CURSO 2024-2025

FyQ

Physics and Chemistry

2°ESO

Maristas Granada

PROBLEMAS RESUELTOS

FÍSICA Y QUÍMICA 2ºESO

COLEGIO MARISTA LA INMACULADA

CALLE SÓCRATES, 8

18002 - GRANADA

Índice

"Knowledge isn't free. You have to pay attention."

— Richard P. Feynman

Breve descripción

Este documento ofrece todos los problemas resueltos del documento de trabajo de la asignatura de Física y Química 2ºESO.

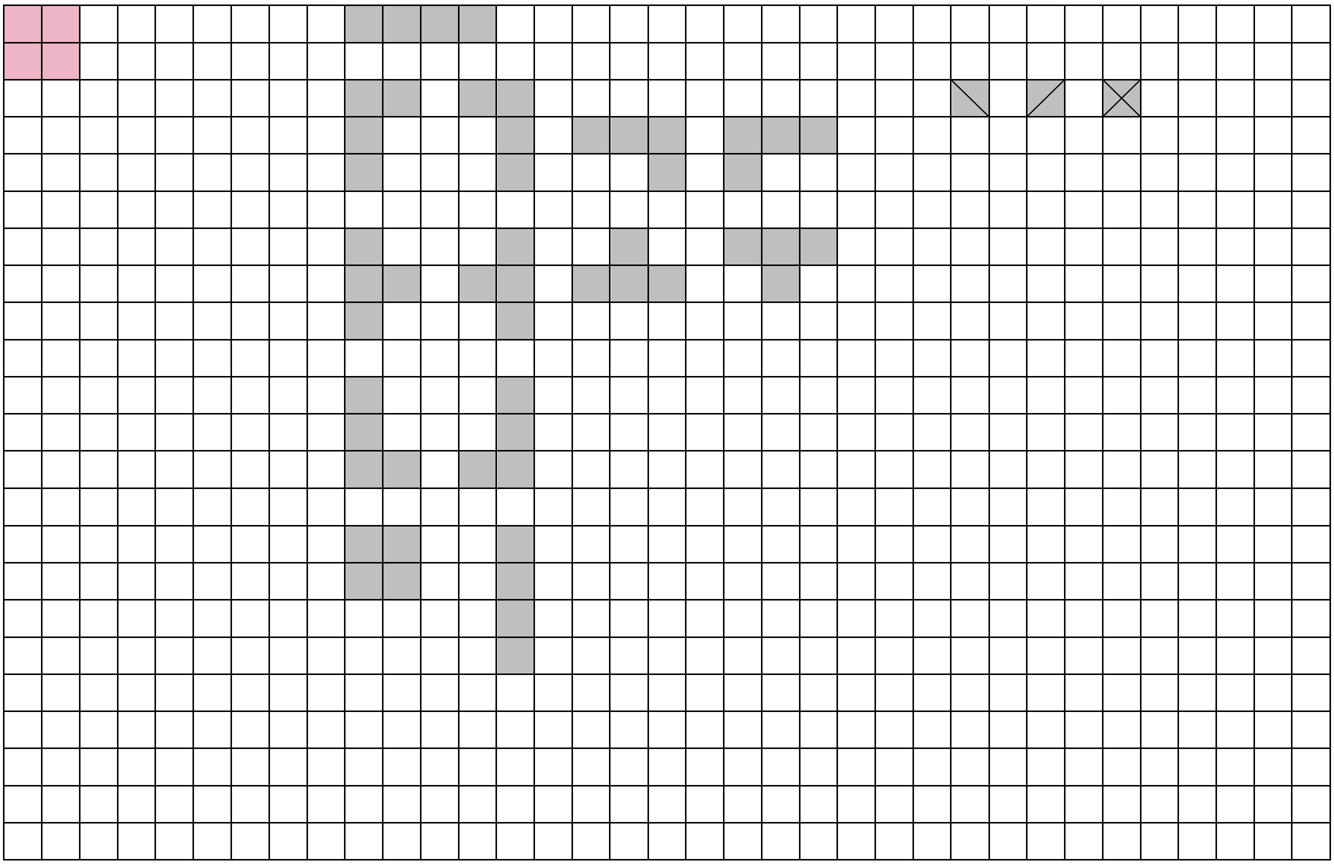
El desarrollo completo de los materiales de la asignatura (teoría, problemas, proyectos y experimentos) está disponible en la web:

www.danipartal.net

Problemas resueltos

Ejercicios esenciales del Tema 1: Magnitudes y unidades. Aprender a medir

1.1. La siguiente rejilla está formada por cuadraditos. La longitud del lado de cada cuadradito es de 0,5 cm. La operación matemática del producto $b \times a$ es equivalente al cálculo del área de un rectángulo de base b y altura a. Por lo tanto, cada cuadradito posee un área igual a $0,5\ cm \times 0,5\ cm = 0,25\ cm^2$. ¿Cómo es posible que el número asociado al área $(0,25)$ haya resultado más pequeño que el número asociado al lado del cuadradito $(0,5)$? ¿Podemos comparar longitud con área? ¿Eres capaz de dibujar en la rejilla otras figuras distintas al cuadrado y que posean la misma área de $1\ cm^2$? ¿Existen infinitas figuras distintas de área $1\ cm^2$? ¿Existen figuras simétricas o relacionadas mediante giros?



No podemos comparar longitudes con superficie. El valor $0,5\ cm$ es una medida de longitud. Mientras que $0,25\ cm^2$ es una medida de superficie. No tiene sentido que una magnitud es mayor o menor que la otra, porque representan realidades distintas.

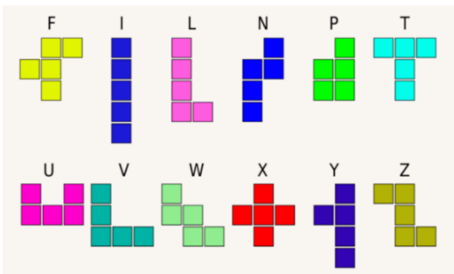
Al multiplicar $0,5 \times 0,5$ da como resultado $0,25$ porque al multiplicar dos números positivos menores que uno, el resultado es un número más pequeños que cualquiera de los dos factores de partida.

En gris se han añadido figuras con área igual a $1\ cm^2$. Algunas parejas de figuras tienen simetría especular (como si se reflejaran en un espejo). Algunas de estas figuras con simetría especular también tienen simetría de giro, porque girando se puede pasar de una a otra.

Y si dividimos una celda en dos partes con una diagonal, tendremos dos mitades de $0,25\ cm^2$ cada una. Por lo que podremos conseguir nuevas figuras de área $1\ cm^2$ usando estas celdas partidas por la mitad.

Son muchas las figuras que podemos conseguir con área $1\ cm^2$. Y si comenzamos a dividir celdas en su mitad o en una cuarta parte o en una octava parte, las posibles combinaciones se hacen muy, muy grandes.

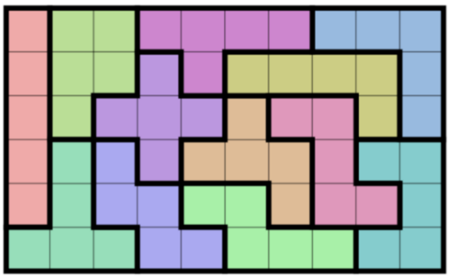
1.2. Un pentominó es una figura plana formada por 5 cuadrados unidos por sus lados. Hay 12 pentominós posibles. Si la longitud de cada lado es 1 unidad, ¿cuál es el área de cada pentominó? ¿Y el perímetro? ¿Puedes crear rectángulos con los pentominós?



Todos los pentominós tienen la misma área: 5 unidades cuadradas, porque están formados por 5 cuadrados de área 1 unidad cuadrada cada uno.

