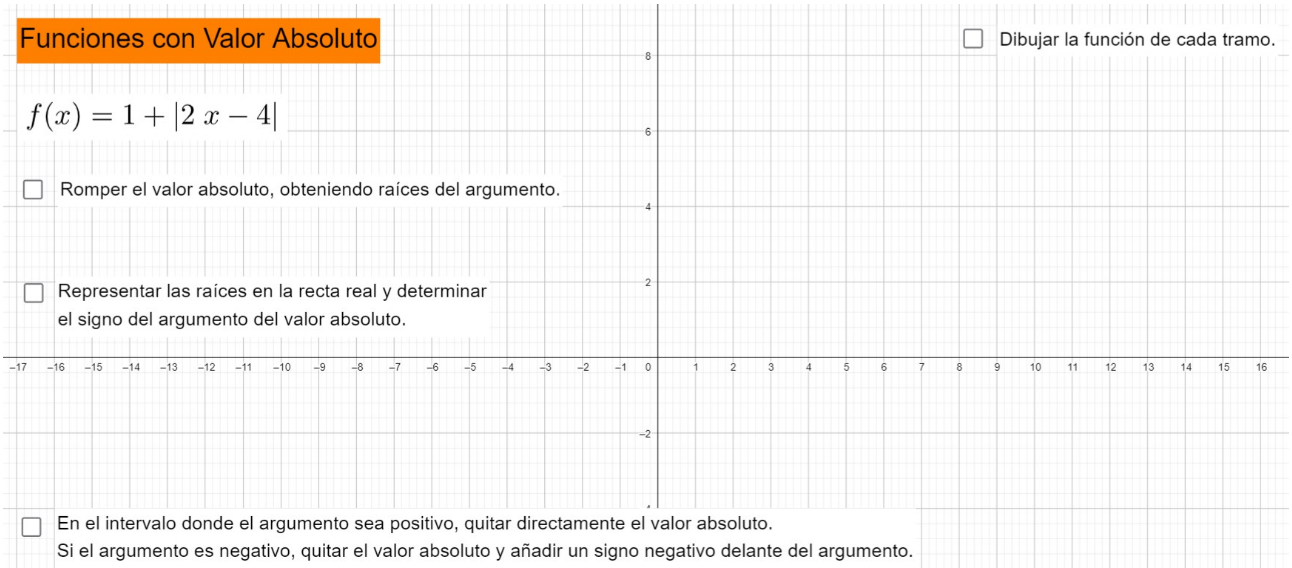
Teoría – Tema 1

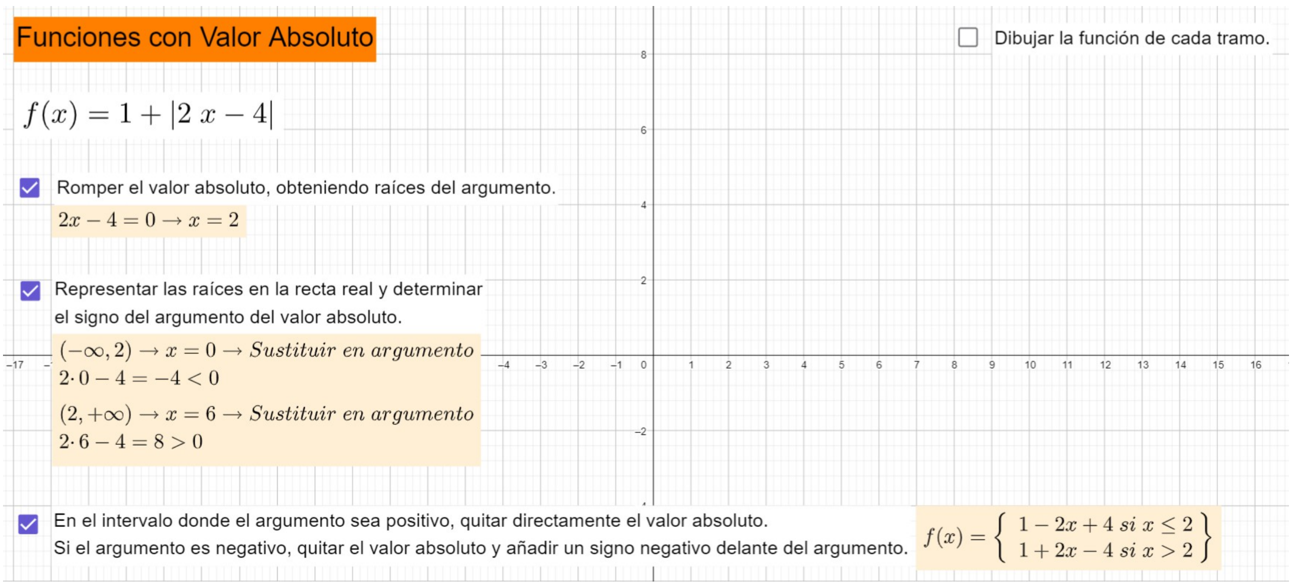
Teoría - 10 - representar gráficas con valor absoluto

