1. Amb les targetes següents, quins nombres quadrats pots formar? Ordena'ls de gran a petit i justifica per què són nombres quadrats...

a. 3 i 4.
Podem formar 3 nombres quadrats: 4, 4^3 i 3^4. Són nombres quadrats perquè els podem expressar com a multiplicació de dos nombres iguals:
$4^3 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = (2^3) \cdot (2^3)$
$3^4 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = (3^2) \cdot (3^2)$

b. 1 i 4.
Podem formar 2 nombres quadrats: 1 i 4.

c. 1 i 3.
Només podem formar l'1 com a nombre quadrat.

2. Escollint dos nombres naturals entre el 2 i el 6 (tots dos inclosos), pots aconseguir que els resultats de les operacions siguin...

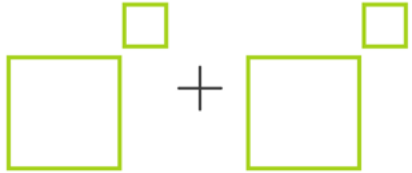
Amb els nombres del 2 al 6, només podem fer 3 divisions amb resultat natural:

$6 : 3 = 2$ $\quad$ $6 : 2 = 3$ $\quad$ $4 : 2 = 2$

- dos nombres naturals parells?
Sí, quan fem $4 : 2 = 2$ i $4 - 2 = 2$.

- un nombre natural senar i un de parell?
Sí, quan fem $6 : 3 = 2$ i $6 - 3 = 3$ o bé $6 : 2 = 3$ i $6 - 2 = 4$.

3. Col·loca els nombres naturals de l'1 al 4 perquè el resultat de la suma sigui...



a. un nombre parell més petit que 20.
Per aconseguir que la suma tingui com a resultat un nombre parell, o bé totes dues potències són parelles, o bé, senars. Per exemple:

$1^4 + 3^2 = 1 + 9 = 10$ $\quad$ $4^1 + 2^3 = 4 + 8 = 12$

b. un nombre senar més gran que 20.
Per aconseguir que la suma tingui com a resultat un nombre senar, una de les potències ha de ser un nombre parell, i l'altra, senar. Per exemple:

$1^2 + 4^3 = 1 + 64 = 65$ $\quad$ $2^1 + 3^4 = 2 + 81 = 83$

c. un nombre quadrat.
L'únic nombre quadrat que podem aconseguir és el 9.
$1^4 + 2^3 = 1 + 8 = 9$

1. Amb les targetes següents, quins nombres pots formar amb arrel quadrada natural? Ordena'ls de gran a petit.
Per aconseguir que el resultat de l'arrel quadrada sigui un nombre natural, el nombre ha de ser quadrat.

a. 4 i 8.
Podem formar 3 nombres quadrats: $4,\ 8^4$ i 4^8. Són nombres quadrats perquè els podem expressar com a multiplicació de dos nombres iguals:
$8^4 = 8 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 8 = (8^2) \cdot (8^2)$
$4^8 = 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 = (4^4) \cdot (4^4)$

b. 5 i 7.
Amb les targetes del 5 i el 7, podem formar els nombres: 5, 7, 57, 75, 7^5 i 5^7, però cap d'ells és un nombre quadrat, ja que no es poden escriure com a multiplicació de dos nombres iguals.

c. 3 i 6.
Si considerem la possibilitat de girar la targeta del 6 per convertir-la en 9, llavors:
$3^6 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = (3^3) \cdot (3^3)$
$9^3 = 9 \cdot 9 \cdot 9 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = (3^3) \cdot (3^3)$
Com que són el mateix nombre, només podem formar 3 nombres quadrats: 9, 36 i 3^6 (o 9^3).

Fent servir les mateixes parelles de targetes, quants nombres primers pots aconseguir?

a. 4 i 8.
Com que totes dues targetes són nombres parells més grans que 2, no podem aconseguir cap primer.

b. 5 i 7.
Dels 6 nombres que podem fer amb les dues targetes $\{5,\ 7,\ 57,\ 75,\ 7^5$ i $5^7\}$, només el 5 i el 7 són nombres primers (les potències mai no seran nombres primers).

c. 3 i 6.
Dels 5 nombres que podem fer amb les dues targetes $\{3,\ 6,\ 36,\ 63$ i $3^6\}$, només el 3 és primer (les potències mai no seran nombres primers).