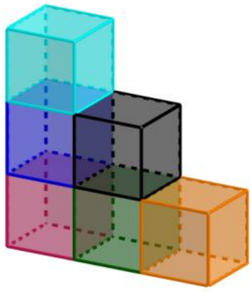
El perímetro no es el mismo en todos. Las siguientes figuras tienen perímetro 12 unidades de longitud: F, I, L, N, T, U, V, W, X, Y, Z. Mientras que la figura P tiene un perímetro de solo 10 unidades de longitud.

La siguiente imagen muestra un rectángulo usando todos los pentominós. No es fácil conseguirlo. Pero obtener rectángulos más pequeños, usando solo algunas de las figuras, sí es bastante asequible.



1.3. Un cubo es una figura geométrica de 6 caras, donde cada cara es un cuadrado. El lado de cada uno de los cuadrados se llama arista. Los policubos son "muchos cubos" que pueden engancharse por sus caras laterales. La longitud de las aristas de los policubos es de 2 cm. ¿Cuánto valdrá el volumen de un policubo en centímetros cúbicos? ¿Cuánto valdrá el volumen, en centímetros cúbicos, de un cubo formado por 2 policubos de arista? ¿Y si el cubo está formado por 3 policubos de arista? ¿Y si está formado por "n" policubos?

Calcula el volumen total de la figura en forma de escalera de la derecha y el área total de todas sus caras externas. Expresa los resultados finales en notación científica y en las unidades de referencia del S.I.



El volumen de una figura cúbica es la longitud de su arista al cubo. Por lo tanto:

$Volumen\ =\ 2\times 2\times 2 \rightarrow Volumen = 2^3 \rightarrow Volumen = 8\ cm^3$

Si el cubo está formado por dos policubos de arista, significa que la arista del cubo vale $4\ cm$ $(dos\ veces\ dos)$. Por lo que el volumen del cubo será:

$Volumen\ =\ 4\times 4\times 4 \rightarrow Volumen = 4^3 \rightarrow Volumen = 64\ cm^3$

Si aparecen 3 policubos de arista, tendremos un cubo de arista $6\ cm$ (tres veces dos). Y su volumen:

$Volumen\ =\ 6\times 6\times 6 \rightarrow Volumen = 6^3 \rightarrow Volumen = 216\ cm^3$

Si tenemos n policubos, la longitud de la arista del cubo será $n\times 2\ cm$. Y el volumen:

$Volumen\ =\ 2n\times 2n\times 2n \rightarrow Volumen = (2n)^3 \rightarrow Volumen = 2^3\times n^3 \rightarrow Volumen = 8\ \times n^3\ cm^3$

La figura en forma de escalera está formada por 6 policubos, por lo que su volumen será 6 veces el volumen de uno de los policubos. Es decir:

$Volumen = 6\times 8 \rightarrow Volumen = 48\ cm^3 \rightarrow S.I. \rightarrow Volumen = 48\times 10^{-9}\ m^3 \rightarrow Volumen = 4{,}8\times 10^{-8}\ m^3$

La escalera tiene 24 caras cuadradas externas. El área de cada cara es de 4 cm2. Por lo tanto, el área externa total de la figura es:

$Área = 24\times 4 \rightarrow Área = 96\ cm^2 \rightarrow S.I. \rightarrow Área = 96\times 10^{-6}\ m^2 \rightarrow Área = 9{,}6\times 10^{-5}\ m^2$

1.4. Expresa las siguientes magnitudes en la unidad indicada entre paréntesis, siguiendo el convenio de notación científica:

a) $421\ hm\ (m)$	**b) $56,3\ cm\ (m)$**	**c) $1.324\ g\ (kg)$**
d) $3,25\ h\ (s)$	**e) $234,56\ km^2 (m^2)$**	**f) $0,37\ hm^3 (m^3)$**
g) $0,00000006239\ mm\ (m)$	**h) $5782\ cm^2\ (m^2)$**	**i) $67,989\ dam^3\ (m^3)$**

a) $421\ hm\ (m)$

Multiplicamos por 100 para pasar de hectómetro a metro: $421\times 1000 = 42.100\ m$

En notación científica dejamos un número como parte entera y dos números como parte decimal: $4{,}21\times 10^4 m$

b) $56,3\ cm\ (m)$

Dividimos entre 100 para pasar de centímetro a metro: $56{,}3: 100 = 0{,}563\ m$

En notación científica: $5{,}63\times 10^{-1}\ m$

c) $\mathbf{1.324\ g\ (kg)}$

Dividimos entre 1.000 para pasar de gramo a kilogramo: $1.324 : 1.000 = 1{,}324$

En notación científica redondeamos a dos cifras decimales: $1{,}32$

d) $\mathbf{3,25\ h\ (s)}$

Multiplicamos por 3.600 para pasar de hora a segundo: $3{,}25 \times 3.600 = 11.700\ s$

En notación científica: $1{,}17 \times 10^4\ s$

e) $\mathbf{234,56\ km^2 (m^2)}$

Multiplicamos por 1.000.000 para pasar de kilómetro cuadrado a metro cuadrado: $234{,}56 \times 1.000.000 = 234.560.000\ m^2$

En notación científica (la segunda cifra decimal se redondea al alza): $2{,}35 \times 10^8\ m^2$

f) $\mathbf{0,37\ hm^3 (m^3)}$

Para pasar de hectómetro cúbico a metro cúbico multiplicamos por 1.000.000: $0{,}37 \times 1.000.000 = 370.000\ m^3$

En notación científica: $3{,}70 \times 10^5\ m^3$

g) $\mathbf{0,00000006239\ mm\ (m)}$

Dividimos entre 1.000 para pasar a metros: $0{,}00000006239\ mm : 1.000 = 0{,}00000000006239\ m$

Dejamos una única cifra no nula en la parte entera: $6{,}239 \cdot 10^{-11}\ m$

Redondeamos a dos cifras decimales: $6{,}24 \cdot 10^{-11}\ m$

h) $\mathbf{5782\ cm^2\ (m^2)}$

Dividimos entre 10.000 para pasar de centímetros cuadrados a metros cuadrados: $5782\ cm^2 : 10.000 = 0{,}5782\ m^2$

Dejamos una única cifra no nula en la parte entera y redondeamos por defecto a dos cifras decimales: $5{,}78 \cdot 10^{-1}\ m^2$

i) $\mathbf{67,989\ dam^3\ (m^3)}$

Multiplicamos por 1.000 para pasar de decámetro cúbico a metro cúbico: $67{,}989\ dam^3 \cdot 1.000 = 67.989\ m^3$

Dejamos una cifra no nula en la parte entera: $6{,}7989 \cdot 10^4\ m^3$

Redondeamos a dos cifras decimales: $6{,}80 \cdot 10^4\ m^3$

1.5. Colocamos 1 grano de arroz en la primera casilla del tablero de ajedrez, luego 2 granos de arroz en la segunda casilla, luego 4 granos de arroz en la tercera casilla, etc. Y vamos doblando, sucesivamente, la cantidad de granos de arroz al pasar a la siguiente casilla. ¿En qué casilla habremos sobrepasado los 1.000 millones de granos de arroz?