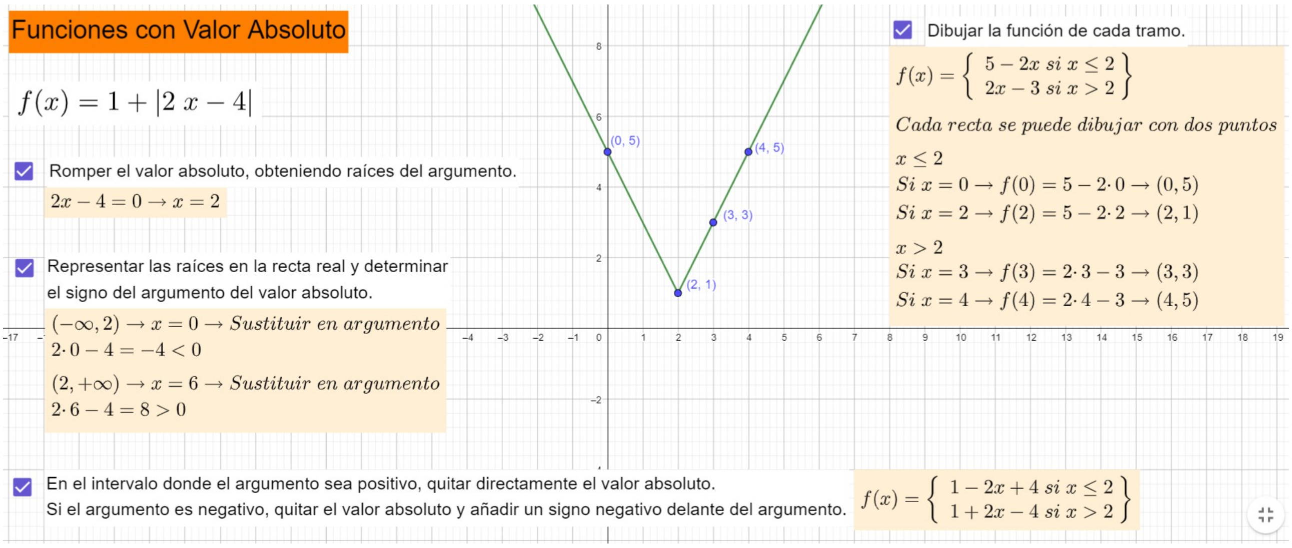
Funciones donde el valor absoluto afecta solo a una parte de su fórmula

Si parte de la fórmula de la función está afectada por el operador valor absoluto, antes de dibujar la gráfica, debes romper el valor absoluto. Es un proceso muy parecido al que hemos explicado en ecuaciones con valor asboluto, sabiendo que ahora no tenemos una igualdad sino la representación gráfica de una función.

La idea fundamental es romper la función en distintos tramos según marquen las raíces del argumento del valor absoluto. Y representar, por separado, la gráfica de cada tramo.






Funciones con Valor Absoluto
$f(x) = 1 + |2\,x - 4|$
Romper el valor absoluto, obteniendo raíces del argumento.
$2x - 4 = 0 \rightarrow x = 2$
Representar las raíces en la recta real y determinar el signo del argumento del valor absoluto.
$(-\infty, 2) \rightarrow x = 0 \rightarrow Sustituir\ en\ argumento$
$2 \cdot 0 - 4 = -4 < 0$
$(2, +\infty) \rightarrow x = 6 \rightarrow Sustituir\ en\ argumento$
$2 \cdot 6 - 4 = 8 > 0$
Dibujar la función de cada tramo.
$f(x) = \left\{ \begin{array}{l} 5 - 2x\ si\ x \leq 2 \\ 2x - 3\ si\ x > 2 \end{array} \right\}$
$Cada\ recta\ se\ puede\ dibujar\ con\ dos\ puntos$
$x \leq 2$
$Si\ x = 0 \rightarrow f(0) = 5 - 2 \cdot 0 \rightarrow (0, 5)$
$Si\ x = 2 \rightarrow f(2) = 5 - 2 \cdot 2 \rightarrow (2, 1)$
$x > 2$
$Si\ x = 3 \rightarrow f(3) = 2 \cdot 3 - 3 \rightarrow (3, 3)$
$Si\ x = 4 \rightarrow f(4) = 2 \cdot 4 - 3 \rightarrow (4, 5)$
(0, 5)
(4, 5)
(3, 3)
(2, 1)
En el intervalo donde el argumento sea positivo, quitar directamente el valor absoluto.
Si el argumento es negativo, quitar el valor absoluto y añadir un signo negativo delante del argumento.
$f(x) = \left\{ \begin{array}{l} 1 - 2x + 4\ si\ x \leq 2 \\ 1 + 2x - 4\ si\ x > 2 \end{array} \right\}$

Funciones donde el valor absoluto afecta a toda su fórmula

Si el valor absoluto afecta a toda la fórmula de la función, la forma más sencilla de razonar es la siguiente: dibujamos primero la gráfica de la función contenida en el argumento, y luego pasamos a positivo (por encima del eje horizontal) la parte de la gráfica que haya quedado por debajo del eje horizontal.

Ejemplo resuelto:

Representar gráficamente la función $f(x)=|x^2-1|$ **.**

Si la función que tenemos dentro del valor absoluto es sencilla de representar (una parábola convexa, en este ejercicio), la mejor forma de obtener un boceto rápido de su gráfica es pintar la función sin valor absoluto y luego pasar la parte negativa de la función a positiva.

Recuerda que la forma general de la función parábola es: $f(x)=ax^2+bx+c$.

La parábola $y=x^2-1$ es convexa porque el coeficiente lídesr es positivo. El vértice será un mínimo absoluto.

La coordenada horizontal del vértice es $x_{vértice}=\frac{-b}{2a}=\frac{-0}{2}=0$ → vértice en el punto (0,-1).

Los puntos de corte con el eje horizontal son → $y=0$ → $x=\pm 1$ → $(-1,0)$, $(1,0)$

El corte con el eje vertical implica $x=0$ → el vértice (0,-1) es el corte con el eje vertical.

En la siguiente gráfica representamos en trazo discontinuo a la parábola $y=x^2-1$. Y con trazo continuo a la función con valor absoluto del ejercicio $f(x)=|x^2-1|$. Pasamos de una a otra aplicando reflexión especular sobre el eje horizontal.