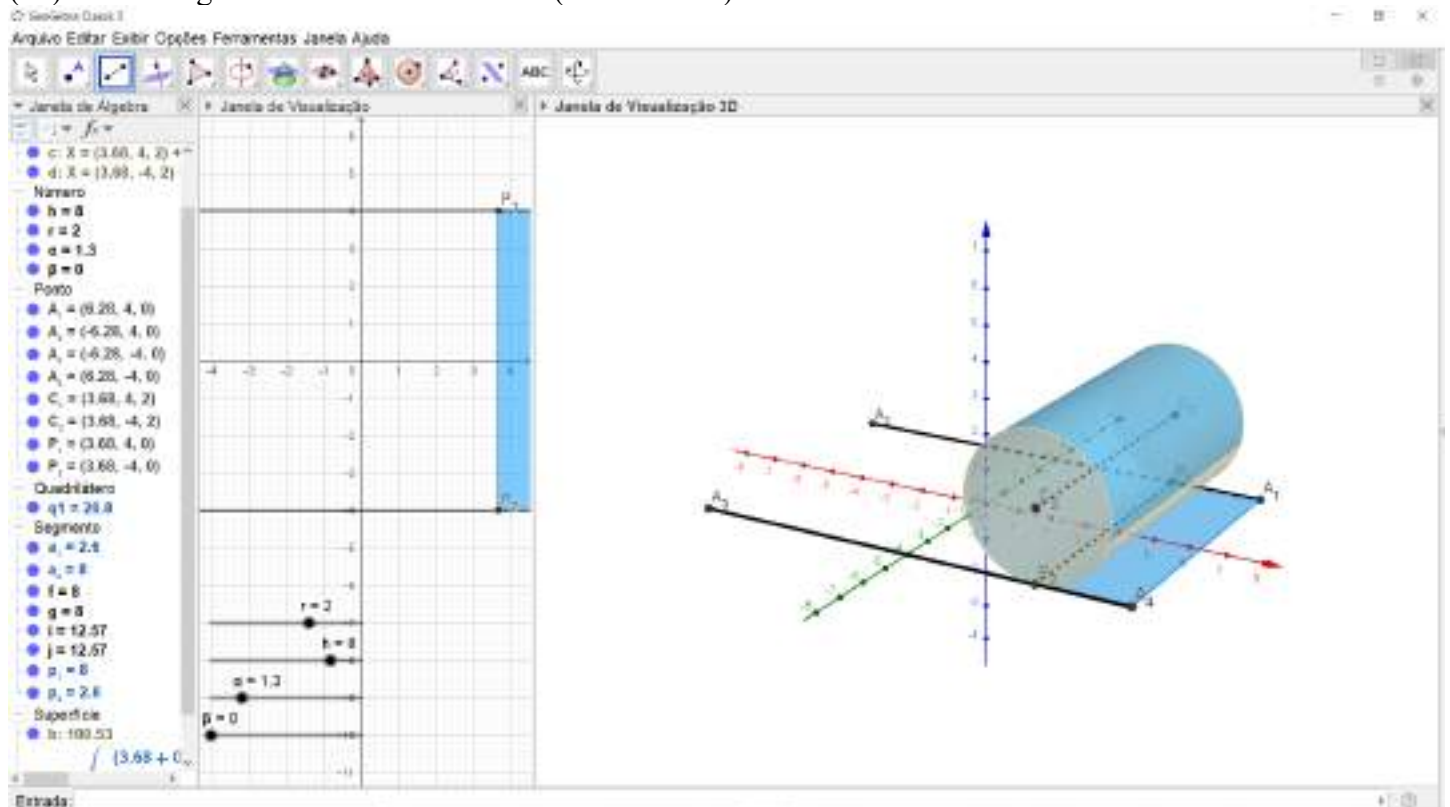
(38) Esses discos são as cônicas “c” e “d” da Janela de Álgebra.



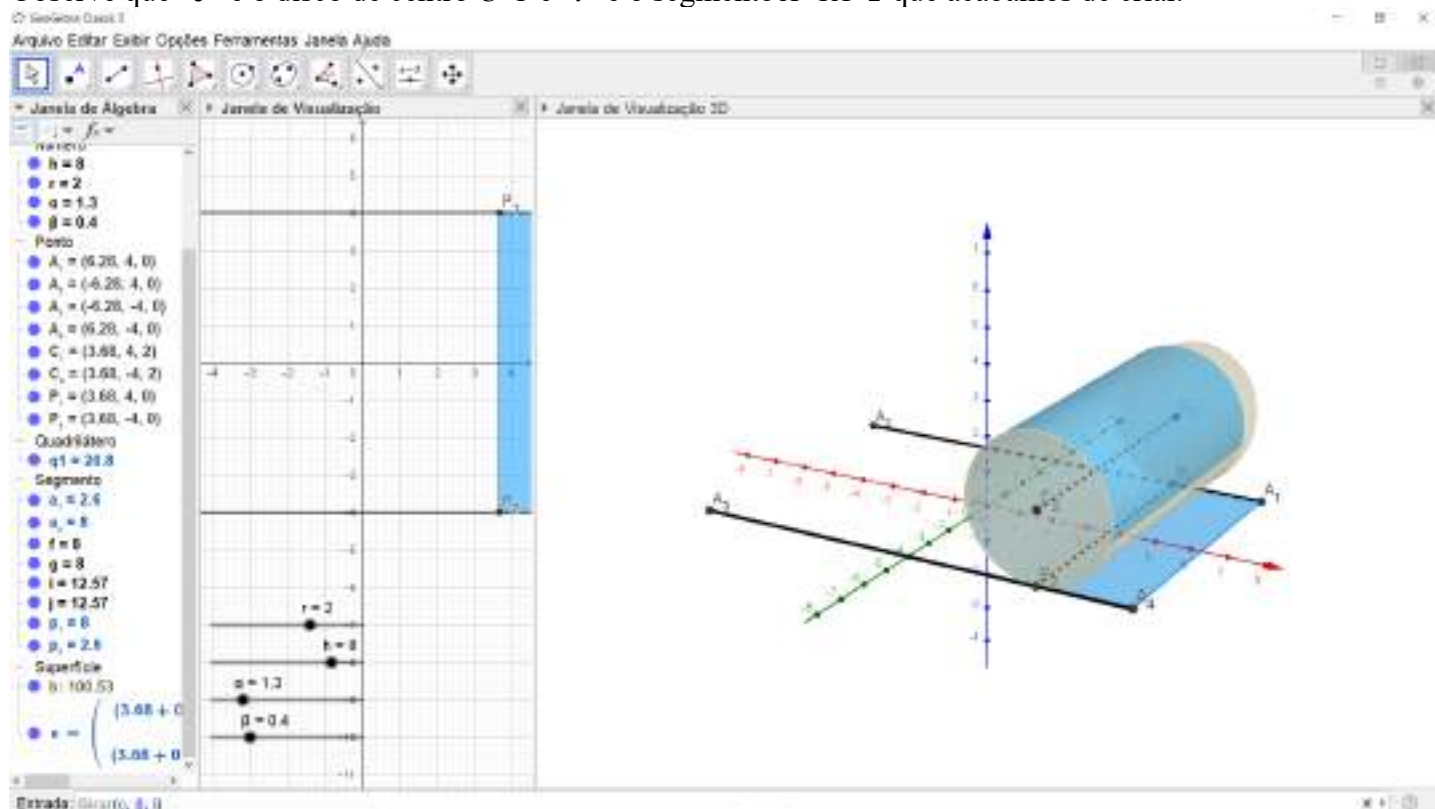
(39) Clique na janela 3D e selecione “Segmento” no terceiro botão da barra de ferramentas.



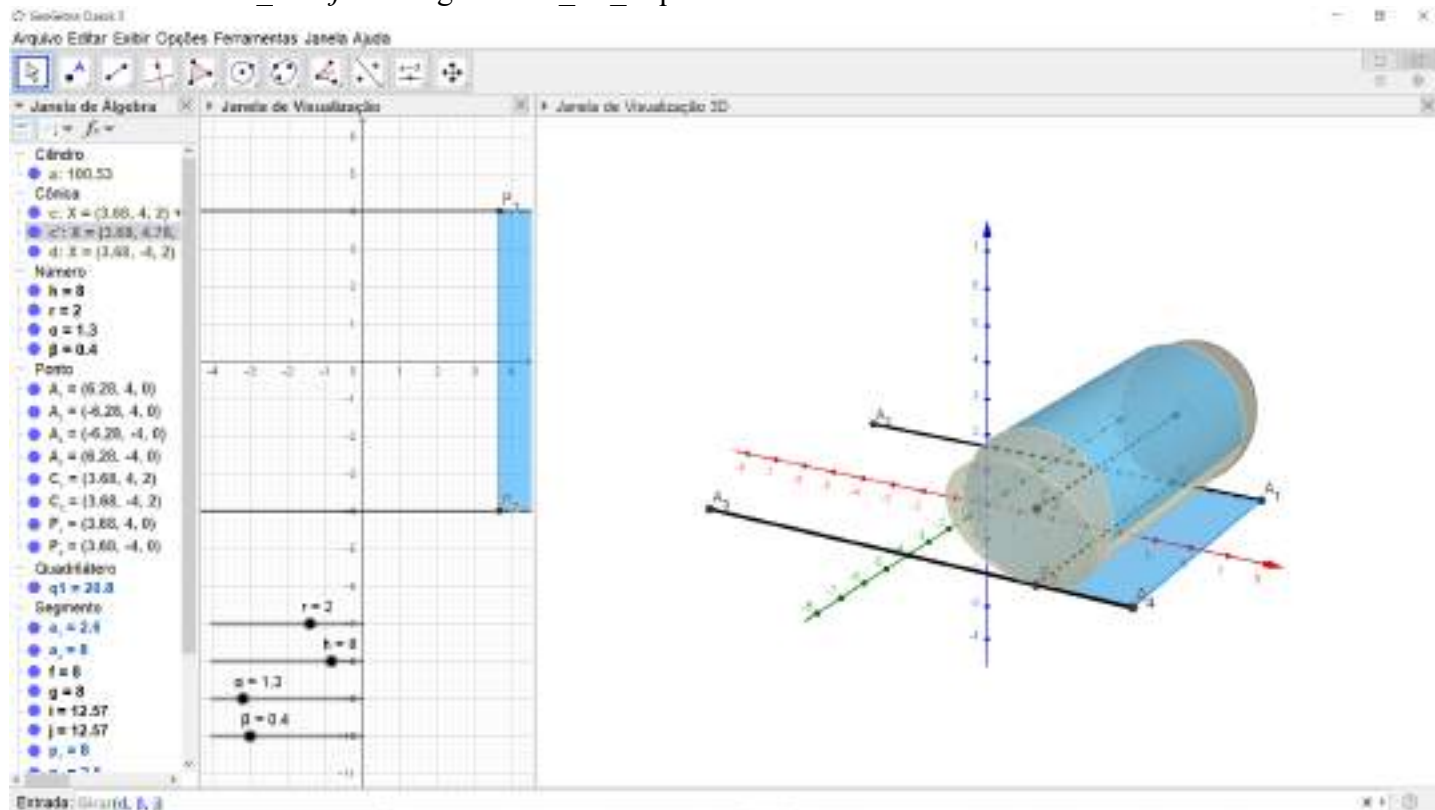
(40) Crie os segmentos $A_1 A_2$ e $A_3 A_4$ (nessa ordem).