Casilla 1: 1 grano (2^0) Casilla 2: 2 granos (2^1) Casilla 3: 4 granos (2^2)

Casilla 4: 8 granos (2^3) Casilla 5: 16 granos (2^4) …

Casilla n: 2^{n-1} granos

Probamos con la calculadora el valor de "n" para llegar a los 1.000 millones (10^9). Vamos probando y resulta:

$2^{29} = 536.870.912$ granos $2^{30} = 1.073.741.824$ granos Es decir: $30 = n - 1 \rightarrow$ "n" es la casilla 31

1.6. Expresa los siguientes resultados en notación científica y con potencias de exponente negativo:

a) $\frac{245{,}68911}{10^5}$ **b)** $\frac{0{,}101012}{10^7}$

a) $\frac{245{,}68911}{10^5}$

$245{,}68911 \times 10^{-5} \rightarrow 2{,}4568911 \times 10^{-3} \rightarrow 2{,}46 \times 10^{-3}$

b) $\frac{0{,}101012}{10^7}$

$0{,}101012 \times 10^{-7} \rightarrow 1{,}01012 \times 10^{-8} \rightarrow 1{,}01 \times 10^{-8}$

1.7. Simplifica las siguientes operaciones con potencias:

a) $\frac{10^4 \cdot 10^6}{10^2 \cdot 10^3}$ **b)** $\frac{10^{-3} \cdot 10^7 \cdot 10}{10^5 \cdot 10^2 \cdot 10^{-1}}$ **c)** $\frac{5^2 \cdot 10^3 \cdot 3^3}{5 \cdot 10^2 \cdot 3^2}$

d) $(100^2 \cdot 1000^3 \cdot 10)^4 : [(1000)^3]^4$ **e)** $[(9 \cdot 4)^3 \cdot 81^2 \cdot 16^3 \cdot 24] : (54^2 \cdot 12^3 \cdot 36^5)$

a) Potencias de la misma base.

$$\frac{10^4 \cdot 10^6}{10^2 \cdot 10^3}$$

En los productos de potencias de misma base, dejamos la base y sumamos los exponentes.

$$\frac{10^{4+6}}{10^{2+3}} = \frac{10^{10}}{10^5}$$

Y en la división, dejamos la base y restamos los exponentes.

$$10^{10-5} = 10^5$$

b) Potencias con exponentes negativos.

$$\frac{10^{-3} \cdot 10^7 \cdot 10}{10^5 \cdot 10^2 \cdot 10^{-1}}$$

Operamos en numerador y denominador. Ojo al sumar números negativos. Y recuerda que 10 es lo mismo que 10^1.

$$\frac{10^{(-3+7+1)}}{10^{(5+2-1)}} = \frac{10^5}{10^6}$$

Restamos los exponentes.

$$10^{5-6} = 10^{-1}$$

c) Potencias de distinta base.

$$\frac{5^2 \cdot 10^3 \cdot 3^3}{5 \cdot 10^2 \cdot 3^2}$$

Solo podemos operar con potencias de la misma base.

$$5^{2-1} \cdot 10^{3-2} \cdot 3^{3-2} = 5 \cdot 10 \cdot 3 = 150$$

d) Potencias de base 10.

$$(100^2 \cdot 1000^3 \cdot 10)^4 : [(1000)^3]^4$$

Utilizamos potencias de base 10 para expresar los números 100 y 1000.

$$((10^2)^2 \cdot (10^3)^3 \cdot 10)^4 : [(10^3)^3]^4$$

Recuerda que, en la potencia de una potencia, se deja la base y se multiplican los exponentes.

$$(10^4 \cdot 10^9 \cdot 10)^4 : [10^9]^4$$

$$(10^{14})^4 : 10^{36}$$

$$10^{56} : 10^{36}$$

Quedando el resultado final:

$$10^{56-36} = 10^{20}$$

e) Factorizar en números primos.

$$[(9 \cdot 4)^3 \cdot 81^2 \cdot 16^3 \cdot 24] : (54^2 \cdot 12^3 \cdot 36^5)$$

Descomponemos todos los números en factores primos.

$$[(3^2 \cdot 2^2)^3 \cdot (3^4)^2 \cdot (2^4)^3 \cdot (3 \cdot 2^3)] : [(2 \cdot 3^3)^2 \cdot (3 \cdot 2^2)^3 \cdot (2^2 \cdot 3^2)^5]$$

Y recordamos nuevamente que la potencia de una potencia implica dejar la base y multiplicar los exponentes.

$$[(3^6 \cdot 2^6) \cdot 3^8 \cdot 2^{12} \cdot (3 \cdot 2^3)] : [(2^2 \cdot 3^6) \cdot (3^3 \cdot 2^6)(2^{10} \cdot 3^{10})]$$

En potencias de la misma base que están multiplicándose, sumamos los exponentes.

$$[2^{21} \cdot 3^{15}] : [2^{18} \cdot 3^{19}]$$

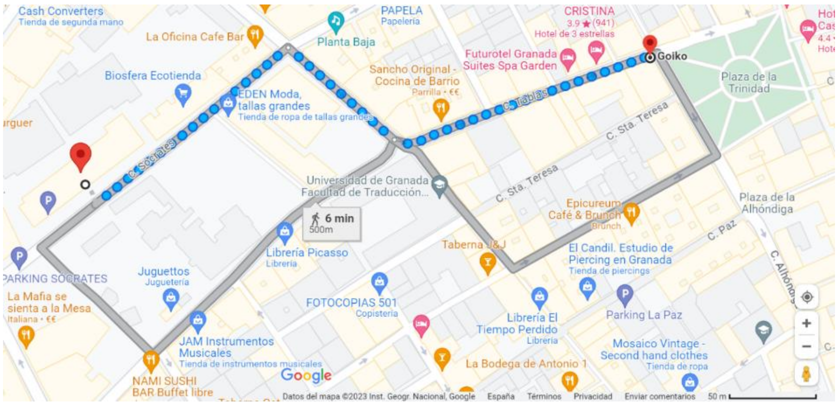
Y en potencias de la misma base que están dividiendo, restamos los exponentes.

$$2^{21-18} \cdot 3^{15-19} = 2^3 \cdot 3^{-4}$$

Quedando el resultado final:

$$\frac{2^3}{3^4} = \frac{8}{81}$$

1.8. El siguiente mapa de Google Maps muestra, con puntitos azules, el camino más corto que conecta a pie dos puntos de la ciudad de Granada: Desde el Colegio Marista a la Plaza de la Trinidad (destacados con sendos iconos rojos). La escala situada en la esquina inferior derecha de la imagen indica un segmento del mapa que se corresponde con 50 metros de la realidad. ¿Eres capaz de estimar la distancia real entre los dos puntos señalados en rojo en el mapa?



En primer lugar, medimos con una regla la longitud del segmento que aparece en la esquina inferior derecha del mapa. Esta longitud depende del zoom que hayamos aplicado al documento con el ordenador o si hemos sacado la hoja impresa.

Imagina que, por la pantalla que usamos y por el zoom que aplicamos, el segmento mide $21 \pm 1\ mm$. Es decir, 50 metros de la realidad se corresponden con 21 milímetros del mapa.

Midamos en la misma pantalla y con el mismo zoom, también con una regla, la longitud del camino marcado por puntitos azules. Hay tres tramos rectos claramente diferenciados, por lo que es fácil obtener con la regla la longitud de cada tramo.

- Tramo 1 Calle Sócrates: $58 \pm 1\ mm$
- Tramo 2 Calle Carril del Picón: $38 \pm 1\ mm$
- Tramo 3 Calle Tablas: $65 \pm 1\ mm$

La suma de las longitudes de los tres tramos es igual a: 58 + 38 + 65 = 161 mm.

Sin necesidad de aplicar reglas de proporcionalidad (que estudiaremos más adelante), podemos razonar de la siguiente manera:

- 21 mm del mapa son 50 m de la realidad (escala de Google Maps)
- 42 mm del mapa serán 100 m de la realidad (el doble del valor inicial de la escala)
- 63 mm del mapa serán 150 m de la realidad (el triple del valor inicial de la escala)
- 84 mm del mapa será 200 m de la realidad (cuatro veces el valor inicial de la escala)
- 105 mm del mapa serán 250 m de la realidad (cinco veces el valor inicial de la escala)
- …

Es decir, si multiplicamos los 21 mm iniciales del mapa por un número "x" también deberemos multiplicar los 50 m de la realidad por ese número "x".

