



1. Per a cada apartat, omple les caselles buides:

a. $\frac{1}{2} \xrightarrow{+\frac{1}{4}}$ $\xrightarrow{+\frac{1}{8}}$ $\xrightarrow{+\frac{1}{16}}$ $\rightarrow \dots$

b. $2 \xrightarrow{-\frac{1}{2}}$ $\xrightarrow{-\frac{1}{4}}$ $\xrightarrow{-\frac{1}{8}}$ $\rightarrow \dots$

c. $1 \xrightarrow{+\frac{1}{2}}$ $\xrightarrow{+\frac{1}{4}}$ $\xrightarrow{+\frac{1}{8}}$ $\rightarrow \dots$

Quin és el següent terme de cada seqüència?

Per generar el següent terme següent, sumem (o restem, segons l'apartat) una fracció unitària que té com a denominador el doble del denominador anterior.

a. $\frac{1}{2} \xrightarrow{+\frac{1}{4}}$ $\xrightarrow{+\frac{1}{8}}$ $\xrightarrow{+\frac{1}{16}}$ $\xrightarrow{+\frac{1}{32}}$

b. $2 \xrightarrow{-\frac{1}{2}}$ $\xrightarrow{-\frac{1}{4}}$ $\xrightarrow{-\frac{1}{8}}$ $\xrightarrow{-\frac{1}{16}}$

c. $1 \xrightarrow{+\frac{1}{2}}$ $\xrightarrow{+\frac{1}{4}}$ $\xrightarrow{+\frac{1}{8}}$ $\xrightarrow{+\frac{1}{16}}$

2. Quina parella de fraccions...



a. té com a resultat de la suma un nombre més proper a $\frac{1}{2}$?

Podem fer 3 sumes diferents. Després, calculem la distància de cada una fins a $\frac{1}{2}$ per saber quina parella té el resultat més proper. En aquest cas, el resultat més proper és $\frac{8}{15} \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{5} \right)$.

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{4}{12} + \frac{3}{12} = \frac{7}{12} \Rightarrow \frac{7}{12} - \frac{1}{2} = \frac{7}{12} - \frac{6}{12} = \frac{1}{12}$$

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{5} = \frac{5}{15} + \frac{3}{15} = \frac{8}{15} \Rightarrow \frac{8}{15} - \frac{1}{2} = \frac{16}{30} - \frac{15}{30} = \frac{1}{30}$$

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{5} = \frac{5}{20} + \frac{4}{20} = \frac{9}{20} \Rightarrow \frac{1}{2} - \frac{9}{20} = \frac{10}{20} - \frac{9}{20} = \frac{1}{20}$$

b. té com a distància un nombre més gran?

Com que $\frac{1}{5} < \frac{1}{4} < \frac{1}{3}$, sabem que la parella amb una distància més gran ha de ser:

$$\frac{1}{3} - \frac{1}{5} = \frac{2}{15}$$

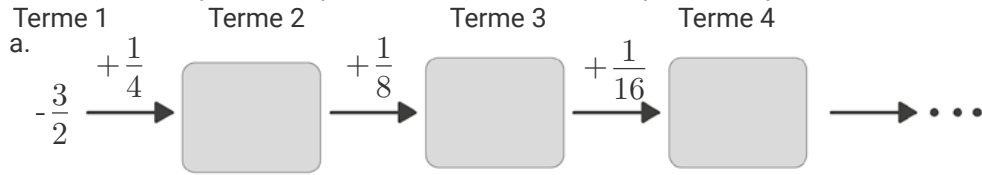
c. té com a producte un nombre més proper a 0?

Podem fer 3 multiplicacions diferents. Com que totes les fraccions són unitàries i,

per tant, més petites que 1 $\left(\frac{1}{5} < \frac{1}{4} < \frac{1}{3} \right)$, sabem que la parella que té un resultat més proper a 0 ha de ser: $\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{5} = \frac{1}{20}$.



1. Per a cada apartat, omple les caselles buides i respon a les qüestions:



• Quines regularitats observes en els resultats?

- a.
- Totes les fraccions són més petites que 0.
 - Totes les fraccions tenen valor absolut més gran que 1.
 - Tots els numeradors són nombres senars. Concretament, corresponen al següent del denominador.
 - Tots els denominadors són nombres parells. Concretament, són les potències de 2, començant pel 2.
- b.
- Totes les fraccions són més petites que 1.
 - Tots els numeradors són nombres senars. Concretament, són la meitat del denominador més 1.
 - Tots els denominadors són les potències de 2, començant per l'1.

• Quin és el terme 10 de la seqüència?

a. El denominador de cada terme és una potència de 2, començant pel 2, així que el terme 10 ha de tenir denominador $2^{10} = 1\,024$. A més, el numerador ha de ser el següent del denominador, per tant:

$$\text{Terme 10} = -\frac{1\,025}{1\,024}$$

b. A partir del terme 2, l'ordre coincideix amb l'exponent de la potència de 2 del denominador. Per tant, el terme 10 ha de tenir denominador $2^{10} = 1\,024$. A més, el numerador ha de ser la meitat del denominador més 1, de manera que:

$$\text{Terme 10} = -\frac{513}{1\,024}$$

2. Quina parella de fraccions...



a. té com a resultat de la suma un nombre més proper a $\frac{1}{2}$?

