PROBABILIDAD CONDICIONADA

Si A, B son dos sucesos de la σ - álgebra $\boldsymbol{\mathcal{A}}$, tal que $P(B)>0$, denominamos **Probabilidad de A condicionada a B** a:

$$P(A/B)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)} \quad .$$

Si A y B son sucesos independientes, como $P(A\cap B)=P(A)\cdot P(B)$, será $P(A/B)=P(A)$. También se cumple a la inversa, es decir si $P(A/B)=P(A)$, serán A y B sucesos independientes.

De la definición de probabilidad condicionada se deduce:

$$P(A\cap B)=P(B)\cdot P(A/B)$$

$$P(A\cap B)=P(A)\cdot P(B/A)$$

Generalizando, para k sucesos $A_1, A_2, \ldots, A_k \in$ $\boldsymbol{\mathcal{A}}$, se cumple:

$$P(A_1\cap A_2\cap\ldots\cap A_k)=(A_1)\cdot P(A_{¿}2/A_1)\cdot\ldots\cdot P(A_k/A_1\cap A_2\cap\ldots\cap A_{k-1})$$

Como aplicación de la probabilidad condicionda, si $A_1, A_2, \ldots, A_k \in$ $\boldsymbol{\mathcal{A}}$, tal que $\underset{i=1}{\overset{k}{\cup}} A_i=\Omega$ y $A_i\cap A_j=\phi, \forall i\neq j$, para cualquier $B\in$ $\boldsymbol{\mathcal{A}}$, se cumple:

$$P(B)=P\left(\underset{i=1}{\overset{k}{\cup}} B\cap A_i\right)=\sum_{i=1}^{k} P(B\cap A_i)=\sum_{i=1}^{k} P(A_i)\cdot P(B/A_i) \quad \text{(T. Probabilidad Total)}$$

$$P(A_i/B)=\frac{P(A_i\cap B)}{P(B)}=\frac{P(A_i)\cdot P(B/A_i)}{\sum_{i=1}^{k} P(A_i)\cdot P(B/A_i)} \quad \text{(Teorema de Bayes o probabilidad inversa)}$$