

## Über das Elektron in der Atomhülle – ein Beispiel für die Entwicklung eines Modells

Man sollte alle Dinge so einfach darstellen, wie möglich-  
aber nicht einfacher (*Albert Einstein*)

Wer versucht, von vorn herein alles richtig zu machen,  
stellt dadurch sicher, dass seine Schüler ihn nicht verstehen  
(*dt. Didaktiker*)

Wenn man im Unterricht bereits über Quantenobjekte und ihre Wesenszüge nachgedacht hat, sind klassische Wege für eine Zugang zu einem Atommodell versperrt. Es wurde ja bereits deutlich, dass einem Quantenobjekt nicht gleichzeitig feste Messwerte von Ort und Impuls zugewiesen werden dürfen. Eine naive Modellierung von Bahnen scheidet daher aus, sie würde genau diese Kenntnis voraussetzen. Man wird im Unterricht über Atome also einerseits schnell mit den überall verbreiteten Planetenmodellen brechen müssen, andererseits sind diese Modelle so feste Bestandteile des Alltagswissens, dass man sie auch nicht einfach ignorieren kann.

Im Folgenden wird vorgeschlagen, auf der Grundlage der vorliegenden Kenntnisse über Quantenobjekte das Elektron im eindimensionalen Potenzialtopf zu modellieren und dabei die Zeigerdarstellung als bisher bewährtes Hilfsmittel zu verwenden. Als Ergebnis der Modellierung gelangt man zu der Idee quantisierter Energie, die man im Anschluss experimentell untermauert.

Diese Modellierung ergibt allerdings nicht die passenden Terme für die Energie und berücksichtigt Einschränkungen nicht, die sich aus den Unbestimmtheitsrelationen ergeben. Sie ist damit bei weitem nicht perfekt, in manchen Augen – allerdings auch erst „vom Ende des Weges her – sogar angreifbar. Andererseits bildet sie eine geeignete Schnittstelle zwischen der Schulphysik und der Physik an der Hochschule. Man könnte zwar in weiteren Schritten auch in der Zeigerdarstellung die Grenzen der einfachen Modellierung überschreiten. Die Behandlung des Elektrons in einem Potenzial mit Hilfe der an der Hochschule etablierten Verfahren ist aber so viel eleganter, dass es für die Schule nicht lohnend erscheint, hier eine zwar mit Schulmitteln zugängliche, aber recht umständliche Vorgehensweise zu wählen. Es wird in den meisten Fällen sinnvoller sein, für die Vertiefung der Behandlung auf ein mögliches Studium an einer Hochschule zu verweisen.

Im Unterricht an der Schule ist schon viel erreicht, wenn die Lernenden erfahren, dass die Anwendung der bekannten Verfahren Lösungen liefert, die mit denen einer mathematisch eleganteren Behandlung übereinstimmen. Dabei sollte nicht übersehen werden, dass beide Arten der Behandlung über die gleichen Objekte sprechen: Zeiger in der Schule, Funktionen vom Typ  $f(x, t) = e^{i(\omega t - kx)}$  an der Hochschule.

### 1. Beschreibung der Atomhülle durch das Modell vom eindimensionalen Potenzialtopf

Gleich zu Beginn sollte klar sein: ein Modell im physikalischen Sinnen stellt nie ein realistisches Abbild der Natur dar, es ist als solches auch nicht gedacht. Wir sind bei Quantenobjekten aber gut beraten, wenn wir akzeptieren, dass es Bereiche der Natur gibt, „zu denen man hin denken, aber nicht hin sehen kann“. Ein geeignetes Modell muss also notwendiger Weise abstrakt werden. Wer über Atome sachgerecht reden will, muss Seins-Aussagen vermeiden.

Andererseits stehen aus dem vorangehenden Unterricht bereits Regeln zur Verfügung, die sich auf Elektronen als Quantenobjekte anwenden lassen. Diese sollen nun benutzt werden, ohne zusätzliche Annahmen zu machen.

