Musterlösung zur Aufgabenstellung

Tipps

- Wenn *nicht zu viel Bier* eingegossen wird, sodass die Schaumhöhe nicht zu groß wird, hält sich die Anzahl der Daten und damit der Aufwand späterer Berechnungen in Grenzen.
- *25 Sekunde* ist meiner Meinung nach ein gutes Messintervall.
- Ein *Edding zur Markierung des Bierstands* und der Schaumhöhe während des Versuchs hat sich als äußerst nützlich erwiesen. So kann die Schaumhöhe in Ruhe anhand der Markierungen im Nachhinein abgemessen werden.
- *Hoher schmaler Messzylinder:* In diesem Fall ist es zugunsten genauerer Messergebnisse von Vorteil den jeweiligen Flüssigkeitsstand zum Zeitpunkt x_i für i=1,2,…,n zu messen und deren Differenz zum Flüssigkeitsstand des Zeitpunkts x_n, zu welchem der Bierschaum vollständig zerfallen ist, zu berechnen (Messen der Höhe des Schaums in Form von Flüssigkeit). Bei breiten Messzylindern wird der Flüssigkeitszuwachs nach kurzer Zeit allerdings so gering, dass ein Ablesen mit einem gewöhnlichen Lineal keine brauchbaren Ergebnisse mehr liefert.
- *Breiter Messzylinder:* In diesem Fall ist das direkte Messen der Schaumhöhe von Vorteil, da die Höhendifferenzen groß genug sind, um sie mit einem gewöhnlichen Lineal abzumessen. Allerdings ist es oft wegen dem unregelmäßigen Zerfall schwierig, die genaue obere Schaumgrenze zu finden.

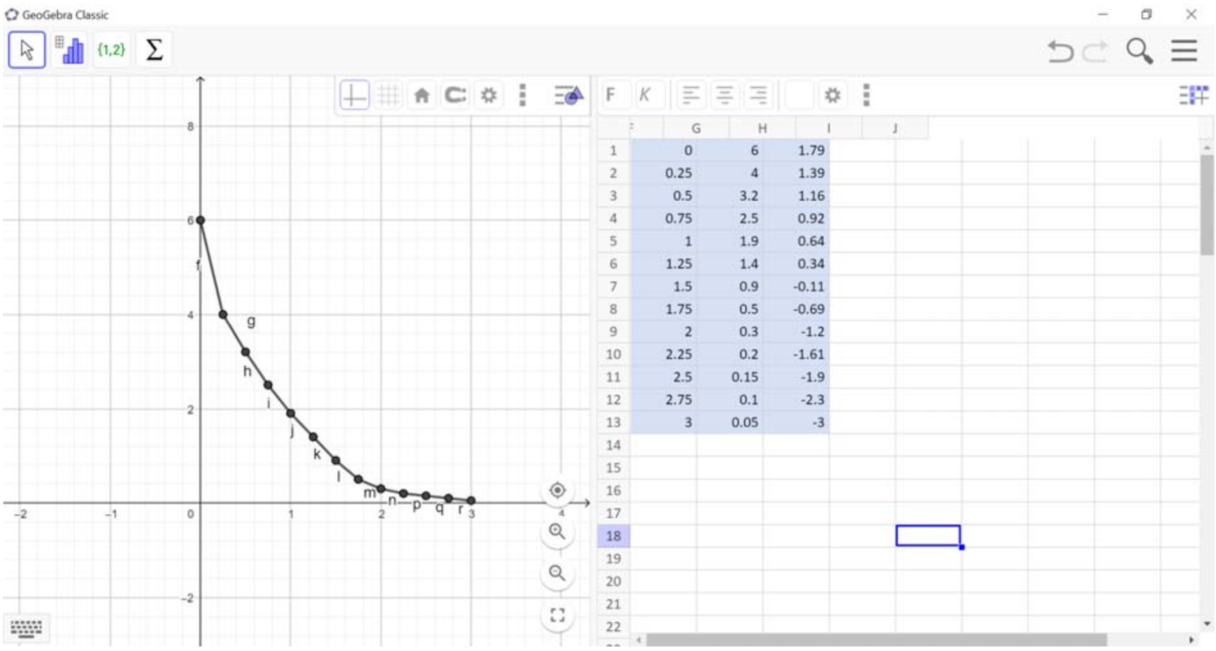
Im Folgenden befindet sich eine mögliche Auswertung eines von mir durchgeführten Bierschaumexperiments.