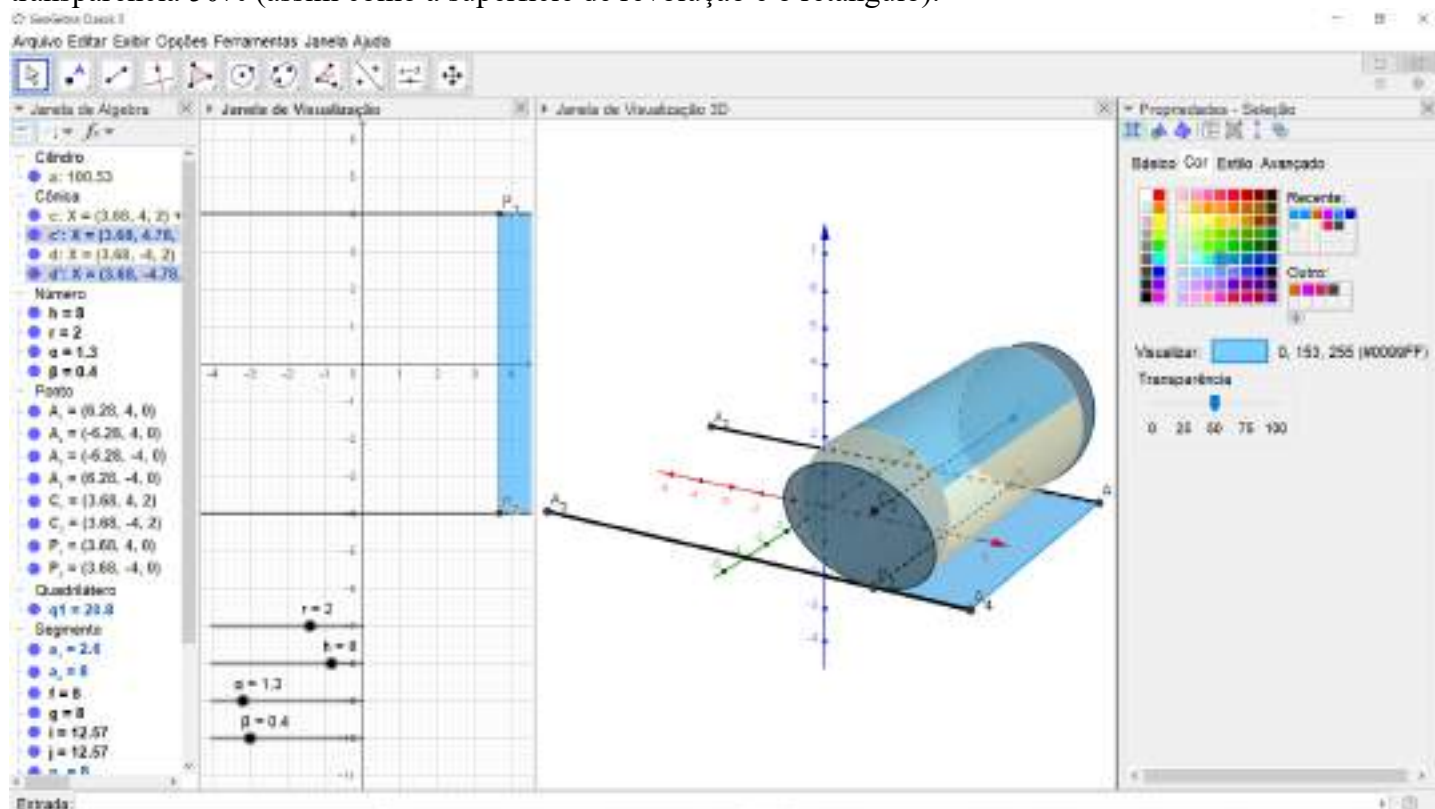
(41) Na linha *Entrada* comece a digitar a palavra “girar”. Irá aparecer algumas sugestões de comandos com a palavra “girar”. Escolha o comando $Girar(\langle Objeto \rangle, \langle \hat{A}ngulo \rangle, \langle Eixo \text{ de Rotação} \rangle)$. Digite “ $Girar(c, \beta, i)$ ”. Observe que “ c ” é o disco de centro C_1 e “ i ” é o segmento A_1A_2 que acabamos de criar.



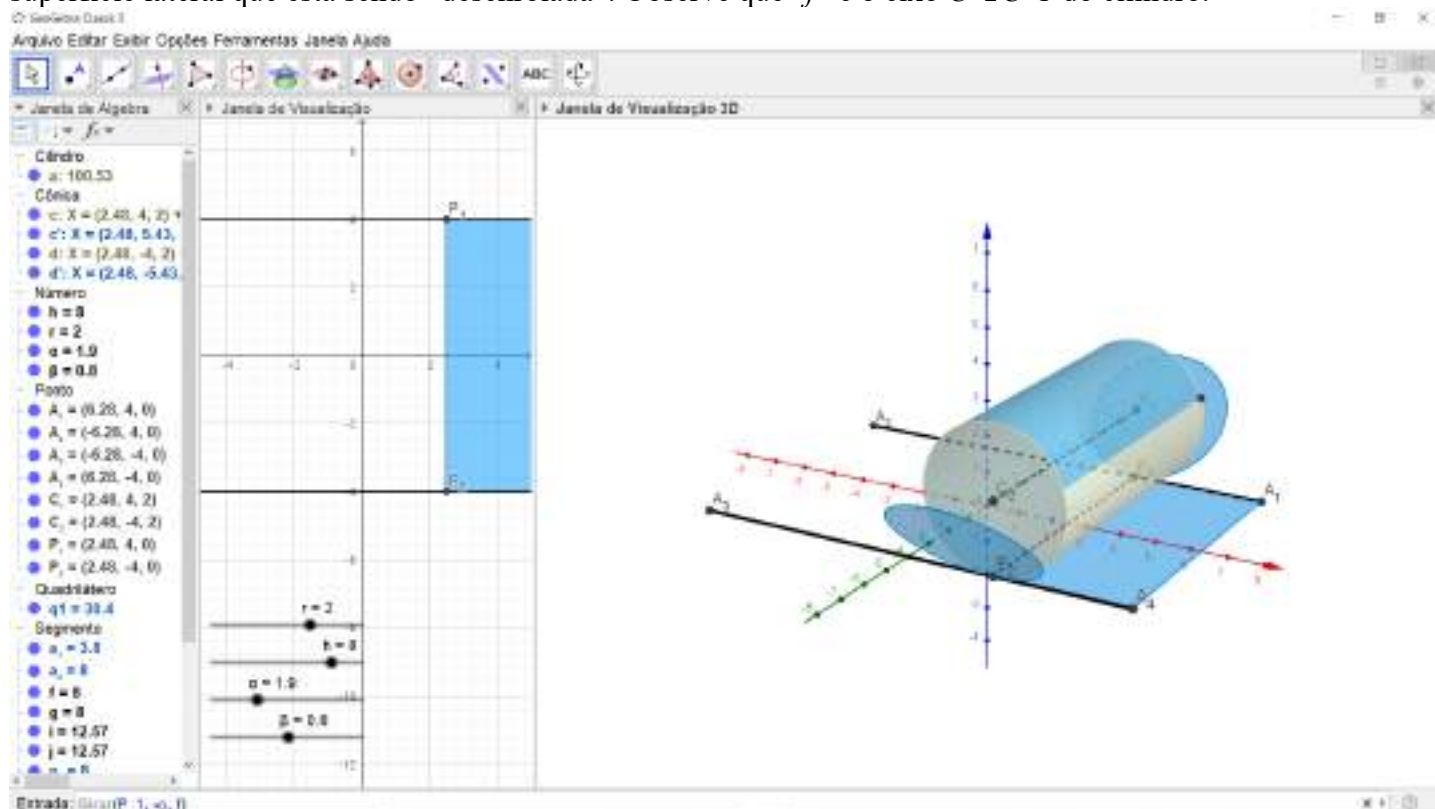
(42) Na linha *Entrada*, de modo análogo ao item anterior, digite “ $Girar(d, \beta, j)$ ”. Observe que, neste caso, “ d ” é o disco de centro C_2 e “ j ” é o segmento A_3A_4 que acabamos de criar.



