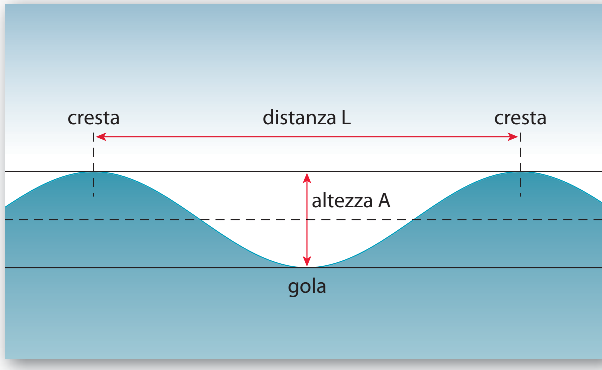
REALTÀ E MODELLI SCHEDA DI LAVORO

1 Le onde del mare

L'andamento delle onde del mare può essere descritto mediante una funzione sinusoidale. Le onde sono caratterizzate da una lunghezza L (distanza tra due creste successive), dall'altezza A (distanza tra la cresta e la gola) e dalla velocità di propagazione v (corrispondente allo spazio percorso dall'onda nell'unità di tempo).

▶ Trova il periodo e scrivi la funzione che descrive un'onda alta 3,5 m, lunga 160 m e con una velocità di 15 m/s.



▶ La velocità di propagazione v dell'onda è data dal rapporto tra ______ dell'onda ______:

$$v = \square .$$

Ricaviamo pertanto il periodo T con la relazione inversa:

$$T = \square = \frac{\square\ \text{m}}{\square\ \text{m/s}} \simeq 10{,}67\ \text{s}.$$

La funzione goniometrica è del tipo:

$$y = a \cdot \operatorname{sen}(bt),$$

in cui:

$$a = \square = \square = 1{,}75\ \text{m};\quad \square = \frac{2\pi}{b} \quad \to \quad b = \frac{2\pi}{\square} \simeq \frac{2\pi}{10{,}67} \simeq 0{,}59\ \text{s}^{-1}.$$

La funzione che descrive la forma dell'onda è:

$$y = \square .$$

2 La ruota panoramica

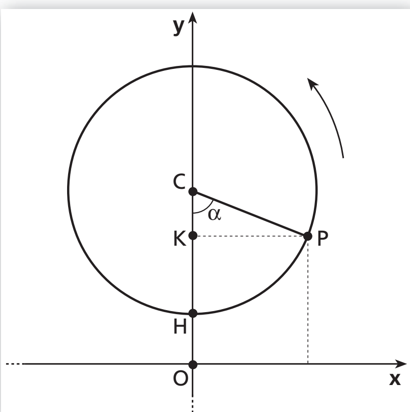
Nel 1897 fu costruita a Vienna la Riesenrad, una ruota panoramica alta 65 metri tuttora esistente e in funzione, in occasione delle celebrazioni dei 50 anni di regno dell'imperatore Francesco Giuseppe I. Il punto più basso dista da terra 4 metri e impiega circa 4 minuti per fare un giro completo.

- ▶ Posiziona il sistema di riferimento cartesiano nel centro della ruota ed esprimi le funzioni che descrivono l'ascissa e l'ordinata della posizione di un passeggero in funzione dell'angolo α formato dal raggio della ruota e dalla verticale (in modo che alla partenza l'angolo sia nullo e supponendo che la ruota giri in senso antiorario).
- ▶ Posiziona ora il sistema di riferimento cartesiano in modo che l'asse x coincida con la linea del terreno e l'asse y passi per il centro della ruota. Esprimi la funzione che descrive l'altezza del passeggero rispetto al terreno, sempre in relazione all'angolo α, e rappresenta il grafico di tale funzione.
- ▶ Esprimi l'altezza del passeggero trovata al punto precedente in funzione del tempo, anziché dell'angolo.
- ▶ A che altezza dal suolo si trova il passeggero dopo 30 secondi dalla partenza?

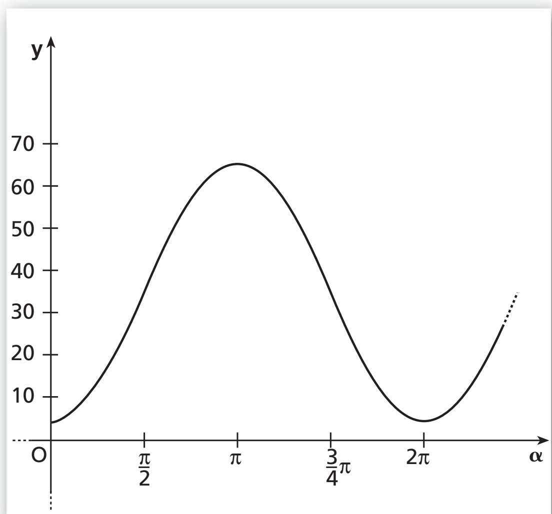
▶ Il raggio della ruota è $R = \dfrac{65-4}{2} = 30{,}5\ \text{m}$.

Il passeggero parte dalla posizione (0;   ). In base alla scelta dell'angolo si ottiene che l'ascissa del punto P è data da $x = 30{,}5 \cdot$ e l'ordinata da $y = -30{,}5 \cdot$.