Musterlösung

Tabelle der Messdaten

Bierschaumversuch (Lebensdauer von Schaumbläschen) *Protokollblatt*		
t Zeit min	N(t) Schaumhöhe cm	ln(N(t)) natürlicher Logarithmus von y
0	6	1.79
0.25	4	1.39
0.5	3.2	1.16
0.75	2.5	0.92
1	1.9	0.64
1.25	1.4	0.34
1.5	0.9	-0.11
1.75	0.5	-0.69
2	0.3	-1.2
2.25	0.2	-1.61
2.5	0.15	-1.9
2.75	0.1	-2.3
3	0.05	-3

Darstellung der Daten in Geogebra



Dieser Verlauf ähnelt dem Graphen einer Exponentialfunktion (Zerfallsprozess).

Deshalb möchte ich eine möglichst gute Approximation der Form $N(t) = N_0 * e^{-\gamma t}$ finden.

Approximation

$$N(t) = N_0 * e^{-\gamma t}$$

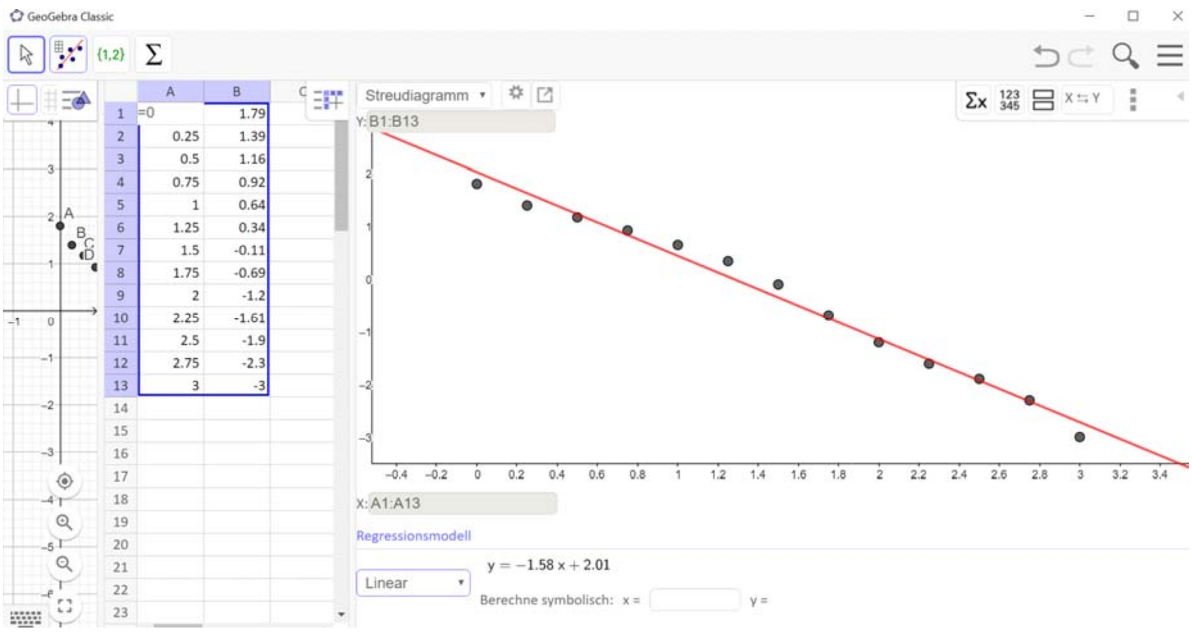
Logarithmierung

$$ln\big(N(t)\big) = ln(N_0 * e^{-\gamma t}) = -\gamma t + ln(N_0)$$

Durch Logarithmierung erhalte ich eine lineare Funktion.

Diese Lineare Funktion kann ich mithilfe einer Regressionsgeraden approximieren.

Ich nehme dazu Geogebra zu Hilfe (*Analyse zweier Variablen/Regressionsmodell linear*).



Regressionsgerade

$$y = -1.58x + 2.01$$

$2.01 \approx \ln(N_0)\ \ <=>\ \ N_0 = e^{\ln(N_0)} \approx 7.46$

$-1.58\ \approx -\gamma\ \ <=>\ \ \gamma \approx 1.58$

<u>Approximation der Kurve</u>

$$N(t) = 7.46 * e^{-1.58*t}$$