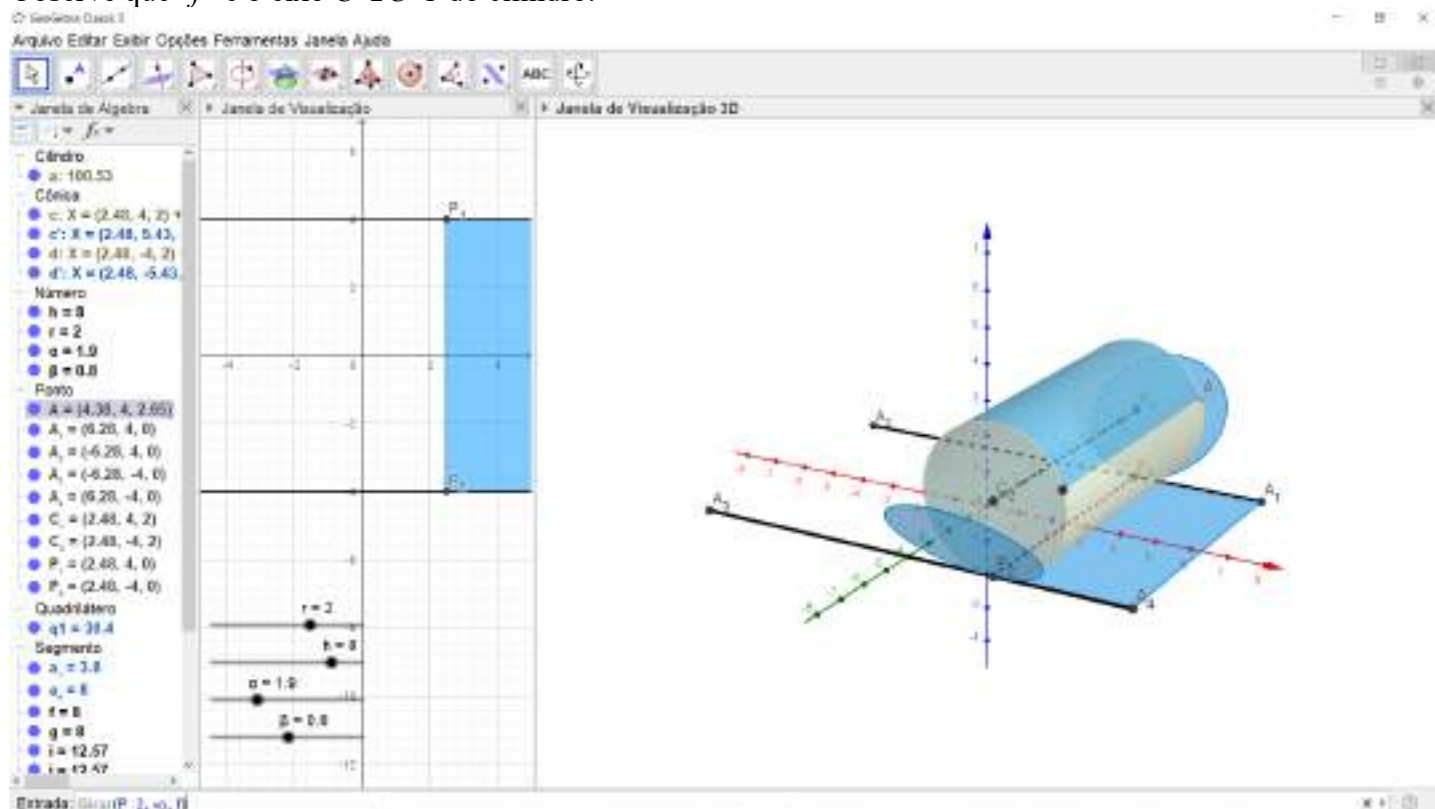
(43) Os discos “ c' ” e “ d' ” foram criados. Acesse suas propriedades e coloque-os na cor azul claro com transparência 50% (assim como a superfície de revolução e o retângulo).



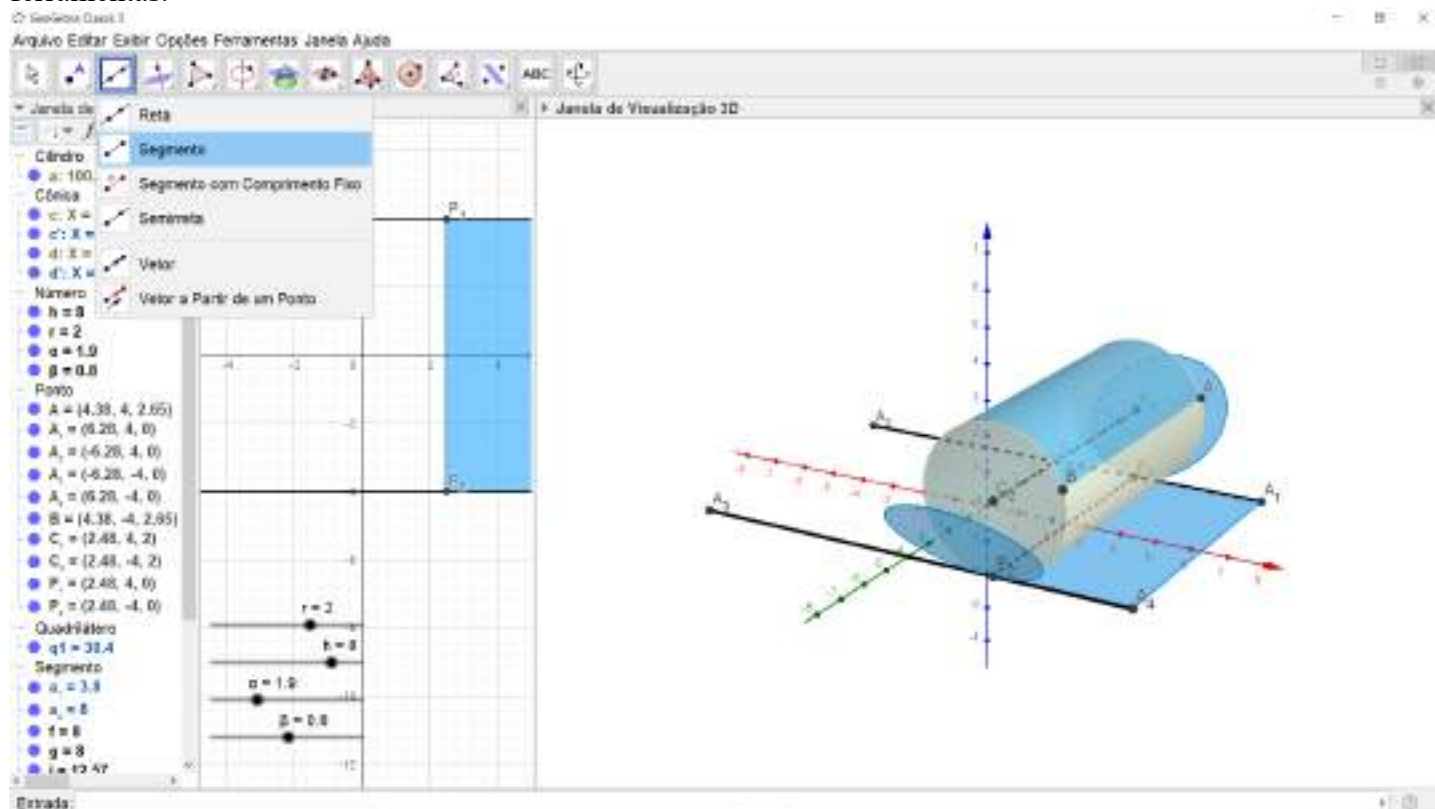
(44) Na linha *Entrada*, escolhendo o comando *Girar*(<Objeto>, <Ângulo>, <Eixo de Rotação>) e digite “*Girar*($P_{1,2} * \pi - \alpha, f$)”. Isso criará um ponto no disco de centro C_1 que será, também, um dos vértices da superfície lateral que está sendo “desenrolada”. Observe que “ f ” é o eixo $C_2 C_1$ do cilindro.



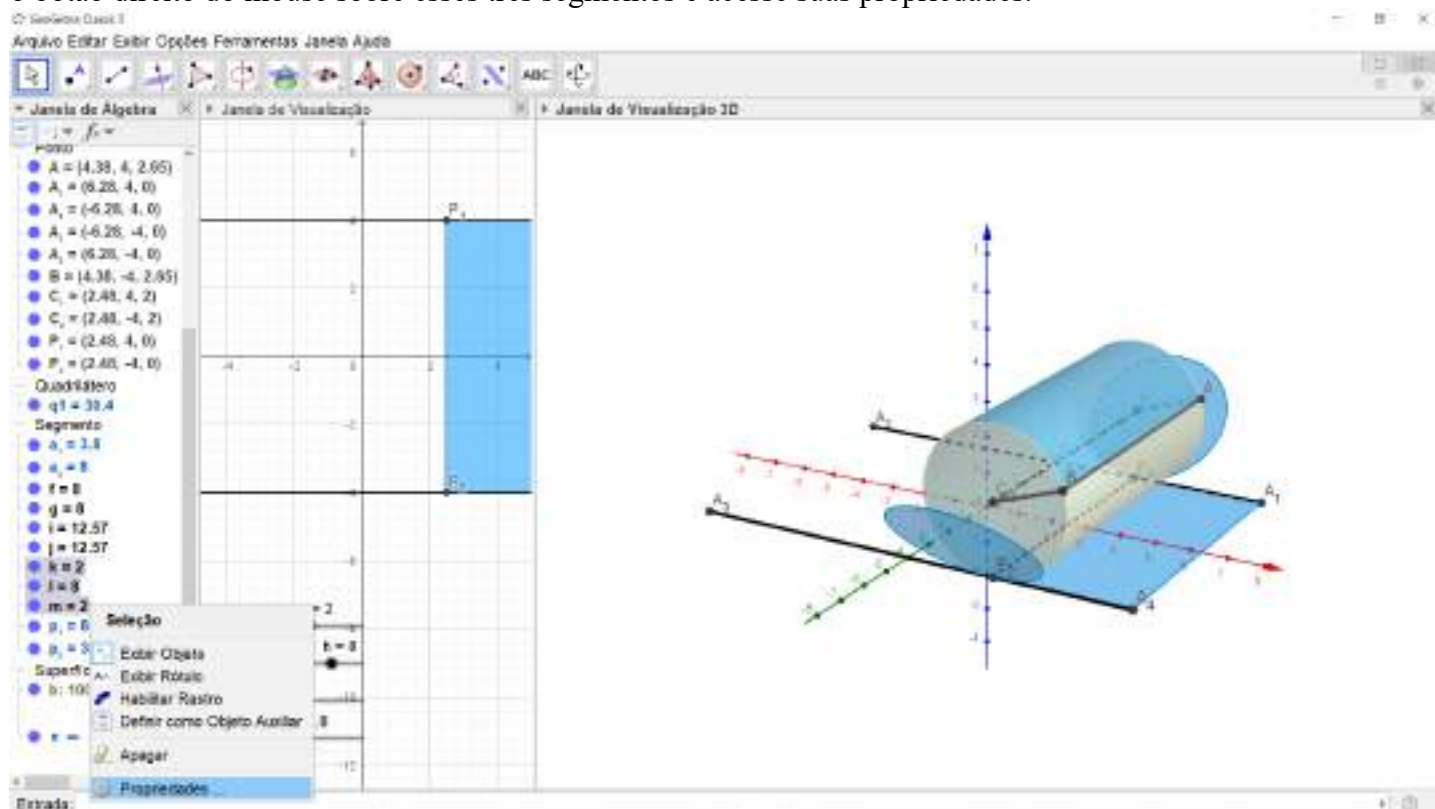
(45) Na linha *Entrada*, de modo análogo ao item anterior, digite “ $Girar(P_2, 2\pi - \alpha, f)$ ”. Isso criará um ponto no disco de centro C_2 que será, também, um dos vértices da superfície lateral que está sendo “desenrolada”. Observe que “ f ” é o eixo C_2C_1 do cilindro.