## 1.1 Regeln für den Umgang mit Zeigern in der Quantenphysik

(In Klammern stehen Teile, die nur für fortgeschrittene Lerner wesentlich sind und daher im grundlegenden Unterricht weggelassen werden):

1. Für jede klassische Denkmöglichkeit einer Verbindung zwischen einer Quelle und einem Ziel wird eine Kette von Zeigern gedacht.  
(Man macht keinen all zu großen Fehler, wenn man nur endlich viele und gerade Verbindungen betrachtet.)
2. Jeder Zeiger erhält an der Quelle die Länge 1, er rotiert mit der Frequenz der Strahlung. Nach der Länge  $\lambda$  hat er sich genau einmal gedreht. Wir vereinbaren als Startposition die 3- Uhr- Stellung und als Drehsinn den entgegen dem Uhrzeigersinn.  
(Die Abnahme der Amplitude mit der Entfernung zur Quelle wird in einfachen Fällen vernachlässigt.)
3. Die Zeigerlänge nennt man Wahrscheinlichkeitsamplitude, man verwendet dafür oft das Symbol  $\Psi$ .  
Das Quadrat der Zeigerlänge ist ein Maß für die Nachweis- Wahrscheinlichkeit  $P(r,t)$  dafür, das Quantenobjekt am Beobachtungsort zu registrieren.
4. Am Beobachtungsort muss man zunächst alle beteiligten Zeiger addieren, erst danach wird die Länge des resultierenden Zeigers quadriert.
5. Wenn es für das Eintreten eines Ereignisses mehr als eine Denkmöglichkeit gibt, tritt Interferenz auf. Könnte man aber nach geeigneter Präparation der Quantenobjekte eine „Welcher – Weg – Information“ mit dem Empfänger prinzipiell lesen, tritt solange keine Interferenz auf, wie diese Information prinzipiell lesbar ist..

## 1.2 Bausteine für eine erste Modellierung

Wenn man ein Modell eines Systems mit einem „eingesperrten Elektron“ bilden möchte, hat man im Unterricht mit Anfängern folgende Bausteine zur Verfügung:

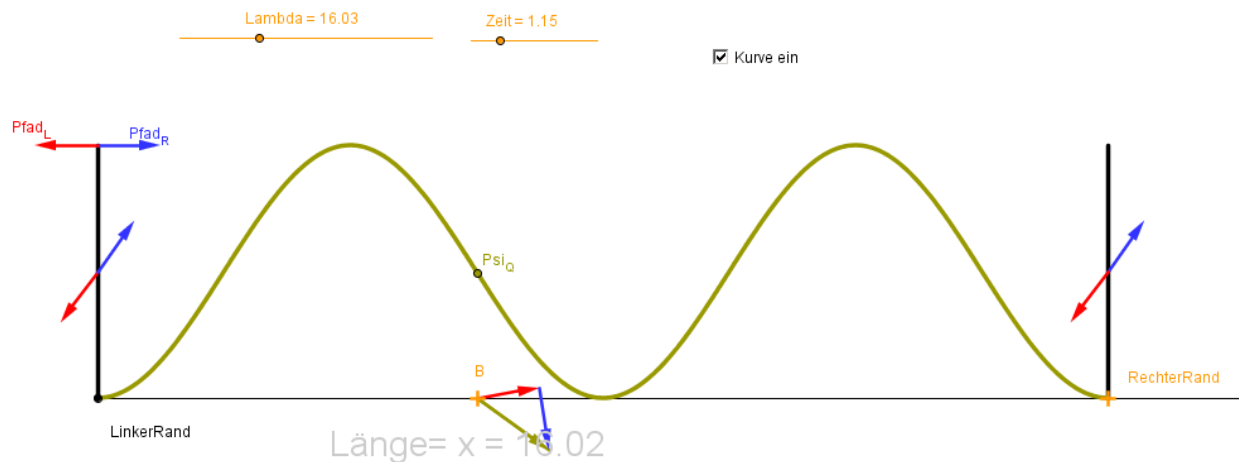
- Das Elektron ist ein Quantenobjekt. Die Nachweiswahrscheinlichkeit in einer gegebenen Situation ergibt sich deswegen durch Interferenz der zu klassisch denkbaren Verbindungen Quelle- Ziel gehörenden Zeigerketten .  
(Der Begriff „klassisch denkbare Verbindung“ wird bewusst verwendet, um gar nicht erst die falsche Vorstellung von Bahnen oder gar Bewegungen zu verstärken)
- Die Grenzen des Bereiches, in dem man das Elektron einsperrt, werden durch den Verlauf des elektrischen Potentials gebildet. Wir brauchen an dieser Stelle aber nicht genauer darüber nachzudenken, was das bedeutet, sondern legen sie über die  $\Psi$ - Funktion in dem Sinne fest, dass wir fordern: dort ist  $|\Psi|^2=0$ .  
Diese Forderung lässt sich zeitunabhängig nur realisieren, wenn man mindestens zwei Zeigerketten verwendet. Nur so kann man dafür sorgen, dass an einem Rand die Zeigersumme Null ist.  
(Weil es in einer eindimensionalen Vorstellung zwei Ränder gibt, müsste man eigentlich zu insgesamt vier Zeigerketten gelangen, was aber für unterrichtszwecke meist auf zwei reduziert werden darf.)
- Außerhalb des durch die so beschriebenen „Ränder des eindimensionalen Potentialtopfes (EPT)“ begrenzten Bereiches ist  $|\Psi|^2$  weiter null, weil dort das Potential unendlich ist, also  $p=0$ , damit  $\lambda=\infty$ . Der Zustand vom Rand muss dort also beibehalten/ stetig fortgesetzt werden.