MAPA (milímetros)	REALIDAD (metros)
$21\ mm \cdot (1) = 21\ mm$	$50\ m \cdot (1) = 50\ m$
$21\ mm \cdot (2) = 42\ mm$	$50\ m \cdot (2) = 100\ m$
$21\ mm \cdot (3) = 63\ mm$	$50\ m \cdot (3) = 150\ m$
$21\ mm \cdot (4) = 84\ mm$	$50\ m \cdot (4) = 200\ m$
$21\ mm \cdot (5) = 105\ mm$	$50\ m \cdot (5) = 250\ m$
$21\ mm \cdot (x) = \cdots\ mm$	$50\ m \cdot (x) = \cdots\ m$

Para pasar de los 21 mm de la escala a los 161 mm del camino marcado en el mapa con los puntitos azules, debemos multiplicar por $\frac{161\ mm}{21\ mm} = 7{,}67$.

Por lo tanto, los 50 m de la realidad que marca la escala los tendremos que multiplicar por ese mismo valor 7,67.

Distancia real entre los dos puntos señalados en el mapa: $50\ m \cdot 7{,}67 = 383{,}5\ m$.

1.9. La siguiente imagen muestra, resaltado por un rectángulo, un campo de fútbol sala del Colegio Marista "La Inmaculada" de Granada. Con ayuda de la escala indicada en la imagen, calcula el área del campo de fútbol sala en metros cuadrados y en kilómetros cuadrados. Utiliza notación científica.

La escala de la imagen superior está situada en la esquina inferior derecha. Un segmento marca la equivalencia con 10 metros de la realidad. Si medimos con una regla el segmento de la escala de la esquina inferior derecha, obtenemos $14 \pm 1\ mm$. Recuerda que este valor depende del zoom del ordenador aplicado al documento o del tamaño en que hayas imprimido la hoja que contiene al mapa.

Por lo tanto, 10 metros de la realidad se corresponden con 14 milímetros del mapa. El rectángulo que resalta el campo de fútbol sala tiene de lado más corto $28 \pm 1\ mm$. Y razonamos como hemos aprendido en el ejercicio anterior.

$$\frac{28\ mm}{14\ mm} = 2$$

Entonces, la longitud real del lado más corto es:

$$10\ m \cdot 2 = 20\ m$$

El lado más largo del rectángulo mide $54 \pm 1\ mm$ en el mapa.

$$\frac{54\ mm}{14\ mm} = 3{,}87$$

En consecuencia, la longitud real del lado más largo es: $10\ m \cdot 3{,}87 = 38{,}7\ m$.

El área del rectángulo es igual al producto de las longitudes de sus lados.

$$Área = 20\ m \cdot 38,7\ m = 774\ m^2$$

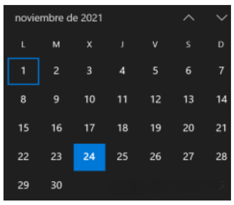
En notación científica quedaría:

$$Área = 7{,}74 \cdot 10^2\ m^2$$

Para pasar de metros cuadrados a kilómetros cuadrados, debemos dividir por un millón.

$$\frac{7{,}74 \cdot 10^2\ m^2}{10^6} = 7{,}74 \cdot 10^{-4}\ km^2$$

1.10. María trabaja en 2021, de lunes a viernes, 8 horas diarias. El día 1 de noviembre fue festivo y no trabajó. Por cada 90 minutos de trabajo recibe 40€ de sueldo. ¿Cuánto dinero habrá obtenido por su trabajo desde el 1 de noviembre hasta el 24 de noviembre de 2021? Tienes, como ayuda, una imagen a la derecha con el calendario del mes de noviembre de 2021.



María ha trabajado, en la primera semana de noviembre, 4 días (del martes 2 al viernes 5 de noviembre, porque el 1 de noviembre es festivo).

En la segunda semana, trabaja 5 días.

En la tercera semana, trabaja otros 5 días.

En la cuarta semana, trabaja 3 días (del lunes 22 al miércoles 24 de noviembre).

En total, trabaja 17 días.

Si multiplicamos el número de días por 8, tendremos el total de horas trabajadas (17 veces 8):

$$17 \cdot 8 = 136\ horas$$

90 minutos son equivalentes a 1,5 horas. Por lo tanto, al igual que razonamos con la escala de los mapas en los ejercicios anteriores, el resultado de la división $\frac{136\ h}{1{,}5\ h} = 90{,}67$ es el mismo número por el que debemos multiplicar el dinero que gana en esos 90 minutos.

$$Dinero = 90{,}67 \cdot 40\ € = 3.626{,}8\ €$$

1.11. Tenemos un cuaderno de dimensiones $3,00 \pm 0,01\ dm \times 20,3 \pm 0,1\ cm \times 11 \pm 1\ mm$ y una caja de volumen $10^{-2} m^3$. ¿Cuántos cuadernos, como máximo, cabrían en la caja?

El total es la caja. La parte es el cuaderno. Para saber "cuántas partes caben en el total" debemos realizar la siguiente división:

$$\frac{Volumen\ del\ \text{total}}{Volumen\ de\ la\ parte}$$

Expresamos cada longitud del cuaderno en metros. Y multiplicamos las tres dimensiones para obtener el volumen en metros cúbicos (ancho x largo x profundidad).

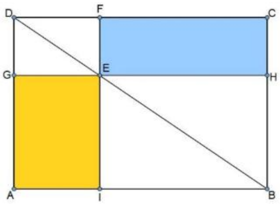
$$0{,}3\ m\ x\ 0{,}203\ m\ x\ 0{,}011\ m = 0{,}0006699\ m^3 = 6{,}70 \cdot 10^{-4}\ m^3$$

Dividimos el volumen de la caja entre el volumen de un cuaderno, para obtener el número de cuadernos que entran dentro de la caja.

$$\frac{10^{-2}\ m^3}{6{,}70 \cdot 10^{-4}\ m^3} = 0{,}1493 \cdot 10^2 = 14{,}93$$

Redondeando a la baja, significa que como máximo entran 14 cuadernos en la caja. No podemos tener un número decimal de cuadernos. La solución debe ser un número natural.

1.12. La imagen de la derecha está tomada de la web:



https://matematicascercanas.com/2017/10/11/rectangulo-mayor-area

¿Qué rectángulo tiene mayor área? ¿El azul o el amarillo? ¿Cómo podemos cuantificar de manera objetiva lo que nos propone la intuición a simple vista? ¿Es la aproximación un método válido en ciencias y en matemáticas? ¿Existe el conocimiento científico sin error?

Podemos tomar pegatinas circulares pequeñas, e ir cubriendo ambas superficies con esas pegatinas. Donde entren más pegatinas, significa que su área será mayor. La aproximación es una forma muy válida de trabajar en ciencias. Muchas veces, solo conocemos de manera aproximada. De hecho, en física o en química, siempre existe el error a la hora de medir y a la hora de calcular. Ninguna operación científica del ser humano tiene error cero.

1.13. La web https://estimation180.com es una creación de Andrew Stadel para trabajar la intuición, la estimación y la aproximación numérica.

Posee diversos desafíos ilustrados por una imagen o por un vídeo. En la siguiente actividad la pregunta es: ¿Cuántos "cheetos" entran en el plato?

https://estimation180.com/day-207

El plato tiene forma circular. Podemos hacer una estimación del radio del plato usando cheetos.
Del centro al contorno del círculo entran, aproximadamente, 7 cheetos.

El área de un círculo es $\pi \times radio^2$. Por lo tanto, si tomamos un cheeto como unidad de referencia podemos aproximar el área con la expresión:

$$3{,}14 \times 7^2 \approx 153{,}86$$

Es decir, aproximadamente, deben entrar unos 153 cheetos. Hemos tomado el tamaño de un solo cheeto como unidad de referencia para la longitud.