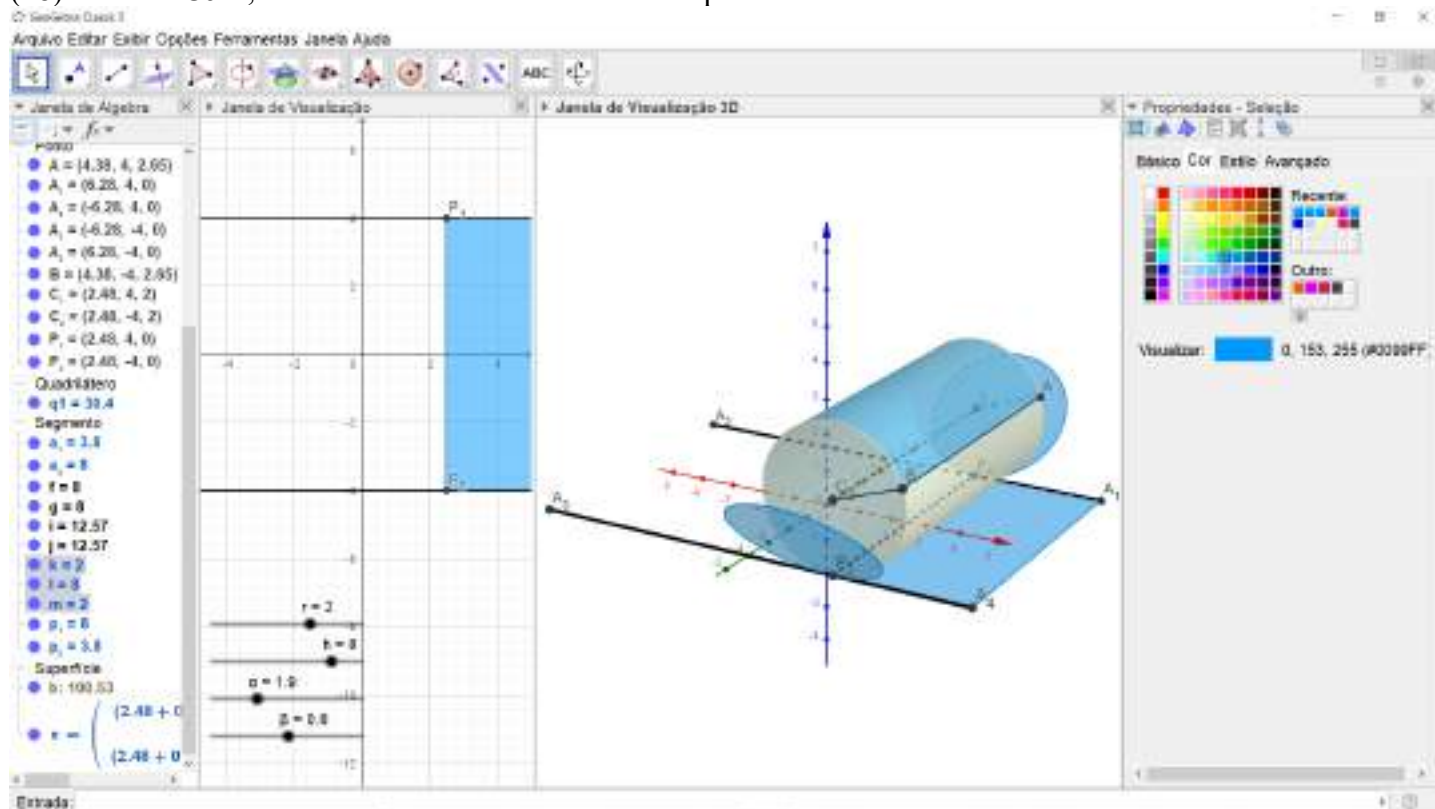
(46) Clique na janela de visualização 3D e selecione o item “*Segmento*” no menu terceiro botão da barra de ferramentas.



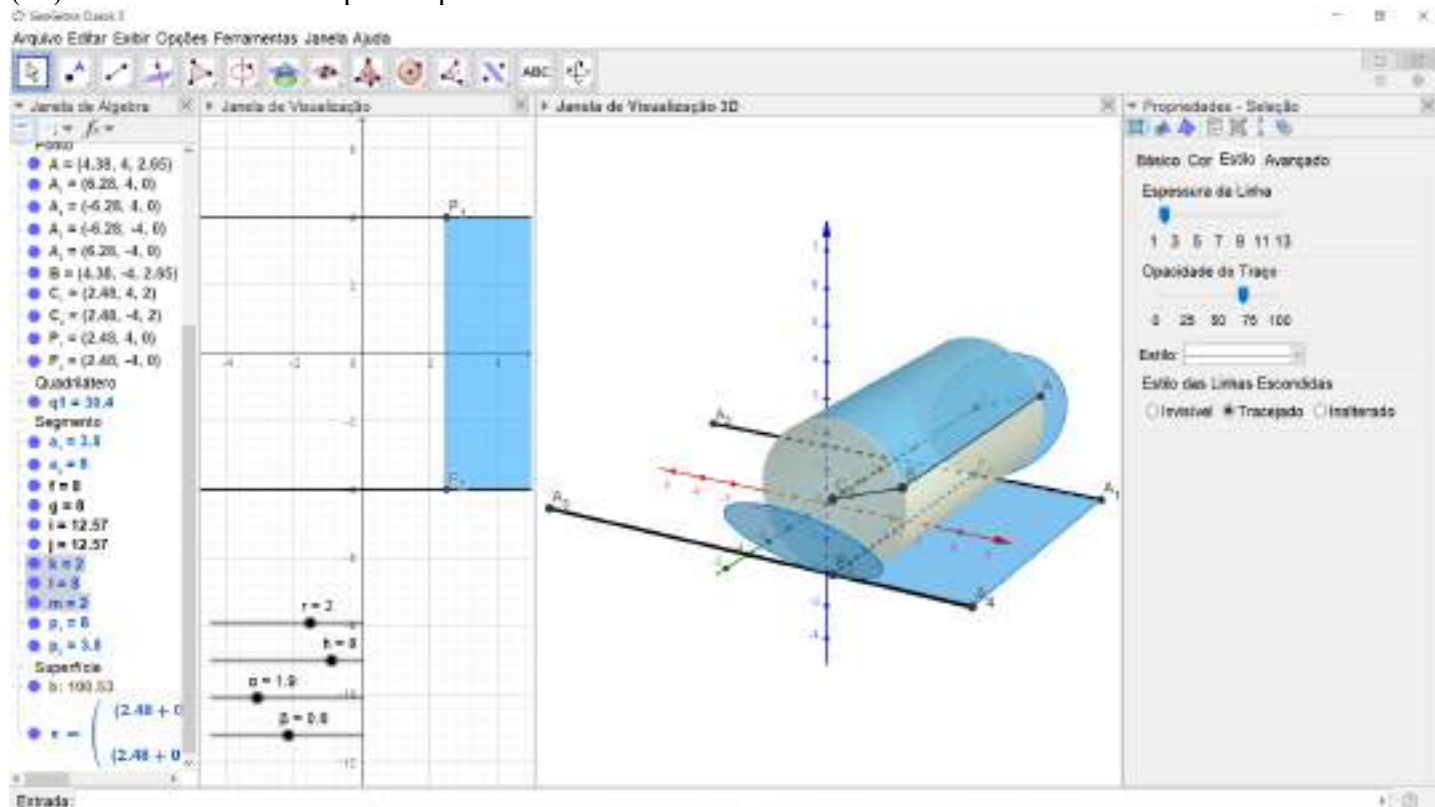
(47) Crie os segmentos C_1A , AB e BC_2 . Na figura abaixo eles foram chamados de “ k ”, “ l ” e “ m ”. Clique com o botão direito do mouse sobre esses três segmentos e acesse suas propriedades.



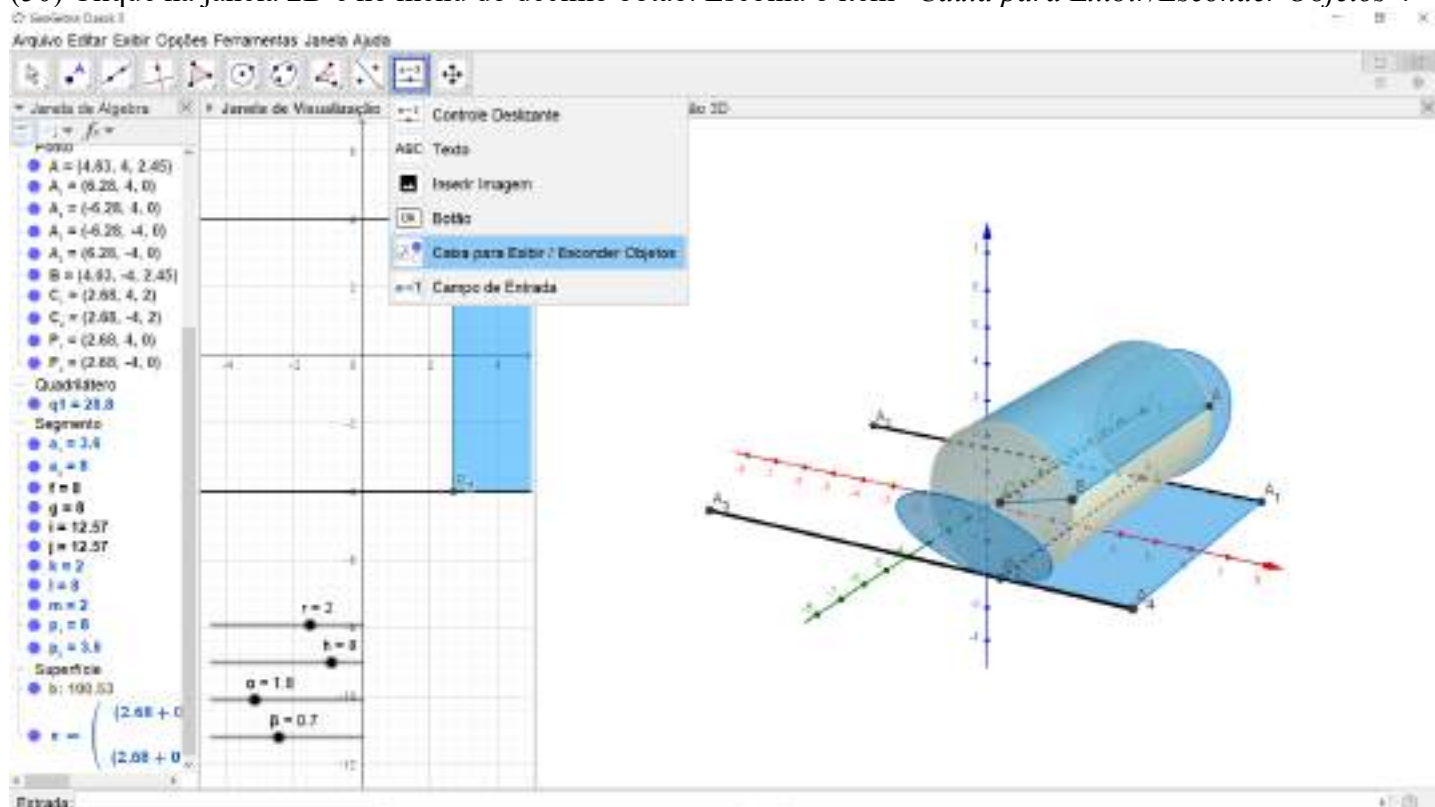
(48) Na aba “Cor”, escolha o mesmo azul claro das superfícies.



