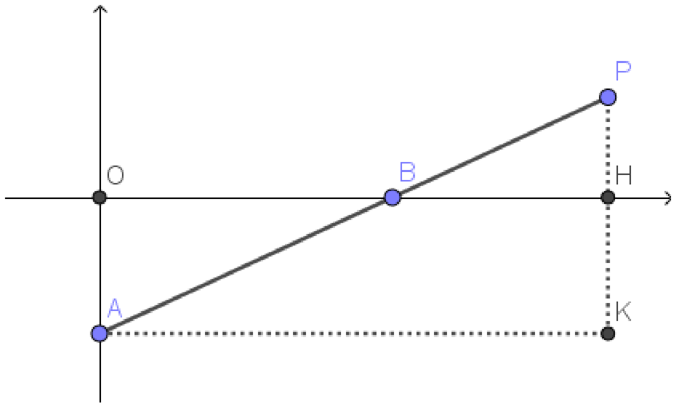

Sia AP un segmento di lunghezza a e BP una sua parte di lunghezza b. Il segmento AB risulta pertanto di lunghezza $a-b$. Sia infine AO di lunghezza h.
Nel sistema di riferimento in figura sia $P(x_P, y_P)$.
Dalla similitudine dei triangoli AOB e BHP risulta la proporzione:

$$\frac{PH}{BP} = \frac{AO}{AB}$$

cioè

$$\frac{y_P}{b} = \frac{h}{a-b}$$

da cui si ricavano le relazioni

$$y_P = \frac{b \cdot h}{a-b}$$

e

$$h = \frac{y_P(a-b)}{b}$$

Dal teorema di Pitagora applicato al triangolo AKBabbiamo

$$AK^2 = AP^2 - PK^2$$

Osservando che AK è l'ascissa di P e che $PK = PH + AO$ otteniamo

$$x_P{}^2 = a^2 - \left(h + \frac{hb}{a-b}\right)^2 = a^2 - \left(\frac{h(a-b)+hb}{a-b}\right)^2 = a^2 - h^2\left(\frac{a}{a-b}\right)^2$$

cioè

$$x_P{}^2 = a^2 - h^2\left(\frac{a}{a-b}\right)^2$$

Dalla relazione ricavata sopra per h sostituendo otteniamo

$$x_P{}^2 = a^2 - \left(\frac{y_P(a-b)}{b}\right)^2\left(\frac{a}{a-b}\right)^2 = a^2 - y_P{}^2\frac{a^2}{b^2}$$

$$x_P{}^2 + y_P{}^2\frac{a^2}{b^2} = a^2$$

ed infine

$$\frac{x_P{}^2}{a^2} + \frac{y_P{}^2}{b^2} = 1$$

che è l'equazione di una ellisse.