Ejercicios esenciales del Tema 2: Método científico. Plantear hipótesis

2.1. Watch the video below and fill in the blanks with the lyrics of the song "Think like a scientist". The song describes the scientific method phases: https://www.youtube.com/watch?v=DChofjUH488

THINK LIKE A SCIENTIST, THINK LIKE A SCIENTIST

PUT THE PROCESS IN "YA" BRAIN

LET'S GET EVERYBODY TRYING THIS!

THINK LIKE A SCIENTIST, THINK LIKE A SCIENTIST

RULE THAT LAB LIKE A FIERCE SCIENCE LIONESS!!!

Observe: Ask a **QUESTION**!

Hypothesize: Propose an answer.

Experiment: **TEST** the question!

Analyze: Look at the **RESULTS**!

Report: (There it is!) Tell em what you learned!

BRING THAT LAB HEAT Y'ALL!

It's Bunson burned!

Wait!? Isn't that the SCIENTIFIC **METHOD**?

Yeah, that's another way of saying it! Got it!

To OBSERVE, you ask a question. And then start to theorize.

Make an **EDUCATED** guess about the question.

In order to **HYPOTHESIZE**

When you EXPERIMENT, test the question.

Then ANALYZE or study what happened.

Finally, you can REPORT the results.

SHARE it in writing and then start rapping.

Let's rap now!

... CHORUS ...

Alright, here's my **EXPERIMENT**:

What can I use to stop an **EGG** from breaking when it's dropped?

OBSERVE: What's the question?

Could bread protect an egg if I drop it?

HYPOTHESIZE: make an educated guess.

I bet three slices would nicely stop it.

EXPERIMENT: try it out!

I had to **DROP** a lot of eggs.

ANALYZE: I can keep the egg safe.

with **FIVE** slices of bread!

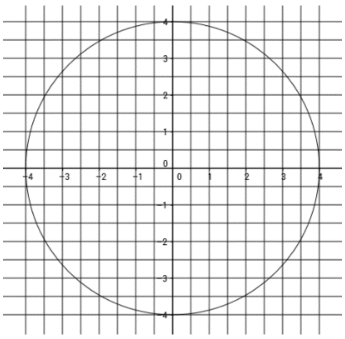
REPORT: Share the data, don't keep it in your head.

Graphs, pictures, and writing EARN YOU REAL SCIENTIST CRED.

I'm a scientist!

... CHORUS ...

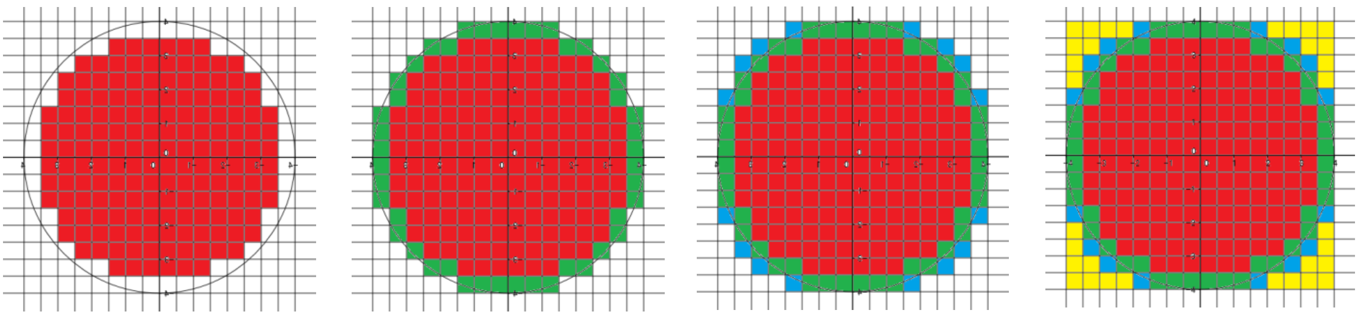
2.2. El área de un círculo es igual a: $\acute{A}rea\ del\ c\acute{\imath}rculo = \pi \cdot radio^2$ **. El área de un cuadrado es igual a:** $\acute{A}rea\ del\ cuadrado = lado^2$ **. Imagina un círculo de radio 4 unidades y con el centro en el origen de coordenadas. Trazamos líneas verticales y horizontales separadas 0,5 unidades. Imagina un cuadrado de lado 8 unidades, que contiene en su interior al círculo anterior.**



$$\frac{\acute{A}rea\ del\ cuadrado}{\acute{A}rea\ del\ c\acute{\imath}rculo} = \frac{4 \cdot radio^2}{\pi \cdot radio^2} \rightarrow simplificar \rightarrow \frac{\acute{A}rea\ del\ cuadrado}{\acute{A}rea\ del\ c\acute{\imath}rculo} = \frac{4}{\pi} \approx 1,27 \ldots$$

Donde hemos aproximado el número pi al valor 3,1416.

Colorea en rojo todos lo cuadraditos que estén contenidos por completo dentro del círculo. Colorea en verde aquellos cuadraditos que tienen partes dentro y fuera del círculo, pero que la mayor parte queda dentro del círculo. Con ayuda de estos cuadraditos rojos y verdes, haz una estimación del número anterior 1,27 que relaciona el área del cuadrado con el área del círculo. Explica paso a paso tu razonamiento.



Como todos los cuadraditos son iguales, podemos asumir que 1 cuadradito tiene una superficie de 1 unidad cuadrada. Por lo tanto, la suma de cuadraditos nos da la superficie total.

El área del cuadrado exterior es igual a la suma de las áreas de todos los cuadraditos coloreados: 16 x 16 = 256 cuadraditos. El área del círculo se puede aproximar con la suma de las áreas de los cuadraditos rojos y verdes: 208 cuadraditos.

Así podremos realizar la división entre áreas para poder aproximar el valor teórico 1,27. Como el área de cada cuadradito es la misma, independientemente de su color, la división entre áreas se reduce a dividir simplemente número de cuadraditos.

$$\frac{Número\ de\ cuadraditos\ totales}{Número\ de\ cuadraditos\ rojos\ y\ verdes} = \frac{256}{208}$$

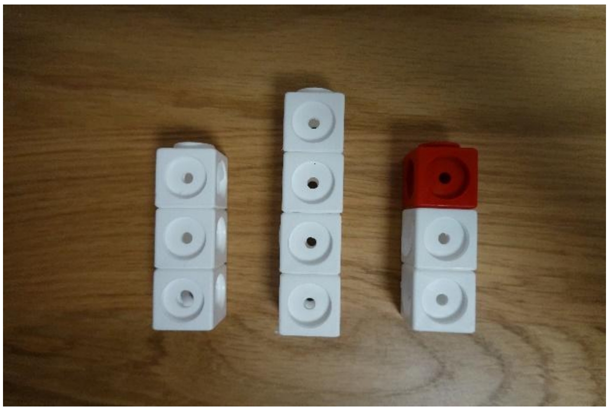
$$Aproximación\ del\ valor\ \frac{4}{\pi} \approx 1{,}23\ ...$$

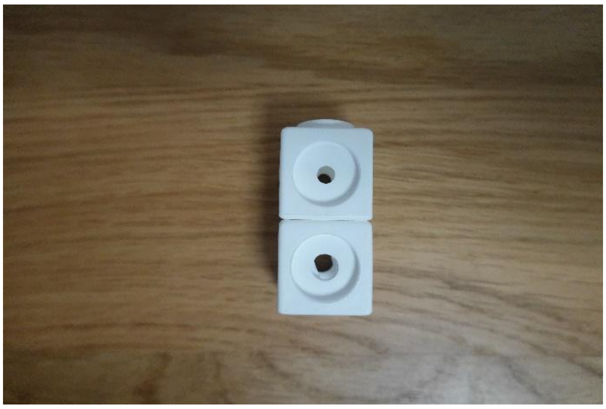
2.3. Con ayuda de la siguiente tabla de equivalencia entre los colores de los policubos y los primeros números primos, expresa con colores el Máximo Común Divisor de los números 8, 16 y 20, y el mínimo común múltiplo de los números 12, 25 y 70.