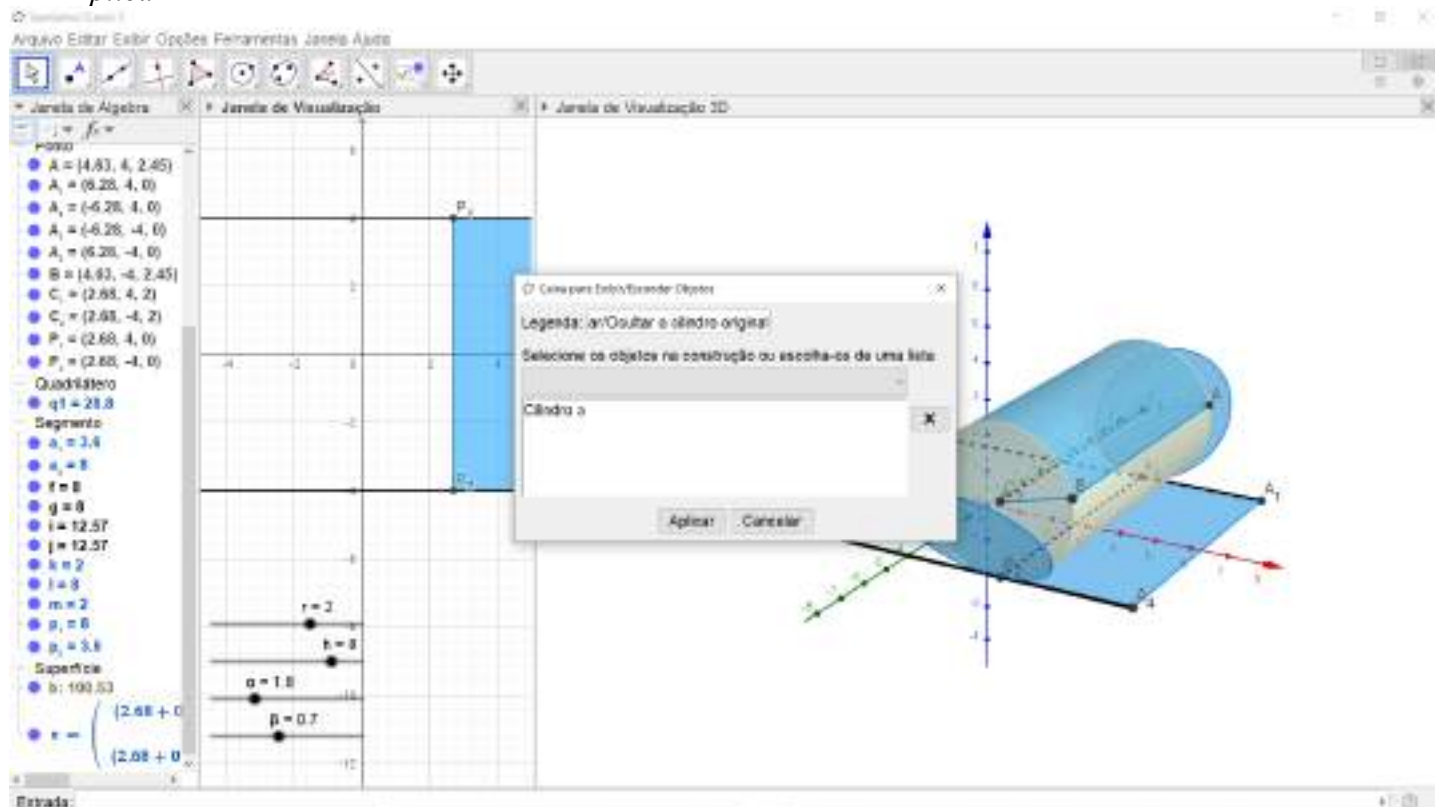
(49) Na aba “Estilo” coloque a espessura da linha em “2”.



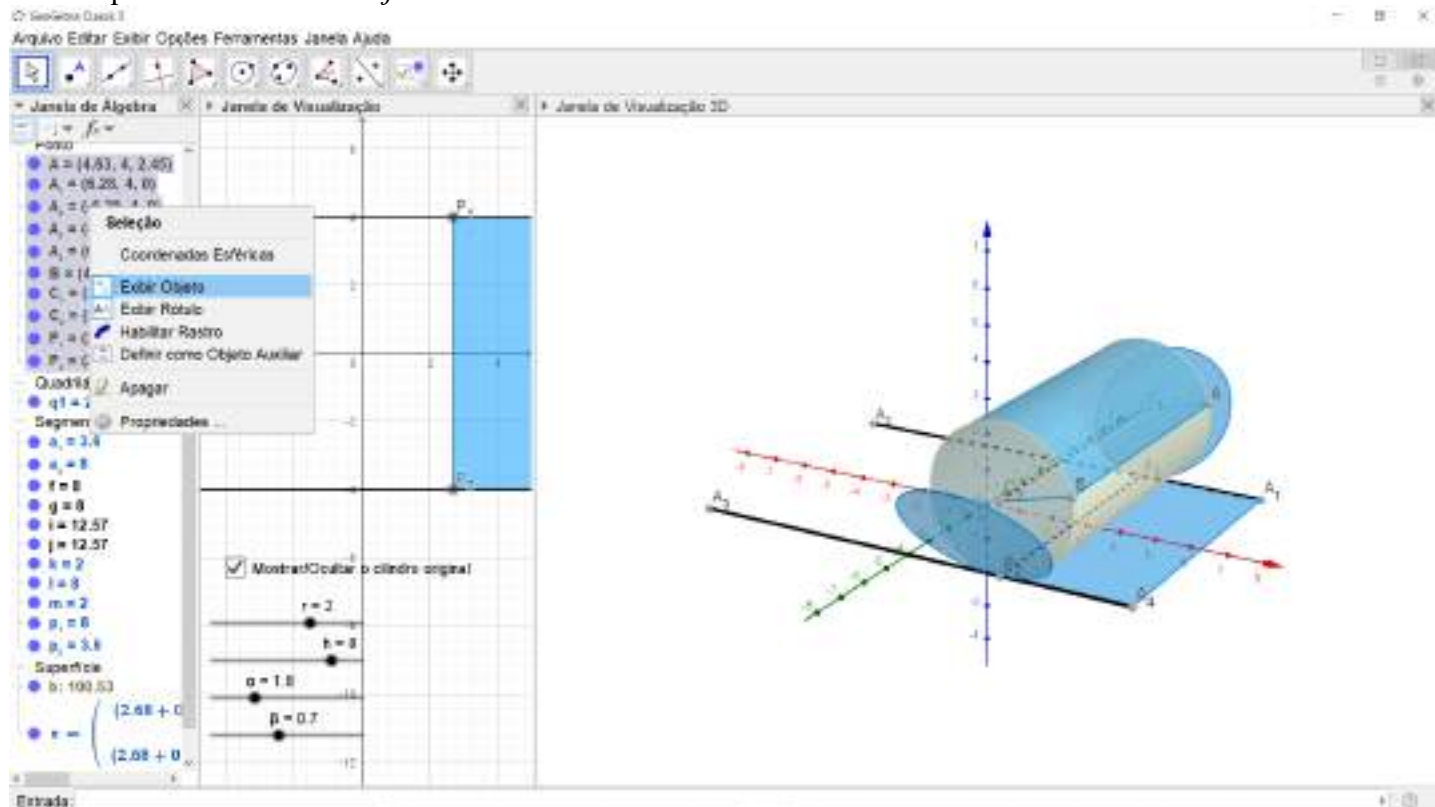
(50) Clique na janela 2D e no menu do décimo botão. Escolha o item “Caixa para Exibir/Esconder Objetos”.