2. Col·loca els nombres naturals del 2 al 5 perquè el resultat de la suma sigui:

$$\square^{\square} + \square^{\square}$$

Podem fer 12 sumes diferents:

$2^3+4^5=8+1024=1032$	$2^4+3^5=16+243=259$	$2^5+3^4=32+81=113$
$2^3+5^4=8+625=633$	$2^4+5^3=16+125=141$	$2^5+4^3=32+64=96$
$3^2+4^5=9+1024=1033$	$4^2+3^5=16+243=259$	$5^2+3^4=25+81=106$
$3^2+5^4=9+625=634$	$4^2+5^3=16+125=141$	$5^2+4^3=25+64=89$

a. El resultat senar més gran possible.
$3^2+4^5=9+1024=1033$

b. El resultat senar més petit possible.
$5^2+4^3=25+64=89$

c. El resultat parell més gran possible.
$2^3+4^5=8+1024=1032$

d. El resultat parell més petit possible.
$2^5+4^3=32+64=96$

1. Donades les targetes següents:

a. Forma:

Si considerem la possibilitat de girar la targeta del 6 per convertir-la en 9.

- Nombres quadrats d'una, dues o tres xifres

Podem fer els següents nombres quadrats: $1, 9, 16, 36$ i 361.

- Nombres primers d'una o dues xifres.

Podem fer els següents nombres primers: $3, 13, 19, 31$ i 61.

b. Agrupa les targetes de dos en dos per formar potències que siguin nombres quadrats. Quants nombres diferents pots aconseguir?

Amb les targetes, podem formar 10 potències $\{1^3,\ 1^6,\ 1^9,\ 3^1,\ 3^6,\ 3^9,\ 6^1,\ 6^3,\ 9^1$ i $9^3\}$, de les quals 3^1, 6^1, 6^3 i 3^9 no són nombres quadrats.

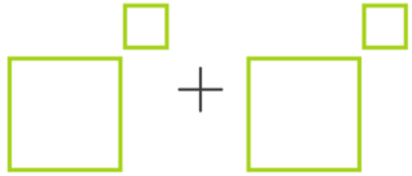
Com que 1 elevat a qualsevol nombre té com a resultat 1 i $3^6 = 9^3$:

$3^6 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot\ 3 \cdot 3 \cdot 3 = (3^3) \cdot (3^3)$

$9^3 = 9 \cdot 9 \cdot 9 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = (3^3) \cdot (3^3)$

Llavors, només aconseguim 3 resultats diferents: 1, 9 i 3^6 (o 9^3).

2. Quants resultats diferents pots obtenir en col·locar els nombres naturals del 2 al 5 sense repetir-ne cap?

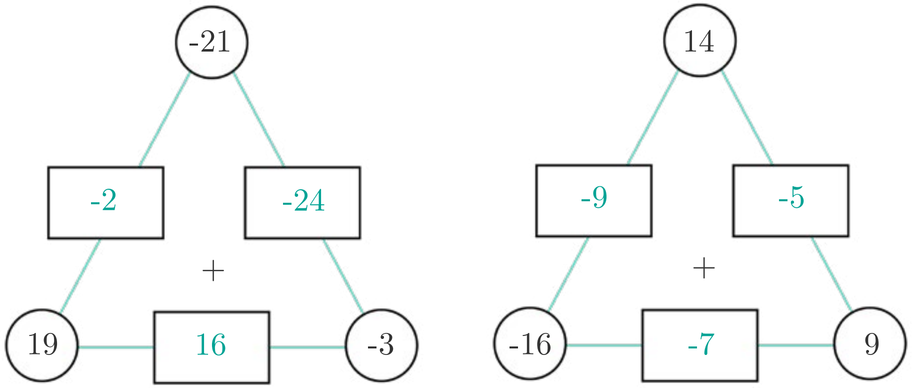


Podem fer 12 sumes:

