Problemas – Tema 3

Problemas resueltos - 8 - notación afija y plano complejo

1. Deduce el elemento neutro y el elemento simétrico de la suma de complejos.

El elemento neutro de la suma es el complejo de notación afija $(0,0)$, ya que cumple que cualquier número complejo $z=(a,b)$ sumado a $(0,0)$ da como resultado el mismo número complejo $z=(a,b)$.

$(a,b)+(0,0)=(a,b)$

El elemento simétrico de la suma es $(-a,-b)$ ya que al ser sumado al complejo $z=(a,b)$ da como resultado el elemento neutro $(0,0)$.

$(a,b)+(-a,-b)=(0,0)$

2. Deduce el elemento neutro y elemento simétrico de la multiplicación de complejos.

El elemento neutro del producto es el complejo $(1,0)$, ya que al ser aplicado sobre un complejo $z=(a,b)$ devuelve el mismo número complejo $z=(a,b)$.

$$(1,0)\rightarrow(a,b)\cdot(1,0)=(a\cdot 1-b\cdot 0\,,a\cdot 0+b\cdot 1)=(a\,,b)$$

Este es un sencillo proceso por el cual se multiplican las partes reales de las parejas de valores y se les resta a la multiplicación de las partes imaginarias, más la suma de la parte imaginaria del primer término por la parte real del segundo término.

Si resulta tedioso multiplicar en forma afija, siempre podemos multiplicar en forma binómica y expresar la solución final en afija.

El elemento simétrico del producto es $\left(\frac{a}{a^2+b^2}\ ,\frac{-b}{a^2+b^2}\right)$, ya que al ser multiplicado por $z=(a,b)$ da como resultado el elemento neutro del producto $(1,0)$.

$$(a\,,b)\cdot\left(\frac{a}{a^2+b^2}\ ,\frac{-b}{a^2+b^2}\right)=\left(\frac{a^2}{a^2+b^2}+\frac{b^2}{a^2+b^2}\ ,\frac{b\cdot a}{a^2+b^2}+\frac{b\cdot a}{a^2+b^2}\right)=\left(\frac{a^2+b^2}{a^2+b^2}\ ,\ 0\right)=(1,0)$$

3. Sea $z=3+5i$ **.**

a) Calcula su módulo y su fase.

b) Representa en el plano complejo a z **, su opuesto y su conjugado.**

a) $|z|=\sqrt{3^2+5^2}=\sqrt{34}$

$\alpha=arctg\left(\frac{5}{2}\right)=68{,}20^o+360^o\cdot k\,,\,k\in\mathbb{Z}$ (fase el primer cuadrante)

b) $z=3+5i$, $-z=-3-5i$, $\overline{z}=3-5i$