▶ Con questo sistema di riferimento il passeggero parte dal punto (0; 4). La sua   rispetto al suolo è data da (vedi figura 1) $\overline{CH} + \overline{HO} - \overline{CK} = 30{,}5 + 4 - 30{,}5 \cdot$ ovvero $y = 34{,}5 - 30{,}5 \cdot$, il cui grafico è riportato nella figura 2.



▲ Figura 1



▶ Figura 2

▶ Dato che la ruota impiega circa 4 minuti = 240 secondi per compiere un giro completo, ovvero un angolo di 2π, si può impostare la seguente proporzione (supponendo che la velocità della ruota sia costante):

$$\alpha : \quad = t : 240$$

dove t indica il tempo impiegato a percorrere l'angolo α.
Perciò la funzione che fornisce l'altezza dal suolo del passeggero diventa:

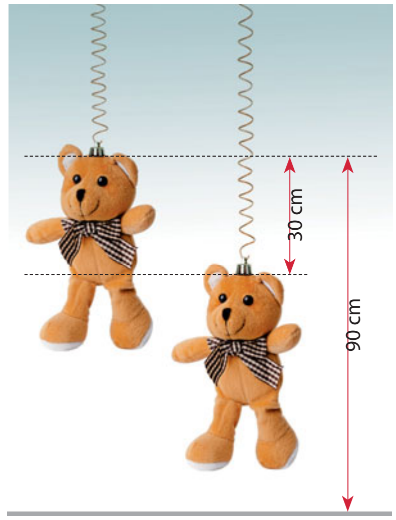
$$y = 34{,}5 - 30{,}5 \cdot \cos \qquad .$$

▶ 30 secondi corrispondono a un ottavo del periodo, perciò la ruota avrà effettuato un ottavo di giro. Quindi $\alpha =$ e il passeggero si troverà a $34{,}5 - 30{,}5 \cdot \cos$ $\simeq 12{,}93$ m di altezza.

3 Il pupazzetto a molla

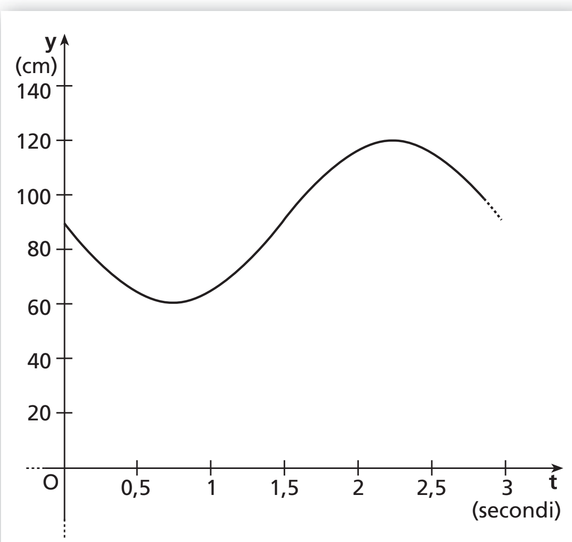
Roberto gioca con un pupazzetto a molla facendolo oscillare verticalmente, partendo da una posizione di equilibrio a un'altezza di 90 cm dal pavimento. Supponiamo che per effettuare un'oscillazione completa, di ampiezza 30 cm, e ritornare nella posizione iniziale impieghi 3 secondi.

- ▶ Esprimi mediante una funzione goniometrica la variazione dell'altezza dal suolo del pupazzetto in funzione del tempo e rappresenta il grafico della funzione.
- ▶ Quale posizione occupa il pupazzetto dopo 2 secondi?



▶ Al tempo $t = 0$ il pupazzetto si trova 90 cm da terra e per la stessa posizione passerà dopo 1,5 s (dato che per fare una oscillazione completa impiega 3 s). Nella posizione più bassa, a 60 cm dal pavimento, passerà dopo $\square = \square$ s e in quella più alta, a 120 cm, dopo $3 \cdot \square = \square$ s. Si tratta di una funzione sinusoidale del tipo $y = A\,\mathrm{sen}(\omega t + \varphi)$ con periodo $T = \frac{2\pi}{\omega} = \square$ s e ampiezza $A = 30$ cm, traslata verso l'alto di 90 cm. Quindi $h(t) = \square + \square \cdot \mathrm{sen}\left(\frac{2\pi t}{3} + \varphi\right)$. Per determinare la fase φ bisogna considerare che il pupazzetto viene inizialmente tirato verso il basso, quindi $\varphi = \pi$ e sen $\square = -\,\mathrm{sen}\left(\frac{2\pi t}{3}\right)$. Perciò:

$$h(t) = 90 - 30 \cdot \mathrm{sen}\left(\frac{2\pi t}{3}\right).$$



◀ **Figura 3**

▶ Dopo 2 secondi si ha:

$$h(2) = \square - \square \cdot \mathrm{sen}\left(\frac{2\pi \cdot 2}{3}\right) \simeq 116 \text{ cm},$$

perciò il pupazzetto si trova a circa 116 cm dal pavimento.