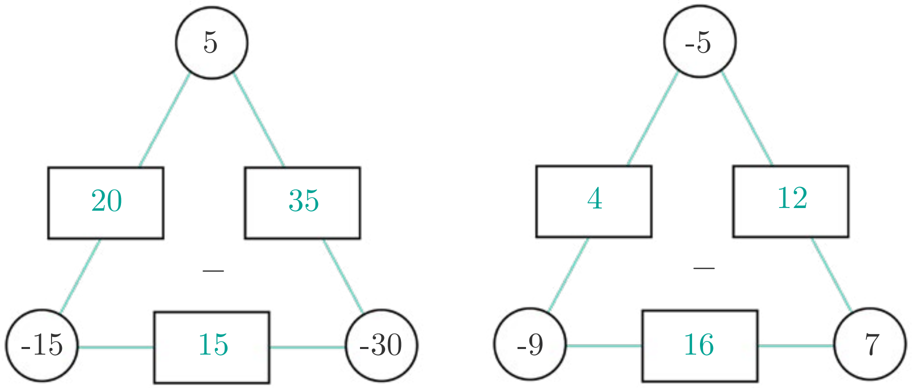
$2^3 + 4^5 = 8 + 1024 = 1032$	$2^4 + 3^5 = 16 + 243 = 259$	$2^5 + 3^4 = 32 + 81 = 113$
$2^3 + 5^4 = 8 + 625 = 633$	$2^4 + 5^3 = 16 + 125 = 141$	$2^5 + 4^3 = 32 + 64 = 96$
$3^2 + 4^5 = 9 + 1024 = 1033$	$4^2 + 3^5 = 16 + 243 = 259$	$5^2 + 34 = 25 + 81 = 106$
$3^2 + 5^4 = 9 + 625 = 634$	$4^2 + 5^3 = 16 + 125 = 141$	$5^2 + 4^3 = 25 + 64 = 89$

Amb 11 resultats diferents, ja que $2^4 = 4^2$.

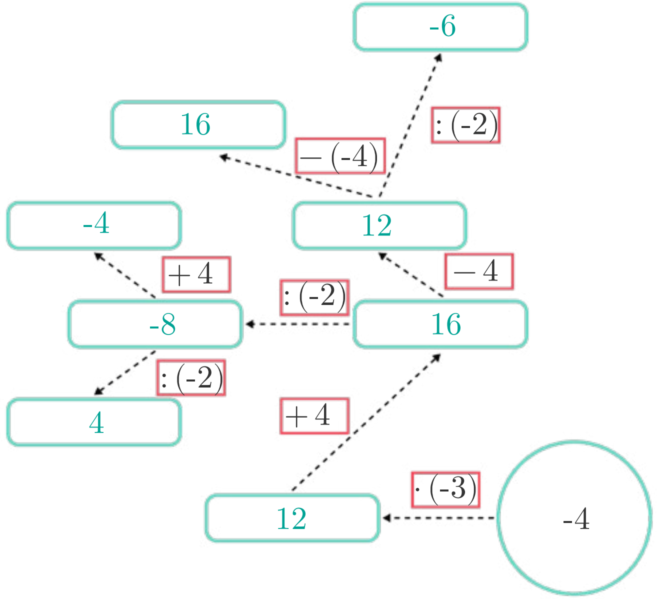
1. Omple els diagrames següents de manera que a cada rectangle hi hagi…
   a. El resultat de sumar els nombres dels cercles adjacents.



   b. La distància entre els nombres dels cercles adjacents.
   Per trobar la distància entre dos nombres, restem el nombre més petit (subtrahend) al més gran (minuend). Per exemple, com que $-5 > -9$, llavors $(-5) - (-9) = 4$.



2. Completa l'arbre següent:

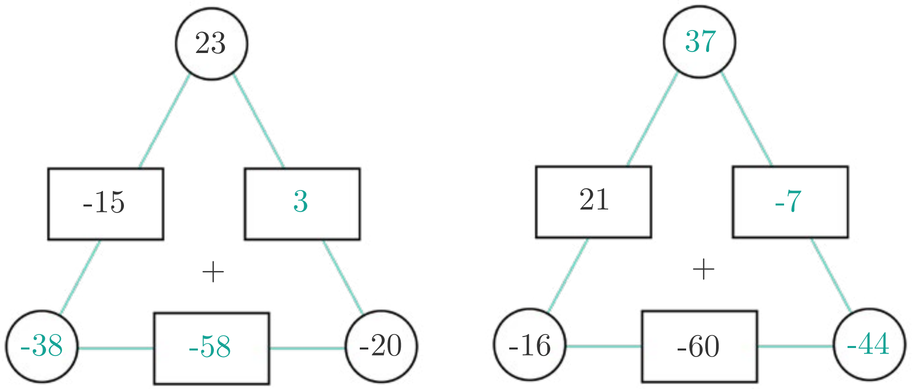


3. Fes les operacions següents i enregistra'n la resolució pas a pas.

$$-30 - 2 \cdot (-10) = -30 - (-20) = -10$$

$$(-5) \cdot (-6) - 12 + 6 = 30 - 12 + 6 = 18 + 6 = 24$$

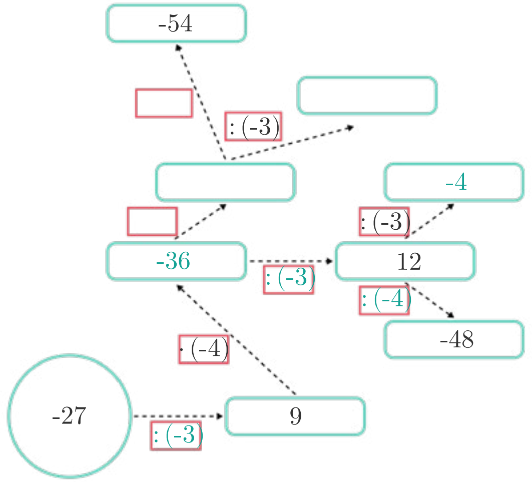
1. Omple els diagrames següents de manera que a cada rectangle hi hagi la suma dels nombres dels cercles adjacents.