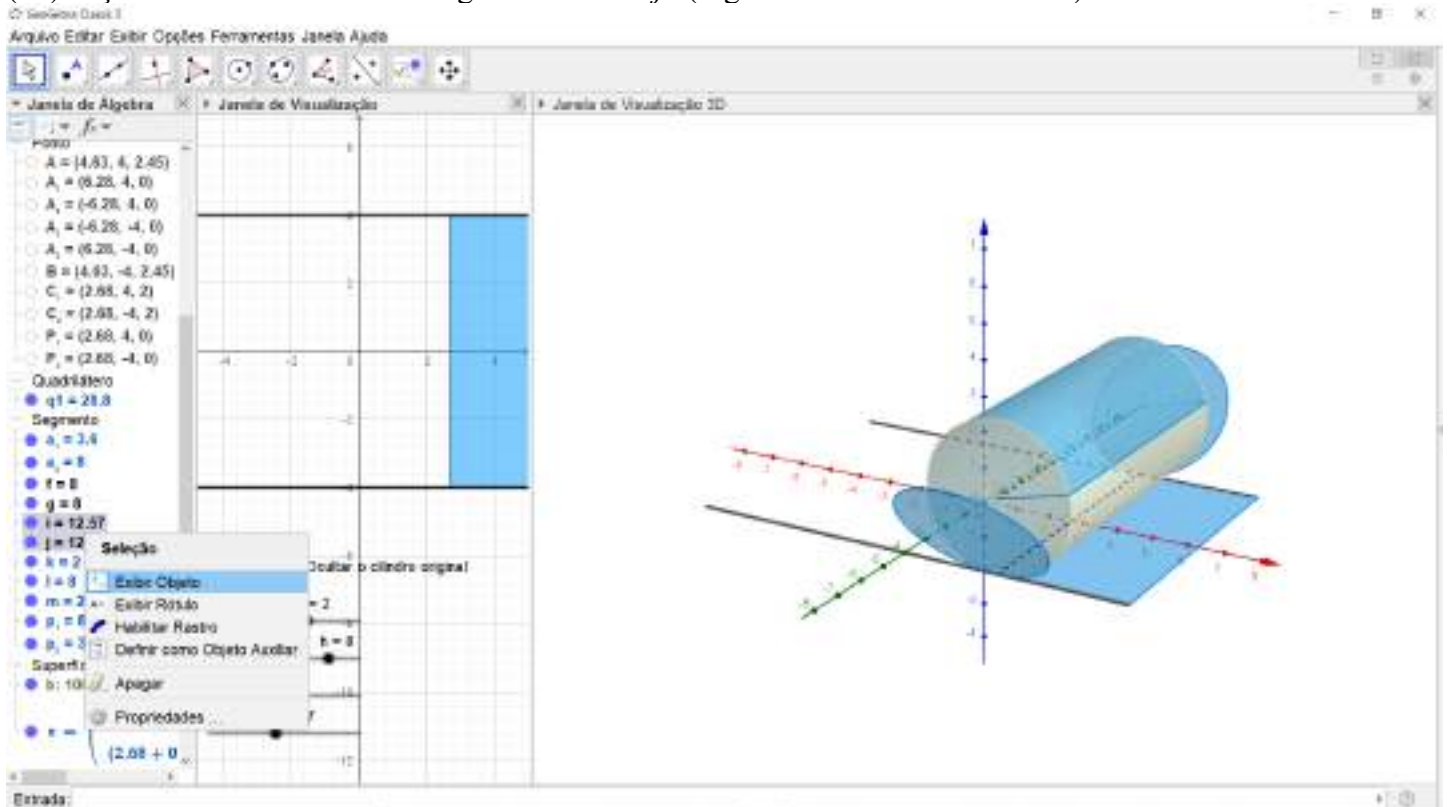
(51) Clique na janela 2D e na caixa de diálogo que irá se abrir digite na Legenda: “Mostrar/Ocultar o cilindro original”. Depois, selecione na lista abaixo o cilindro original, que o GeoGebra está chamando de “a”. Clique em “Aplicar”.



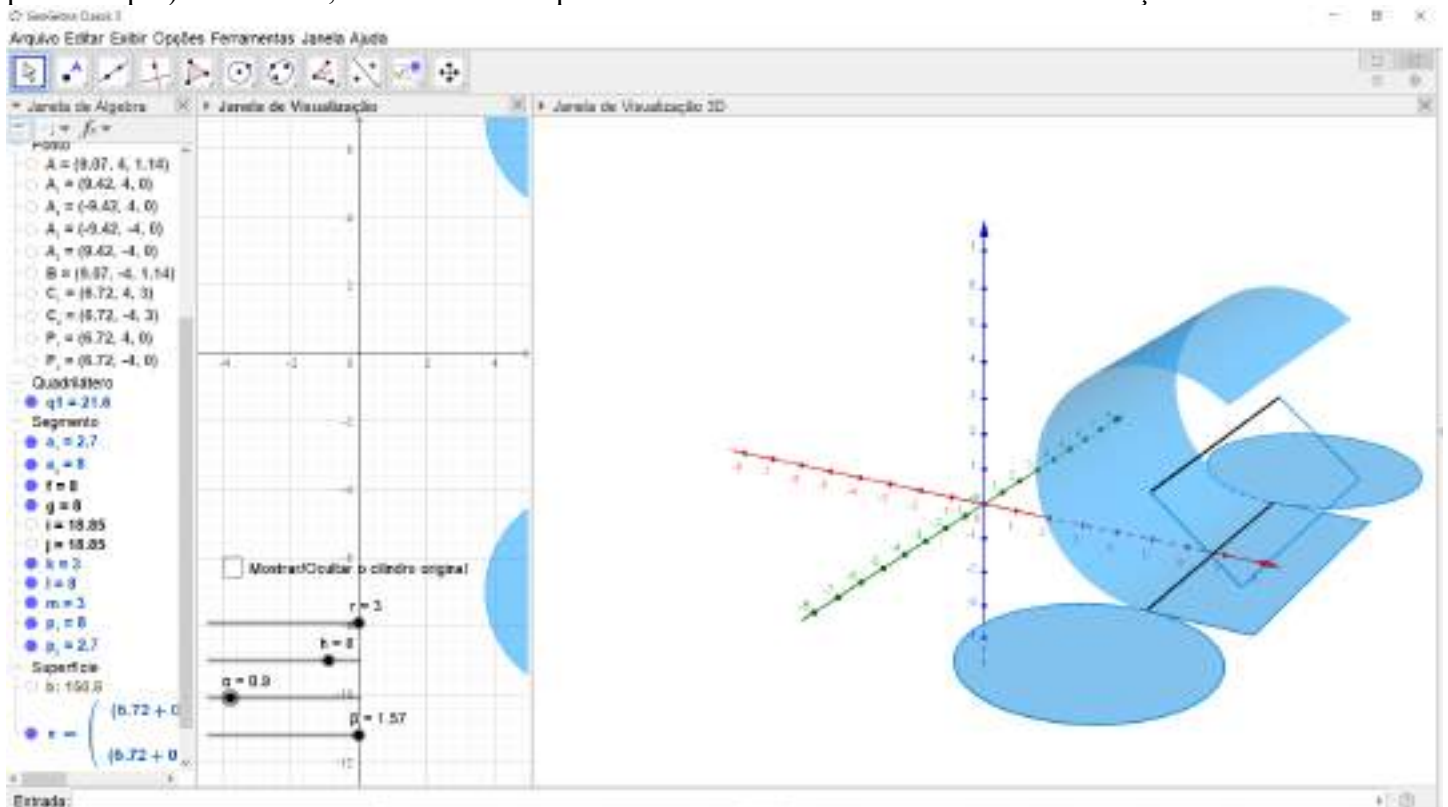
(52) Hora da limpeza: na Janela de Álgebra, selecione todos os pontos, clique com o botão direito do mouse e desmarque o item “Exibir Objeto”.



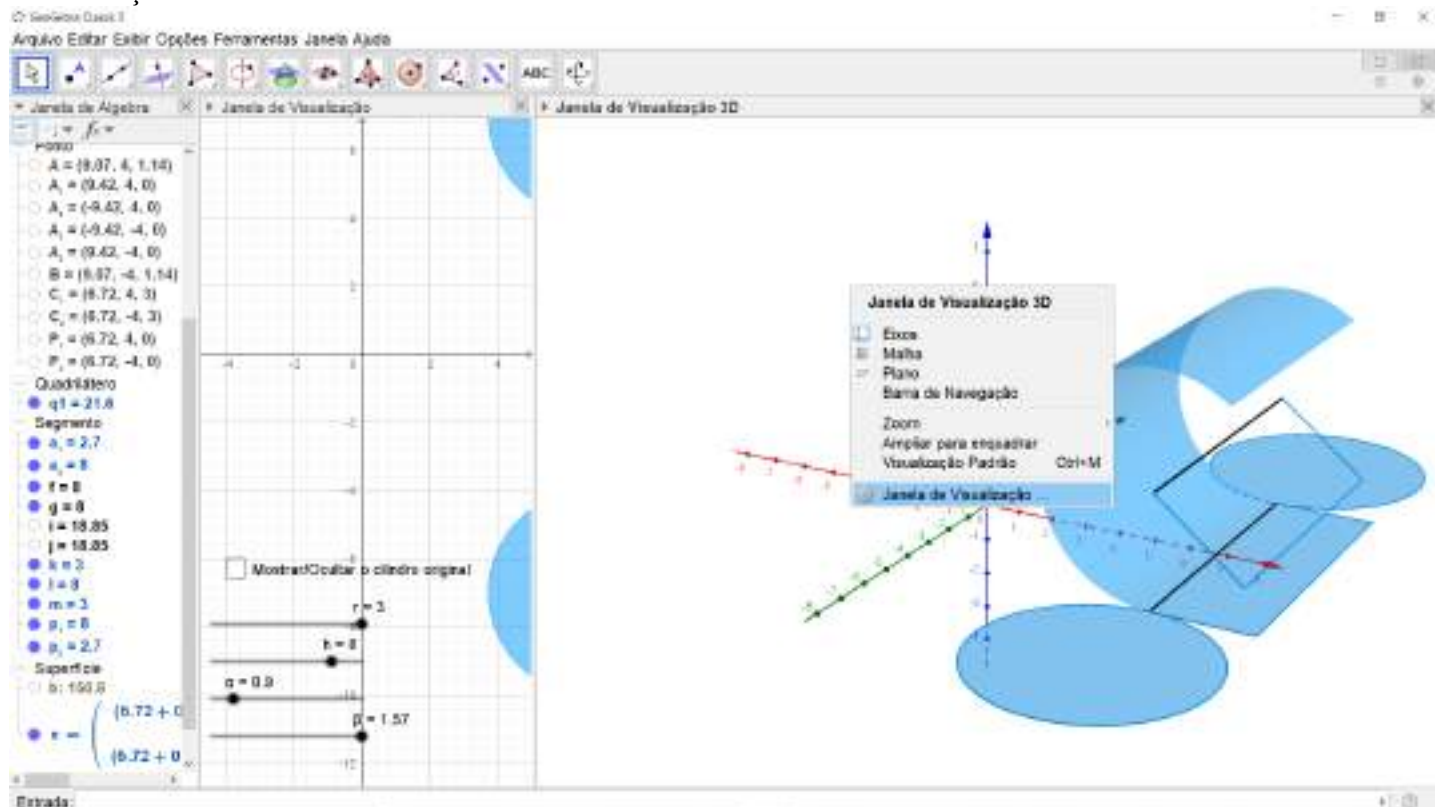
(53) Faça a mesma coisa com os segmentos “i” e “j” (segmentos A_{1A_2} e A_{3A_4}).



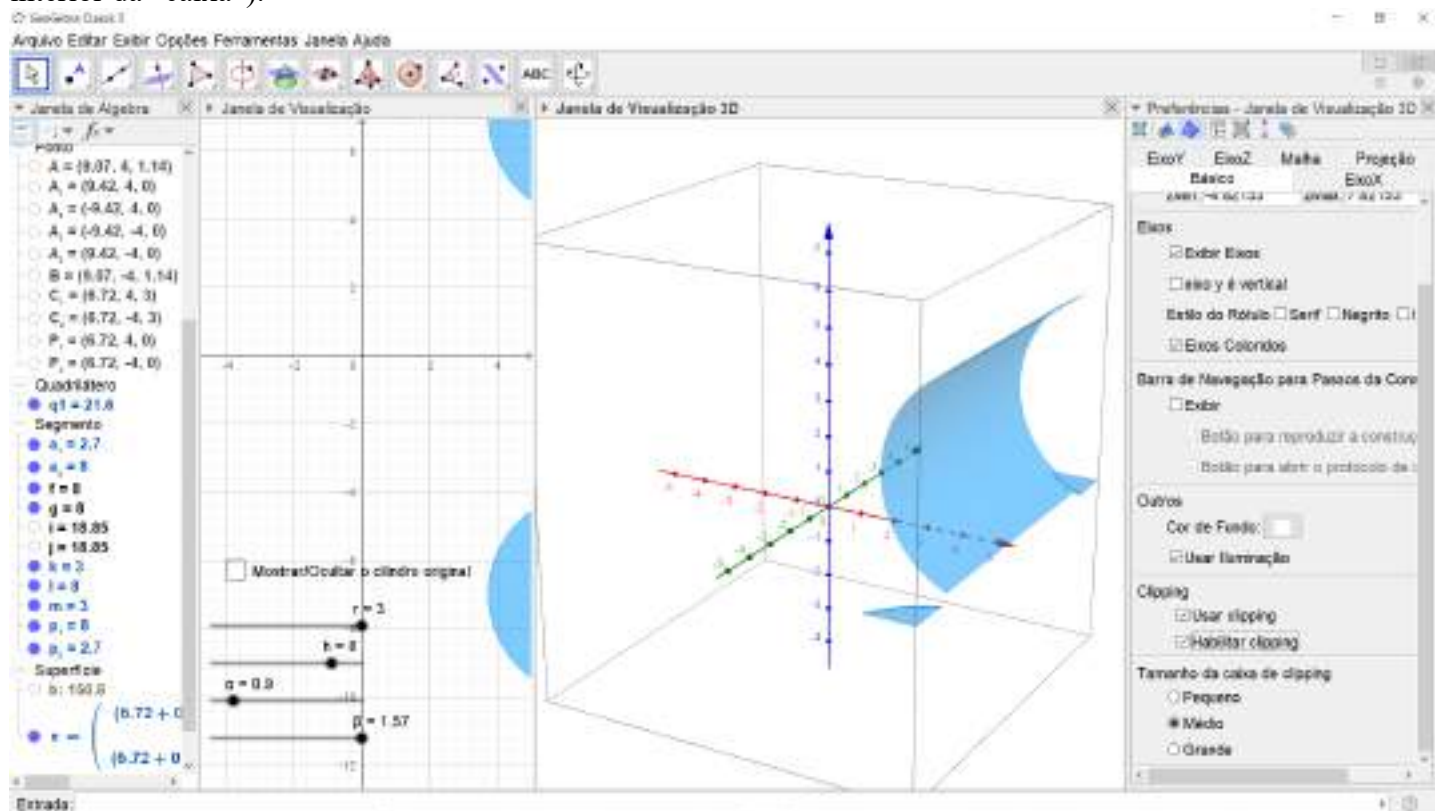
(54) Hora de brincar um pouco: movimente todos os controles deslizantes e analise seus efeitos sobre a construção. Clique na caixa para mostrar ou ocultar o cilindro original. Observe se tudo está funcionando como deveria. Observe, também, que a parte 2D, ou seja, a planificação completa do cilindro, é mostrada em ambas as janelas: 2D e 3D. Movimente, também, o sistema de coordenadas 3D (aperte “Esc”, clique na janela 3D e a arraste para movimentá-la). Observe a construção de diferentes pontos de vista. Você verá que há um problema nessa construção: quando o raio “r” é grande, às vezes, parte da superfície lateral “some”, enquanto que o cilindro original, os discos e o retângulo continuam visíveis. Isso ocorre porque a superfície de rotação está parametrizada e os intervalos dos parâmetros respeitam os intervalos visíveis dos eixos x, y e z na janela 3D. Para resolver isso, precisamos mexer na escala dos eixos, diminuindo toda a construção (por meio do “zoom”, por exemplo). Entretanto, vamos fazer um pouco diferente: vamos limitar toda a construção a uma “caixa”.



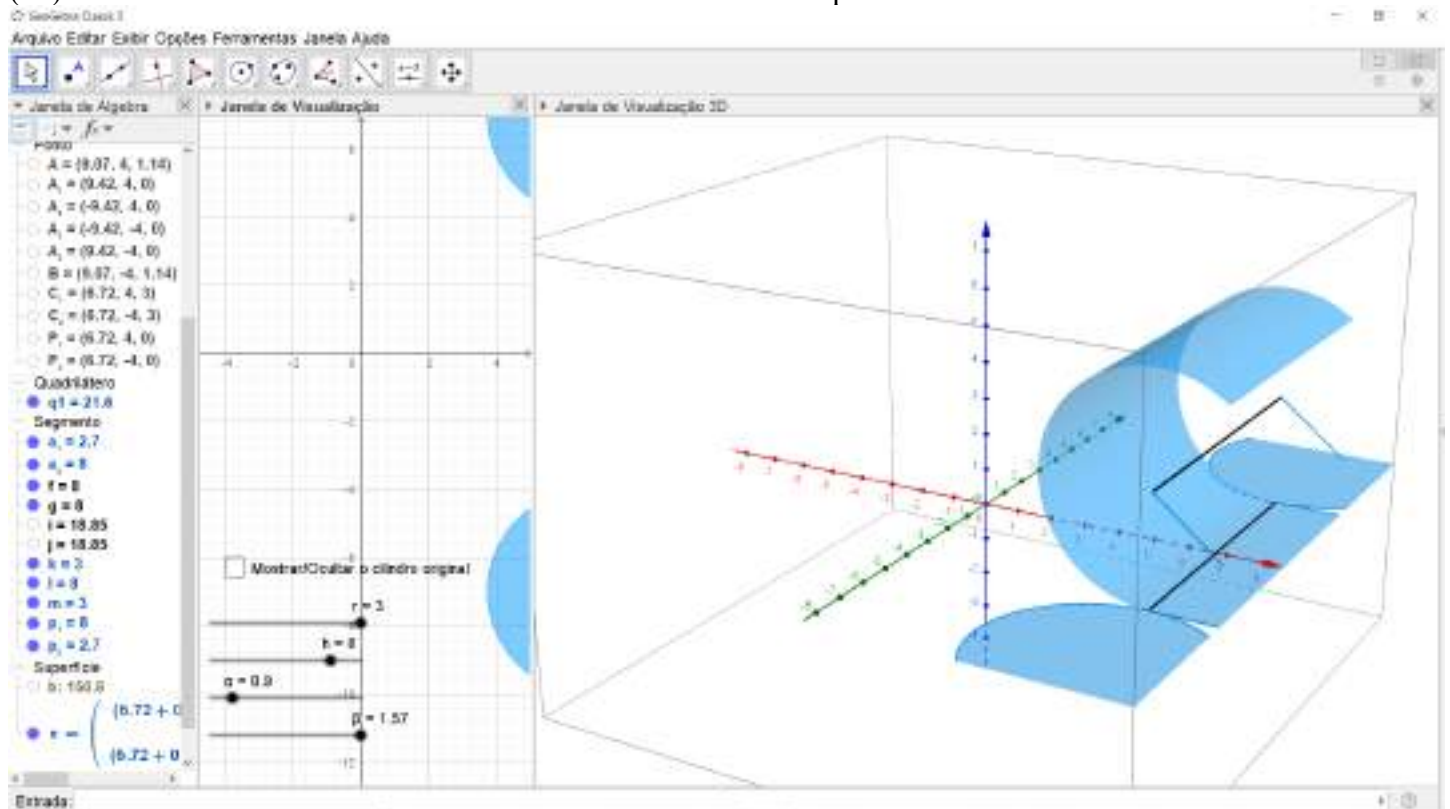
(55) Clique com o botão direito na “Janela de Visualização 3D”. No menu que se abre, escolha “Janela de Visualização”.