Blanco	Rosa	Rojo	Naranja	Amarillo	Verde claro	Verde oscuro	Azul	Marrón	Negro
2	3	5	7	11	13	17	19	23	29

Los números 8, 16 y 20 pueden “expresarse” de la siguiente forma:

- 8 = Blanco x Blanco x Blanco (2 x 2 x 2)
- 16 = Blanco x Blanco x Blanco x Blanco (2 x 2 x 2 x 2)
- 20 = Blanco x Blanco x Rojo (2 x 2 x 5)





EL M.C.D. es el divisor común más grande. Con policubos el M.C.D. significa escoger solo los colores que se repitan en todos los números y con la menor repetición posible (para que esa cantidad sea común a todos los números). En las imágenes superiores tenemos la representación, con policubos, de los números 8, 16 y 20:

- El color blanco se repite en las tres torres y aparece dos veces en la primera torre (número 8), cuatro veces en la segunda torre (número 16) y dos veces en la tercera torre (número 20).
- El color rojo no se repite en las tres torres.

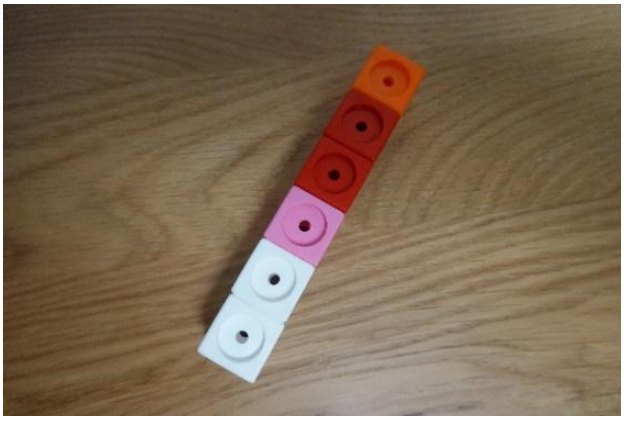
$$M.C.D.(8, 16, 20) = Blanco\ x\ Blanco$$

$$M.C.D.(8, 16, 20) = 2\ \times\ 2$$

$$M.C.D.(8, 16, 20) = 4$$

Los números 12, 25 y 70 pueden “expresarse” con nuestro código de colores de policubos:

- 12 = Blanco x Blanco x Rosa (2 x 2 x 3)
- 25 = Rojo x Rojo (5 x 5)
- 70 = Blanco x Rojo x Naranja (2 x 5 x 7)



El mínimo común múltiplo de un conjunto de números es el múltiplo más pequeño que sea común a todos los números.

Mirando los policubos de colores de la imagen superior, podemos obtener el m.c.m. de los números 12, 25 y 70 quedándonos con todos los colores y con la mayor repetición que aparezca en alguna torre. De esta forma todos los números de partida estarán contenidos en el m.c.m.

- El blanco aparece hasta dos veces en la primera torre y una sola vez en la tercera torre.
- El rosa aparece una sola vez en la primera torre.
- El rojo aparece hasta dos veces en la segunda torre y una sola vez en la tercera torre.
- El naranja aparece una sola vez en la tercera torre.

$$m.c.m.(12,25,70) = Blanco\ x\ Blanco\ x\ Rosa\ x\ Rojo\ x\ Rojo\ x\ Naranja$$

$$m.c.m.(12,25,70) = 2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 5 \times 7$$

$$m.c.m.(12,25,70) = 2.100$$

2.4. En la calle Camino de Ronda de Granada existen multitud de semáforos para los coches. Todos los días, a las 4 a.m., se reinicia el sistema informático que controla los semáforos y los pone a la vez todos en rojo. A esa hora hay poco tráfico y el reinicio del sistema no genera atascos de vehículos. En un tramo de 400 metros de la calle hay cuatro semáforos prácticamente consecutivos. El ayuntamiento desea que la coincidencia de pasar a rojo todos a la vez no vuelva a repetirse antes de las 4 a.m. del día siguiente (hora del reinicio del sistema), para evitar atascos en momentos de mayor tráfico.

El semáforo 1 está 10 segundos en rojo, 43 segundos en verde y 3 segundos en ámbar.

El semáforo 2 está 12 segundos en rojo, 50 segundos en verde y 3 segundos en ámbar.

El semáforo 3 está 14 segundos en rojo y 63 segundos en verde y 3 segundos en ámbar.

El semáforo 4 está 16 segundos en rojo y 71 segundos en verde y 3 segundos en ámbar.

¿Con estos tiempos de funcionamiento en rojo, verde y ámbar se consigue el objetivo del ayuntamiento?

A partir de las 4 a.m. se cumple el siguiente razonamiento:

- El primer semáforo se pone en rojo cada 56 segundos (10 + 43 + 3).
- El segundo semáforo se pone en rojo cada 65 segundos (12 + 50 + 3).
- El tercer semáforo se pone en rojo cada 80 segundos (14 + 63 + 3).
- El cuarto semáforo se pone en rojo cada 90 segundos (16 + 71 + 3).

Los cuatro semáforos volverán a ponerse en rojo a la vez cuando pase un tiempo que sea múltiplo de los cuatro tiempos de ciclo de funcionamiento de cada uno.

- Múltiplos de 56: 56, 112, 168…
- Múltiplos de 65: 65, 130, 195…
- Múltiplos de 80: 80, 160, 240…
- Múltiplos de 90: 90, 180, 270…

Buscar así, por fuerza bruta, el primer múltiplo que sea común a los cuatro números puede ser un proceso muyyyyyyyy largo. ¿Solución? Podemos descomponer en números primos y aplicar la frase “producto de comunes y no comunes elevados al mayor exponente”. O bien, hacer uso del siguiente enlace para obtener el resultado directamente:

https://es.calcuworld.com/calculadoras-matematicas/mcm

$$m.c.m(56, 65, 80, 90): 65.520$$

Es decir, los cuatro semáforos vuelven a ponerse a la vez en rojo cuando hayan pasado 65.520 segundos desde las 4 a.m.

El ayuntamiento necesita que esta concurrencia de semáforos en rojo no se repita antes de las 4 a.m. del día siguiente. De 4 a.m. de un día hasta las 4 a.m. del día siguiente pasan 24 horas. Por lo que necesitamos saber cuántas horas son nuestros 65.520 segundos.

Si recuerdas de la unidad anterior, para pasar de segundos a horas debemos dividir por 3.600 segundos (que son los segundos que hay en una hora).

$$\frac{65.520\ segundos}{3.600} = 18{,}2\ h$$

¡El ayuntamiento tiene un problema! Poco más de 18 horas después de las 4 a.m. los cuatro semáforos vuelven a pasar a rojo a la vez. Poco después de las 22.00 (4 horas + 18,2 horas) de la noche aparece la concurrencia se semáforos en rojo.

2.5. Un pastelero posee 38 pasteles y cajas de 3 y 7 unidades. Todos los pasteles deben quedar empaquetados, y no pueden quedar cajas con espacios vacíos. ¿De cuántas formas distintas pueden empaquetarse los pasteles?

Podemos afrontar el ejercicio partiendo de los 38 pasteles iniciales, ir quitando paquetes de 7 unidades y comprobar si el resultado final es múltiplo de 3. También podemos partir de los 38 pasteles iniciales e ir quitando paquetes de 3 unidades y comprobar si el resultado final es múltiplo de 7.