## 1.3 Erstellen eines vorläufigen Modells

Die Modellierung im EPT erfolgt ganz zu Beginn des Unterrichts über Atome, noch ohne Vorliegen experimenteller Evidenz und - dies sei nochmals betont - nicht, um ein naturrealistisches Bild vom Atom zu erhalten, sondern um zu erkunden, wie weit man mit

einfachen Annahmen in einem Bereich kommen kann, über den man nicht mehr als elementare Regeln kennt; es ist also ausdrücklich nicht das Ziel, ein realistisches Bild vom Atom zu erzeugen. Dabei wird sehr bewusst in Kauf genommen, dass das Modell noch Mängel hat - ganz im Sinne des zweiten Zitats vom Anfang.

[EPT.ggb](#)



Zwischen den beiden „Rändern des EPT“ existiere ein Elektron (von dem wir nicht danach fragen, wie es dort hin kommt). Am linken Rand des EPT gehören zu ihm wegen der „Summe null“ mindestens zwei Zeiger, die dort gegenphasig stehen müssen. Sie gehören zu zwei klassisch denkbaren Zeigerketten (Denkmöglichkeiten). Eine davon geht vom Rand aus zum Beobachtungsort in den Potenzialtopf, die andere führt von dort zum Rand hin. Das bedeutet, dass die Verteilung der Nachweiswahrscheinlichkeit für das Elektron durch Interferenz von mindestens zwei Zeigerketten (Denkmöglichkeiten) bestimmt werden muss.

- Die Arbeit mit dem Modell zeigt nun, dass sich die Randbedingung  $|\Psi|^2=0$  nur realisieren lässt, wenn  $\lambda$  und Topflänge zueinander passen.
- Darüber hinaus zeigt die Erkundung am Modell, dass die  $|\Psi|^2$  Verteilung in einem solchen, passenden Zustand unabhängig von der Zeit ist.
- 

In der üblichen Weise zeigt man nun, dass die vorliegenden Annahmen zu dem Schluss führen, dass die Gesamtenergie des eingesperrten Elektrons quantisiert sein muss.

Sorgfältige theoretische Überlegungen zeigen: Dazu ist man an allen Orten innerhalb des EPT berechtigt, weil dort die potenzielle Energie verschwindet. Auf die Schwierigkeiten, die sich aus der Betrachtung an den Rändern ergeben, wird allerdings erst im dritten Schritt eingegangen.

## 1.4 Experimentelle Evidenz

Man darf nicht erwarten, dass man nun auch nur im Ansatz wisse, wie ein Atom aussieht. Im Sinne der Modell- Methode muss man aber fragen, ob man Ähnliches experimentell zeigen kann.

Zunächst gehört hier das Elektron im Quantengehege her. Passende Abbildungen findet man in allen Schulbüchern.

Mit ihm sind wir schon besser dran als mit dem BOHR- Modell. Das hat nämlich für kleine Quantenzahlen niemand durch Messung abgebildet, das Elektron im Quantengehege aber sehr wohl.

Unser Modell sagt vorher, dass eingesperrte Elektronen quantisierte Gesamtenergie aufweisen. Erfahrene Elektronenmikroskopiker weisen denn auch darauf hin, dass über

geeignete Einstellung der Schwellenspannung am Raster-Tunnel-Mikroskop verschiedene Anregungszustände von Elektronen im Quantengehege abgebildet werden können.

Die Hypothese von quantisierter Gesamtenergie erleichtert nun die Deutung von Experimenten zu Spektrallinien und der verschiedenen FRANCK- HERTZ- Versuche sowie natürlich die Deutung des Fotoeffekts, die sich im Unterricht anschließen sollte.

Ich halte es nicht für klug, die genannten Experimente voran zu stellen. Dann würde man nämlich zu dem Denkfehler animiert, mit dem Modell beschreibe man vorgefundene Realität. Stellt man hingegen das Modell voran, ist klar, welche Aufgabe die Experimente haben: ein aus einfachen Annahmen gebildetes Modell zu überprüfen. Sicher wird man hier bereits zeigen, dass die Energieterme aus dem Modell des EPT nicht zu den realen Energietermen passen: das Einzige, was das Modell überzeugend begründen kann, ist, dass die Gesamtenergie des eingesperrten Elektrons überhaupt quantisiert ist – aber das ist schon eine erhebliche Menge.

## 1.5 Übergänge zu Orbitalen

Hier helfen Bilder, in denen die erhaltenen  $|\Psi|^2$ -Verteilungen auf drei Ansichten eines Würfels projiziert werden, beim grundsätzlichen Bilden einer Anschauung. Ausdrücklich verzichtet wird auf die Angabe und Begründung weiterer Quantenzahlen; dies sollte der Universität vorbehalten bleiben.

## 2. Fehler, die man vermeiden muss

*(In kursiver Schrift werden jeweils Kommentare angegeben, die zeigen, wie in der hier vorgelegten Darstellung die Fehler vermieden werden)*

- Man spreche nicht über Bahnen der Elektronen oder Bewegungsrichtungen im EPT, auch nicht über Reflexionen an Wänden und bemühe sich, die Vorstellung zu vermeiden, zwischen irgendwie realen Grenzen laufe ein Teilchen gewissermaßen hin und her, wie das manche Schulbuchdarstellungen nahe legen.  
*Einzig berechnete Sprechweise ist die von den klassisch möglichen Verbindungen und den zugehörigen Zeigerketten (merke: nicht Elektronen).  
Übrigens zeigen die einzelnen Zeiger in den Ketten ja genau dies: es ändert sich mit Ort und Zeit zwar die Zeigerstellung, nicht aber die für den Nachweis einzig entscheidende Größe  $|\Psi|^2$ . Auch wenn eine Zeigerkette eine Verbindung z.B. von links nach rechts beschreibt, ist daraus keine Bewegung des Elektrons ableitbar, da  $|\Psi|^2$  in Raum und Zeit konstant bleibt.*
- Man vermeide die in Anwesenheit eines variablen Potentials falsche Anwendung des Energieerhaltungssatzes „für Messwerte“ an einem festen Ort und die daraus folgenden Vorschläge für die Berechnung der Energierterme im Wasserstoff-Atom. Hier würde nur die korrekte Behandlung des Problems mit Operatoren weiter helfen, die der Schule aber in der Breite verschlossen bleiben wird.
- Man vermeide, über irgendwelche hin- und herlaufenden Elektronen zu sprechen; täte man es, würde man unweigerlich mit der Frage konfrontiert, wie ein Elektron denn über die Nullstellen von  $|\Psi|^2$  kommt. Jedes „Orbital“ beschreibt ein einzelnes Elektron, das nicht im Orbital hin- und hersaust. Vielmehr beschreibt das Orbital auf möglichst anschauliche Weise, wie die Nachweiswahrscheinlichkeit des Elektrons verteilt ist.  
*Zu den ihm zugrunde liegenden Zeigerketten gehören an jedem Ort und zu jeder Zeit gleich lange Zeiger. Jede einzelne Zeigerkette lässt also über das Elektron keine Ortsaussage zu. Dann darf man über Bewegung also erst recht nicht sprechen.*
- In diesem Sinne ist die Analogie „stehende Welle“ falsch. Es wellt nichts, das Elektron darf nur durch den ganzen Zeiger dargestellt werden, *insbesondere also auch nicht, wie in manchen Texten, die eine Elementarisierung versuchen, durch reelle Funktionen.*
- Man vermeide die Einführung von „Elektronenspiegeln“ an den Rändern des LPT. Es gibt keine- und sie helfen auch nicht dabei, die Folgen der Unbestimmtheit auszulöffeln, denn so oder so erhält man als Ergebnis eine  $|\Psi|^2$ -Verteilung, die räumlich begrenzt ist. Deren Impulsspektrum weist unausweichlich eine Unbestimmtheit auf.

- Man beachte, dass man mit den Energietermen nur die Gesamtenergie der eingeschlossenen Elektronen kennt. Nur diese ist scharf, das gilt weder für Impuls, kinetische Energie oder potenzielle Energie.