Geometria esfèrica

Al llarg d'aquest document detallarem els passos de construcció per a la realització d'una applet de Geogebra que permeti crear diferents triangles esfèrics segons la seva classificació.

Cal tenir en compte, que més enllà de seguir els passos pautats, aquesta activitat pot ser utilitzada per desenvolupar el pensament computacional. Així, per exemple, es pot plantejar el repte de construir triangles isòsceles en una esfera utilitzant Geogebra, i sense facilitar els passos de construcció que sigui el propi alumnat qui pensi con s'ha de construir.

Començarem definint un punt lliscant que anomenarem radi i crearem una esfera de centre A=(0,0,0) i aquest radi. Sobre aquesta esfera farem totes les construccions.

Triangle isòsceles

- B=Punten(a)
- C=Punten (a)
- El tercer vèrtex del triangle H, el crearem de manera que l'arc entre BC i l'arc entre BH tinguin la mateixa longitud.
  - g=recta(A,B)
  - v=Versor(g)
  - j=rectaperpendicular(C,g)
  - eq=intersecció(g,j)
  - requi=segment(C,eq)
  - p=circumferència(eq,requi,v)
  - H=Punten(p)
- Per crear els arcs b, c i d, utilitzarem el comandament ArcDeCircumferència.
- Pintem els punts B i C de diferent color per diferenciar quins punts són independents i quins no.

Triangle rectangle

- Reutilitzem els punts B i C del triangle isòsceles.
- Per construir el vèrtex que falta farem servir una rotació de 90° respecte la recta g.
  - rec1=Rotació(d,90°,g)
  - rec2=Rotació(C,90°,g)
- rec3=ArcDeCircumferència(A,C,rec2)

Triangle equilàter

Per construir un triangle equilàter, cal pensar en la construcció amb compàs que faríem per construir un triangle equilàter en el pla i transportar-la a la geometria esfèrica.

Mantenim els punts B i C de la construcció anterior.

- C1 i C2 seran dos punts construït a partir de rotacions del punt C respecte la recta g (recta de A a B).
- PlaP1=Pla(C,C1,C2)
- Repetim el procés amb B. Construïm B1 i B2 que són rotacions del punt B respecte la recta de A a C.
- PlaP2=Pla(B,B1,B2)
- II=intersecció(PlaP1,PlaP2)
- Punts E i F, Intersecció(II,a). Qualsevol dels dos punts en serveix com a tercer vèrtex del nostre triangle.
- Construïm els arcs i marquem els punts lliures.

Triangle rectilater

- G=Punten(a)
- Plalater=Pla(A,B,G)
- interlater=intersecció(Plalater,a)
- Busquem els eixos de interlater mitjançant el comandament eixos i els anomenem eixlater i eixlater2.
- Anem a construir un segon vèrtex del triangle de manera que l'arc que formin amb B sigui recte, per això el definirem com la intersecció de la circumferència interlater i un dels eixos (el que no passi per B) Later3=intersecció(interlater,eixlater2)
- Com a tercer vèrtex agafem un punt qualsevol de l'esfera.
- Utilitzem el comandament ArcDeCircumferència per crear els arcs.
- Els punts B i Later2 seran lliures, els podem marcar de diferent color.

Triangle birectilater-birectangle

Aprofitem els punts B i Later3 del triangle anterior. Ara cal construir un tercer vèrtex que formi un altre arc recte, en el nostre cas amb B.

- Definim el vector normal del pla que passa per A, B, Later3. u=ProducteVectorial(Versor(eixlater),Versor(eixlater2))
- u'=Versor(A,Later3)
- Plaperpendicular(A,Productevectorial(u,u'))
- Busquem la intersecció entre aquest pla i l'esfera. Els nostre tercer vèrtex podrà ser qualsevol punt d'aquesta circumferència.
- Només cal marcar els arcs i els punts lliures.