¿Paquetes de 7 pasteles?	¿Paquetes de 3 pasteles?
1 paquete de 7 pasteles Quedan por empaquetar: 38 – 7 = 31 pasteles	31 no es múltiplo de 3 No hay solución
2 paquetes de 7 pasteles **Quedan por empaquetar: 38 – 14 = 24 pasteles**	**24 sí es múltiplo de 3: 8 paquetes de 3 pasteles** **Si hay solución**
3 paquetes de 7 pasteles Quedan por empaquetar: 38 – 21 = 17 pasteles	17 no es múltiplo de 3 No hay solución
4 paquetes de 7 pasteles Quedan por empaquetar: 38 – 28 = 10	10 no es múltiplo de 3 No hay solución
5 paquetes de 7 pasteles **Quedan por empaquetar: 38 – 35 = 3**	**3 Sí es múltiplo de 3: 1 paquete de 3 pasteles** **Sí hay solución**

El problema tiene dos posiciones soluciones:

- 2 paquetes de 7 pasteles y 8 paquetes de 3 pasteles.
- 5 paquetes de 7 pasteles y 1 paquete de 3 pasteles.

2.6. Tenemos 50€ en monedas. Solo contamos con monedas de 50 céntimos, 1 euro y 2 euros. ¿Podemos tener esa cantidad utilizando monedas de 50 céntimos, 1 euro y 2 euro, sabiendo que el número de monedas de 50 céntimos son impares? ¿Podemos tener esa cantidad contando con el mismo número de monedas de cada tipo (mismo número de monedas de 50 céntimos, que de 1 euro y que de 2 euros)?

a) Imposible. Si tenemos un número impar de monedas de 50 céntimos, la cantidad que faltaría hasta llegar a los 50 euros sería un número con decimales (por ejemplo, 35,50 euros). Y no es posible obtener una cantidad decimal con monedas de 1 y 2 euros exclusivamente.

b) La suma de una moneda de 50 céntimos, una moneda de 1 euro y una moneda de 2 euros es igual a 3,5€.

Como tenemos el mismo número de monedas de cada tipo, la única posibilidad de que la situación tenga solución es que el número 50 sea múltiplo de 3,5. Es decir, ¿hay algún número entero que multiplicado por 3,5 de exactamente 50?

Si hacemos 14 veces 3,5 obtenemos 49. No llegamos a los 50 euros.

Si hacemos 15 veces 3,5 obtenemos 52,5. Nos pasamos de los 50 euros.

Conclusión: es imposible tener 50€ si contamos con el mismo número de monedas de cada tipo.

Ejercicios esenciales del Tema 3: Espacio, tiempo y velocidad en MRU. Factores de conversión

3.1. La siguiente imagen muestra una barra de descarga de un archivo por internet, tras 20 segundos desde el inicio de la descarga.

¿Se te ocurre alguna forma de poder aproximar el tiempo que debemos esperar a que se descargue todo el archivo? ¿Qué hipótesis debemos asumir para poder hacer esta aproximación? ¿Qué significa el término "velocidad de descarga"?

Asumiendo una resolución de pantalla y un zoom concreto, la parte sombreada de la barra de descarga mide $27 \pm 1\ mm$. La longitud de todo el segmento de descarga, con la misma resolución y zoom, es $107 \pm 1\ mm$. La proporción entre el todo el segmento y la parte sombreada es:

$$\frac{107}{27} = 3{,}96 \ldots$$

Por lo tanto, si multiplicamos los 20 segundos por ese factor de proporcionalidad, tendremos una estimación del tiempo total de descarga:

$$20 \times 3{,}96 = 79{,}2\ s$$

Si llevamos esperando 20 segundos, aún nos faltan por esperar otros 59,2 segundos para que el archivo termine por descargarse. Asumiendo que la velocidad de descarga se mantiene constante en el tiempo.

La velocidad de descarga nos informa de la cantidad de información que llega a nuestro ordenador por unidad de tiempo.

3.2. La siguiente tabla muestra la distancia caminada, en una etapa, por distintos peregrinos del Camino de Santiago y el tiempo empleado.

Peregrino	Distancia	Tiempo
Antonio	20 km	4 horas
María	25 km	5 horas
Clara	23 km	4 horas y 15 minutos
Pepe	30 km	6 horas y 30 minutos

¿Quién ha caminado más distancia? ¿Quién ha tardado más tiempo? ¿Es lo mismo 4 horas y 15 minutos que 4,15 horas? ¿Es lo mismo 6 horas y 30 minutos que 6,30 horas? ¿Quién ha sido más rápido caminando? ¿Qué hipótesis debemos plantear para saber quién es más rápido?

La persona que ha recorrido más distancia es Pepe (30 km). La persona que ha tardado más tiempo también ha sido Pepe (6 horas y 30 minutos).

4 horas y 15 minutos no es lo mismo que 4,15 horas. En la primera forma, los minutos llegan como máximo al valor de 60 para formar una nueva hora. En la segunda forma de escribirlo, el tiempo viene en forma decimal, por lo que los decimales van de 00 hasta 99 antes de formar una nueva hora.

El valor 4,15 horas se puede escribir como 4 horas + 0,15 horas. Si queremos pasar 0,15 horas a minutos, solo tenemos que multiplicar por 60. Es decir:

$$0{,}15 \times 60 = 9\ minutos$$

Por lo tanto, 4,15 horas son 4 horas y 9 minutos.

De igual forma, 6 horas y 30 minutos no es lo mismo que 6,30 horas. El valor 6,30 horas se puede escribir como 6 horas + 0,30 horas. Si queremos pasar 0,30 horas a minutos, volvemos a multiplicar por 60:

$$0{,}30 \times 60 = 18\ minutos$$

Por lo tanto, 6,30 horas son 6 horas y 18 minutos.

Para saber quién ha sido más rápido caminando, debemos suponer que no han descansado en ningún momento y que han estado todo el tiempo andando. Con esta hipótesis de partida, debemos dividir la distancia recorrida entre el tiempo recorrido. ¡Ojo! La distancia la pondremos en km mientras que el tiempo lo pondremos en horas en formato decimal, para que la velocidad final salga en unidades km/h.

Antonio: $\frac{20\ km}{4\ h} = 5\ km/h$

María: $\frac{25\ km}{5\ h} = 5\ km/h$

Clara: 4 horas y 15 minutos son 4,25 horas (4 horas más un cuarto de unidad) → $\frac{23\ km}{4{,}25\ h} = 5{,}41\ km/h$

Pepe: 6 horas y 30 minutos son 6,5 horas (6 horas más una mitad de unidad) → $\frac{30\ km}{6{,}5\ h} = 4{,}61\ km/h$

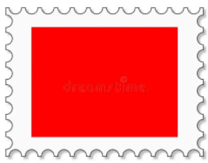
Conclusión: Clara es la que camina más rápido por tener una velocidad media más elevada.

3.3. El récord del mundo de los 100 metros lisos masculinos es de 9,58 segundos. Logrado por el atleta jamaicano Usain Bolt en Berlín, en 2009. Algunas calles de Granada tienen radares para controlar la velocidad máxima a la que circulan los vehículos. En muchas calles del centro, la velocidad máxima permitida es de 30 km/h. ¿Podría multar un radar a Usain Bolt si hubiese corrido, por el centro de Granada, al ritmo de su récord del mundo? Asumimos velocidad constante en el movimiento de Bolt.

Los datos de Bolt están en metros y en segundos. Debemos pasarlos a kilómetros y a horas para poder compararlos con la velocidad permitida de 30 km/h. Podemos ayudarnos de la siguiente tabla para realizar la conversión de unidades. Recuerda que 1 hora equivale a 3.600 segundos (más adelante en el curso aprenderemos a realizar directamente el cambio de unidades sin necesidad de aproximar con una tabla).