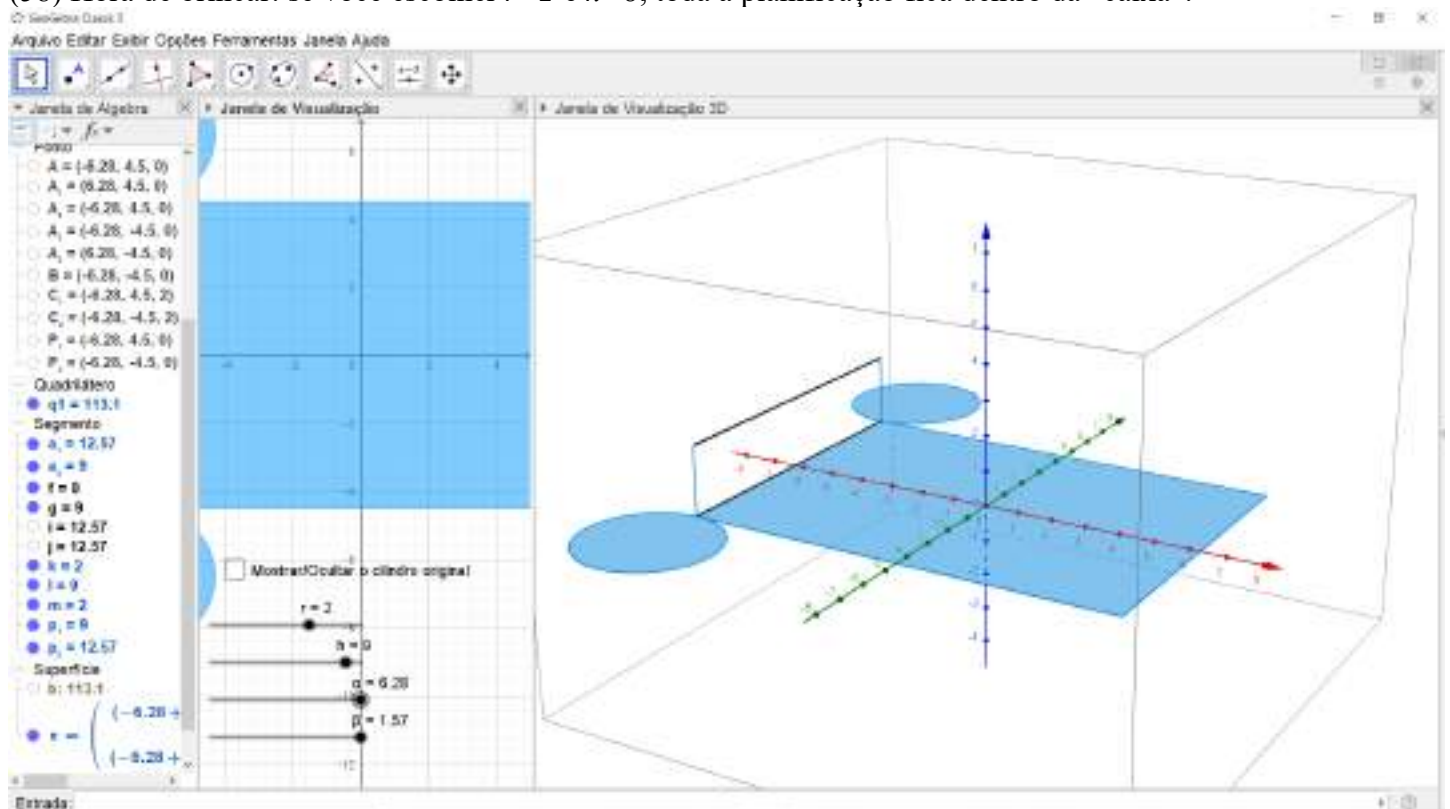
(56) Nas preferências da “Janela de Visualização 3D”, na aba “Básico”, observe que há um item chamado “clipping” (recortar). Marque as duas opções: “Usar clipping” (isso irá colocar uma “caixa” em torno do sistema de coordenadas) e “Habilitar clipping” (isso irá mostrar apenas as partes dos objetos que estão no interior da “caixa”).



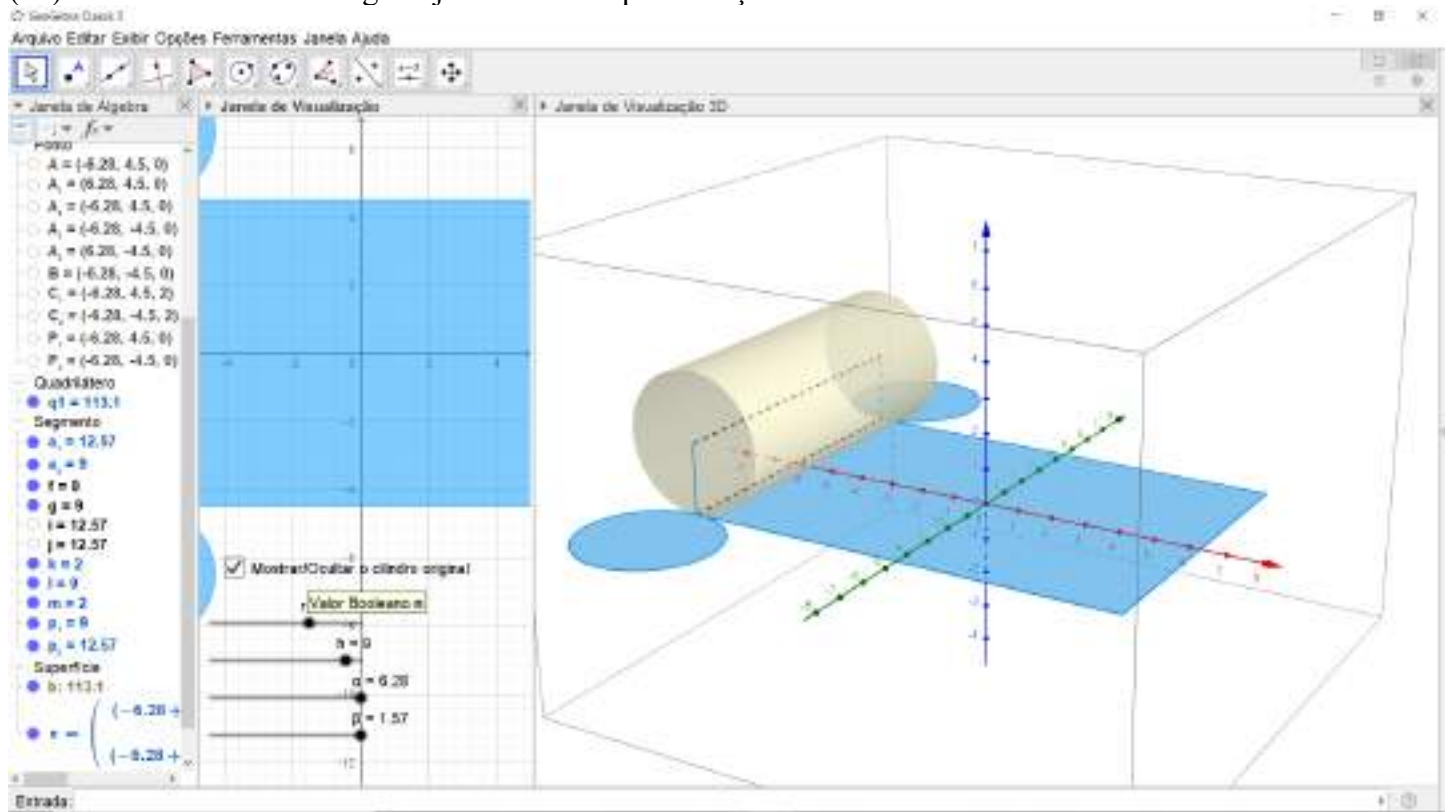
(57) Pronto! Observe o efeito: tudo fica dentro de uma “caixa” apenas.



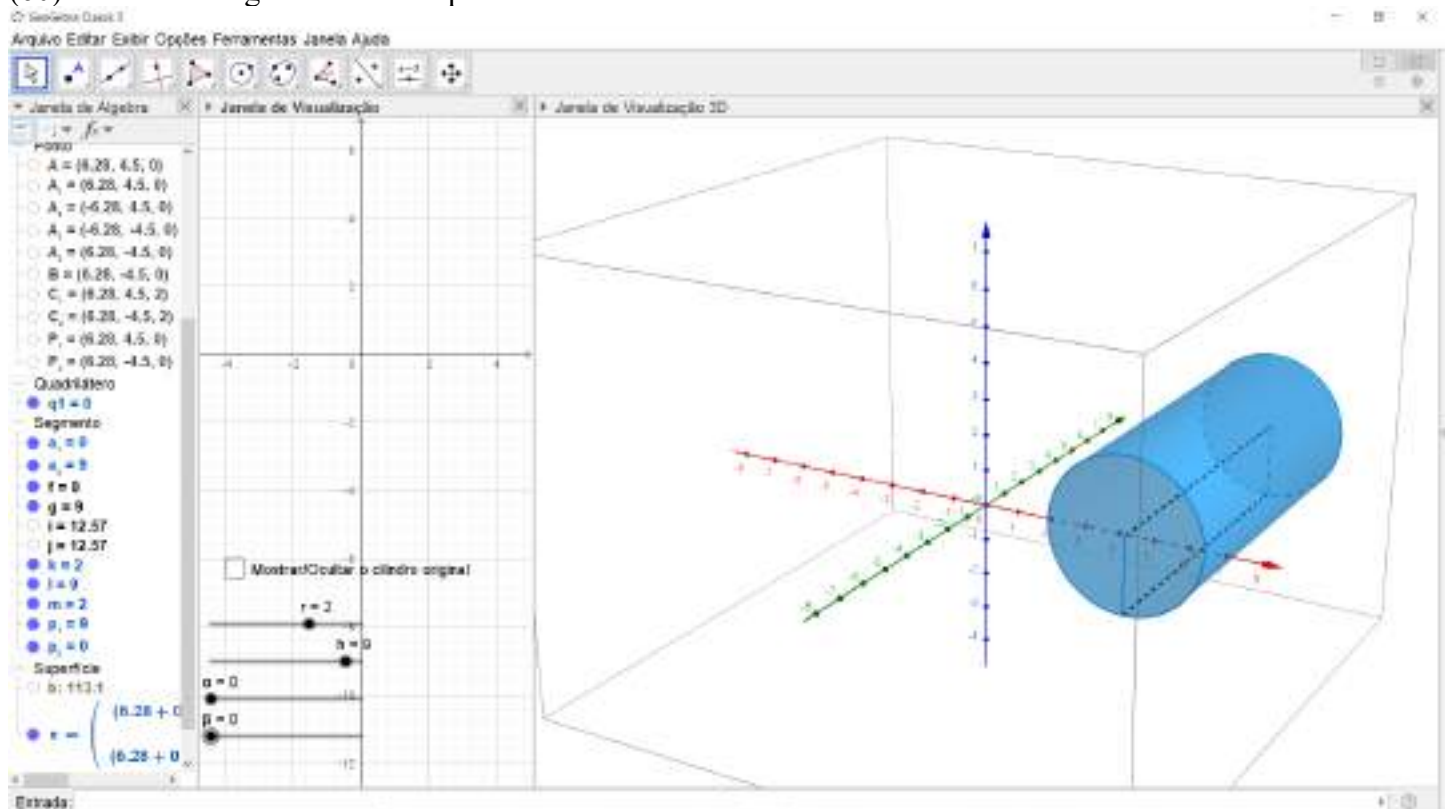
(58) Hora de brincar: se você escolher $r=2$ e $h=8$, toda a planificação fica dentro da “caixa”.



(59) Inclusive o cilindro original junto com sua planificação.



(60) O cilindro original ainda não planificado.



Até a próxima construção!