Una estratègia pot ser calcular les 6 sumes diferents que es poden fer amb dues fraccions i, per exemple, calcular la distància respecte d' $\frac{1}{2}$ per saber quin resultat és el més proper. Així i tot, si volem reduir càlculs:

Comencem calculant la distància de la fracció més gran ($\frac{1}{3}$) a $\frac{1}{2}$:

$$\frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$$

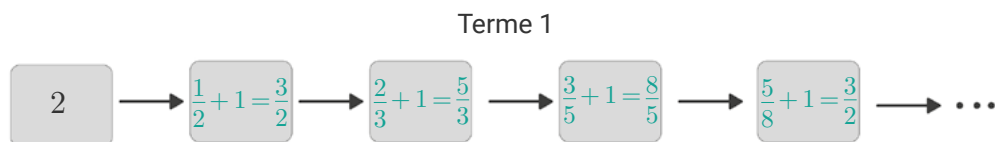
Com que la fracció més propera a $\frac{1}{6}$ és $\frac{1}{5}$, la suma amb $\frac{1}{3}$ que té un resultat més proper a $\frac{1}{2}$ és $\frac{1}{3} + \frac{1}{5} = \frac{1}{15}$ (que se situa a una distància d' $\frac{1}{30}$). Després calculem la distància d' $\frac{1}{4}$ a $\frac{1}{2}$, que és $\frac{1}{4}$ i $\frac{1}{4} > \frac{2}{9} > \frac{1}{5}$; per tant, de les sumes que podem fer amb $\frac{1}{4}$ com a sumand, la que té un resultat més proper a $\frac{1}{2}$ és $\frac{1}{4} + \frac{2}{9} = \frac{17}{36}$ (que se situa a una distància d' $\frac{1}{36}$). Finalment, descartem fer la suma $\frac{2}{9} + \frac{1}{5}$ perquè segur que el resultat és més petit que $\frac{1}{4} + \frac{2}{9}$. Així doncs, la parella $\frac{1}{4} + \frac{2}{9}$ és la que té com a resultat de la suma un nombre més proper a $\frac{1}{2}$.

b. té com a producte un nombre més gran que totes dues fraccions?

Podem fer 6 multiplicacions diferents. Així i tot, podem raonar que, com que totes les fraccions són més petites que 1, el resultat de la multiplicació sempre és més petit que la fracció més petita que multipliquem. Per tant, no hi ha solució.



1. Omple les caselles buides sumant 1 a l'invers del nombre de la casella anterior:



Quines regularitats observes en els resultats?

- Totes les fraccions són més grans que 1.
- El denominador d'una fracció és igual al numerador de l'anterior.
- El numerador d'una fracció és igual a la suma del numerador i el denominador de la fracció anterior.
- Si un terme de la seqüència és $\frac{233}{144}$, podries trobar el terme següent? I l'anterior?

Gràcies a les regularitats observades anteriorment, trobem que:

$$\frac{233}{144} \xrightarrow{+} \frac{377}{233} \quad \frac{144}{89} \xrightarrow{-} \frac{23}{144}$$

$$144 + 233 = 377 \quad 233 - 144 = 89$$

2. Amb algunes d'aquestes targetes, aconsegueix que...



Expressem totes les fraccions amb el mateix denominador; després, n'escollim algunes i les sumem per obtenir la fracció més propera a 1.

a. el resultat de sumar-les sigui el més proper possible a 1.

$$\frac{2}{3} = \frac{40}{60} \quad \frac{1}{4} = \frac{15}{60}$$

$$\frac{5}{12} = \frac{25}{60} \quad \frac{1}{6} = \frac{10}{60}$$

$$\frac{3}{10} = \frac{18}{60} \quad \frac{1}{15} = \frac{4}{60}$$

Sumem diferents numeradors fins a aconseguir el nombre més proper a 60. En aquest cas, $40 + 15 + 4 = 59$. Per tant, el resultat més proper a 1 és

$$\frac{2}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{15} = \frac{40}{60} + \frac{15}{60} + \frac{4}{60} = \frac{59}{60}$$

b. el resultat de la divisió sigui el més proper possible a 1.

Podem fer 12 divisions diferents. Així i tot, com que el resultat de la divisió és 1 quan els dos nombres són iguals, expressem totes les fraccions amb el mateix denominador i busquem les dues més properes entre elles ($\frac{3}{10}$ i $\frac{1}{4}$). De les dues divisions que podem fer, la que té un resultat més proper a 1 és:

$$\frac{1}{4} : \frac{3}{10} = \frac{5}{6}$$