2. Completa l'arbre següent amb les operacions i els resultats que hi falten. Pots utilitzar cada operació tantes vegades com faci falta.

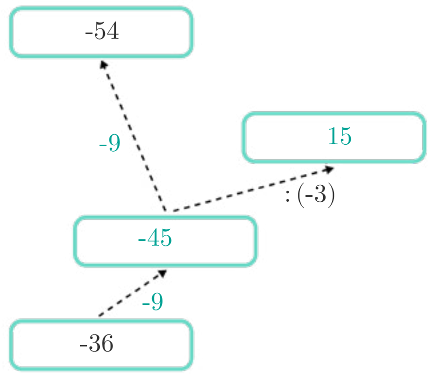
$-\,9 \qquad \cdot\,(-4) \qquad :\,(-3)$

Calculem els resultats de les operacions en què coneixem el nombre inicial i l'operació a fer. Així, s'obté:



Per completar les dues operacions que falten per anar del -36 al -54 rastregem les 8 opcions possibles [3 fent la mateixa operació, 4 combinant $-\,9$ amb $\cdot\,(-4)$ o $:(-3)$ i 1 combinant $:(-3)$ i $\cdot\,(-4)$]. L'única que ens permet obtenir -54 és restar dues vegades 9.

Per tant, completem el diagrama de la manera següent:



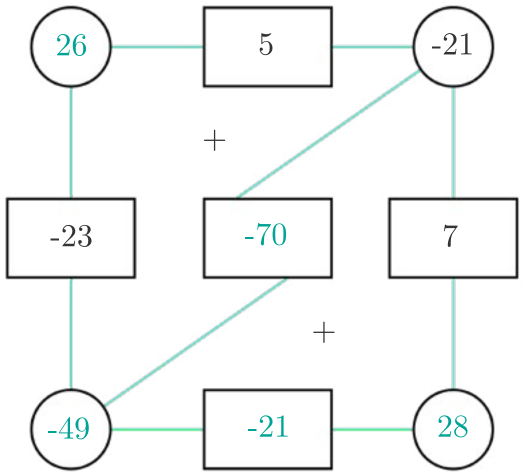
Escriu les operacions combinades que has fet per arribar al resultat final més petit i més gran de l'arbre.

$$-27:(-3)\cdot(-4)-9-9=-5$$
$$=9\cdot(-4)-9-9=$$
$$=-36-9-9=$$
$$=-45-9=$$
$$=-54$$

$$(-27:(-3)\cdot(-4)-9):(-3)=15$$
$$=(9\cdot(-4)-9):(-3)=$$
$$=(-36-9):(-3)=$$
$$=-45:(-3)=$$
$$=15$$

1. Omple el diagrama de manera que a cada rectangle hi hagi la suma dels nombres dels cercles adjacents.

Si volem trobar un dels cercles adjacents a un rectangle, restem el nombre del rectangle menys el del cercle adjacent amb valor conegut.



2. Completa l'arbre següent amb les operacions i els resultats que hi falten. Pots utilitzar cada operació tantes vegades com faci falta.

$+4$ $\quad -8 \quad \cdot(\text{-}5) \quad :(\text{-}2)$

Una estratègia vàlida per omplir el diagrama consisteix a començar pel final, fent les operacions inverses. Per obtenir el 5, per exemple, hem de partir d'algun d'aquests nombres:

$5-4=1 \quad 5+8=13 \quad 5:(\text{-}5)=\text{-}1 \quad 5\cdot(\text{-}2)=\text{-}10$

Dels quatre, l'únic amb el qual és possible arribar al -7 amb alguna de les operacions de l'enunciat és l'1 $(1-8=\text{-}7)$.

Repetim el procediment amb -10 i -1: fem les quatre operacions inverses possibles i comprovem quin resultat ens permet arribar a l'altre nombre amb alguna de les operacions disponibles. Continuem fins a omplir el diagrama: