# Problemas – Tema 3

# Problemas resueltos - 9 - módulo y fase en notación polar

**1. Calcula $a$ y $b$ sabiendo que el módulo de $z_1$ es 13, y que el producto $z_1 \cdot z_2$ es un número real.**

$z_1 = 12 + a i$
$z_2 = b + 3i$

Sabemos que el módulo del primer complejo es igual a 13 → $|z_1| = 13$

El producto de los dos complejos en un número real → $z_1 \cdot z_2 \in \mathbb{R}$

Entonces:

$$|z_1| = \sqrt{12^2 + a^2} = 13 \quad \rightarrow 144 + a^2 = 13^2 \rightarrow a^2 = 169 - 144 \rightarrow a = \pm 5$$

Si $a=5 \rightarrow z_1 \cdot z_2 = (12 + i5) + (b + i3) = 12b + i36 + i5b + i^2 15 = 12b - 15 + i(36 + 5b)$

Como el producto debe ser real, su parte imaginaria la igualamos a cero → $(36 + 5b) = 0 \rightarrow b = \frac{-36}{5}$

Si $a = -5$ obtenemos el valor opuesto → $b = \frac{36}{5}$

Soluciones:

$z_1 = 12 + 5\text{i}, \ z_2 = \frac{-36}{5} + 3 \cdot i$

$z_1 = 12 - 5\text{i}, \ z_2 = \frac{36}{5} + 3 \cdot i$

**2. La suma de las partes reales de dos números complejos conjugados es seis, y la suma de sus módulos es 10. Determina esos complejos en la forma binómica y polar.**

Los números complejos son conjugados entre si. Por lo tanto:

$$z_1 = a + bi \quad , \quad z_2 = a - bi$$

La suma de sus parte reales es igual a 6 → $a + a = 6 \quad \rightarrow \quad a = 3$

La suma de sus módulos es 10 → $\sqrt{a^2 + b^2} + \sqrt{a^2 + b^2} = 10 \quad \rightarrow \quad 2\sqrt{a^2 + b^2} = 10 \quad \rightarrow \quad \sqrt{a^2 + b^2} = 5$

En la segunda ecuación llevamos el resultado $a = 3 \quad \rightarrow \quad \sqrt{9 + b^2} = 5$

Elevamos al cuadrado → $9 + b^2 = 25 \quad \rightarrow \quad b = \pm 4$

Los dos números complejos conjugados resultan en forma binómica:

$$z_1 = 3 + 4i \quad , \quad z_2 = 3 - 4i$$

Y en forma polar:

$$z_1 = 5_{53,13°} \quad , \quad z_1 = 5_{306,87°}$$

Cada fase con todas las vueltas de 360º que deseemos aplicar.