Tiempo	**Distancia**
9,58 s	100 m
2 x 9,58 = 19,16 s	2 x 100 = 200 m
…	…
10 x 9,58 = 95,8 s	10 x 100 = 1.000 m (1 km)
…	…
100 x 9,58 = 958 s	100 x 100 = 10.000 m (10 km)
…	…
300 x 9,58 = 2.874 s	300 x 100 = 30.000 m (30 km)
…	…
375 x 9,58 = 3592,5 s	375 x 100 = 37.500 m (37,5 km)
376 x 9,58 = 3.602,08 s (aproximadamente igual a 1 hora)	376 x 100 = 37.600 m (37,6 km)
Conclusión: La velocidad de Bolt sería de aproximadamente 37,6 km/h. El radar del centro de Granada podría multarle por viajar a más de 30 km/h.	

3.4. Mira las imágenes de la siguiente tabla. ¿Crees que la segunda imagen mantiene la misma proporción ancho/alto que la primera? ¿Cuál es la razón numérica de proporción? ¿Qué le pasa a la tercera imagen respecto de las dos primeras?

2 cm de ancho **1,5 cm de alto**	**3 cm de ancho** **2,25 cm de alto**	**6 cm de ancho** **2 cm de alto**
		

La razón de proporción de la primera imagen es: $\frac{2}{1,5} = 1,33 \ldots$

En la segunda imagen: $\frac{3}{2,25} = 1,33 \ldots$

Y en la tercera imagen: $\frac{6}{2} = 3$

La tercera imagen no mantiene la razón de aspecto de las dos primeras porque la proporción es distinta.

3.5. Los atletas profesionales de maratón poseen gran facilidad para correr a un ritmo constante durante muchos kilómetros. La siguiente tabla muestra los datos de entrenamiento de un día de la atleta española Marta Galimany, que en 2022 fue récord de España de Maratón.

Distancia	**Tiempo de paso (minutos : segundos)**
0 km	00:00
5 km	17:30
10 km	35:00
15 km	¿¿??

Si admitimos la hipótesis de que Marta Galimany corre a la misma velocidad durante todo su entrenamiento, ¿cuál será su tiempo de paso a los 15 km? ¿Cuál es la razón numérica entre el tiempo de paso y la distancia recorrida? ¿Tiene esa razón numérica las unidades de una velocidad? ¿Por qué crees que los "runners" de todo el mundo hablan de ritmo y no de velocidad?

Viendo los tiempos de paso a los 5 km y a los 10 km, deducimos que cada 5 km la atleta tarda 17:30 minutos. Esta forma de escribir el tiempo, con los dos puntos, significa 17 minutos y 30 segundos.

Por lo tanto, en los 15 km tendremos que sumar 17:30 a 35:00. Resultando 52:30 minutos.

La relación entre el tiempo de paso y la distancia se obtiene con la división entre el tiempo y el espacio recorrido en ese intervalo de tiempo. Recuerda que 17:30 minutos en formato decimal se escribe 17,5 minutos.

$$\frac{17{,}5\ minutos}{5\ km} = 3{,}5\ min/km$$

Es decir, 3:30 min/km. En 1 kilómetro tarda 3 minutos y 30 segundos. La relación 3:30 min/km no tiene unidades de velocidad, porque no es espacio dividido entre tiempo. Los corredores suelen utilizar la relación min/km para saber rápidamente cuántos minutos tardarán en recorrer un número concreto de km. Solo tienen que multiplicar el número de kilómetros por la proporción 3:30.

3.6. La distancia del Sol a la Tierra es de aproximadamente 150 millones de kilómetros. La luz que sale del Sol tarda, aproximadamente, 500 segundos en llegar a la Tierra. Calcula la velocidad a la que viaja la luz por el espacio, asumiendo que estamos en un caso de M.R.U.

La distancia del Sol a la Tierra es de aproximadamente 150 millones de kilómetros. La luz que sale del Sol tarda, aproximadamente, 500 segundos en llegar a la Tierra. Calcula la velocidad a la que viaja la luz por el espacio, asumiendo que estamos en un caso de M.R.U.

Para trabajar en unidades del S.I. pasamos la distancia de kilómetros a metros, multiplicando por 1.000.

$$150\ millones\ de\ km = 150 \cdot 10^6\ km\ \times 1.000 = 150 \cdot 10^9\ m$$

No estamos teniendo en cuenta ni el tamaño real del Sol ni el tamaño real de la Tierra. Como cualquier modelo, tiene sus limitaciones. Pero es un buen esquema para aproximar la velocidad de la luz en el vacío.

$$v = \frac{150 \cdot 10^9 - 0}{500 - 0}$$

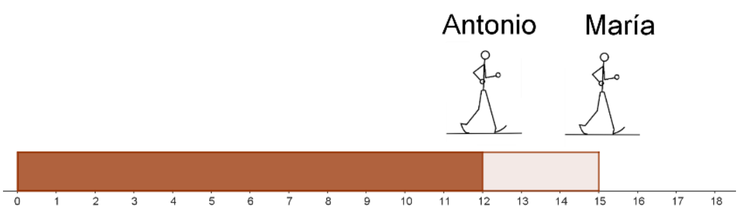
$$v = 0{,}3 \cdot 10^9\ m/s$$

Pasamos al convenio de notación científica.

$$v = 3 \cdot 10^8\ m/s$$

Conclusión: en 1 segundo, la luz recorre 300.000.000 metros. O lo que es lo mismo (y este es un valor de culturilla general que hay que memorizar), la luz viaja por el espacio a una velocidad de 300.000 km/s.

3.7. María camina 15 km en un día. Esa cantidad es la unidad de referencia. Antonio camina 12 km ese mismo día, y queremos saber qué relación hay entre la distancia caminada por Antonio y la distancia caminada por María. ¿Cambian los cálculos y la interpretación de los resultados si tomamos a Antonio como unidad de referencia?



La unidad de referencia la ponemos en el denominador y quedaría la siguiente fracción:

$$\frac{distancia\ Antonio}{distancia\ María} = \frac{12\ km}{15\ km} = 0{,}8$$

La cantidad 0,8 está en tanto por uno.

¿Qué significa tanto por uno? Significa que si lo que ha caminado María es la unidad de referencia, Antonio ha andado 0,8 de esa unidad de referencia.

Si la cantidad en tanto por uno la multiplicamos por 100, obtendremos el porcentaje en tanto por ciento. En el tanto por ciento, la unidad de referencia vale 100. En el ejemplo de Antonio y María quedaría: $0{,}8\ \times 100 = 80\ \%$. Es decir, Antonio ha caminado el 80% de la distancia recorrida por María.

¿Qué pasaría si tomáramos la distancia de Antonio como unidad de referencia? Muy sencillo. Pondríamos la distancia de Antonio en el denominador:

$$\frac{distancia\ María}{distancia\ Antonio} = \frac{15\ km}{12\ km} = 1{,}25$$

María ha caminado 1,25 veces la distancia de referencia de Antonio.

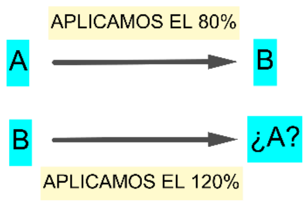
Si hablamos en tanto por ciento, diríamos:

$$1{,}25\ \times 100 = 125\ \%$$

Es decir, María ha caminado el 125% de la cantidad de Antonio.

Tan correcto es decir que Antonio ha caminado el 80% de la distancia de María, como afirmar que María ha recorrido el 125% de la distancia de Antonio. Todo depende de la cantidad que consideremos como unidad de referencia.

3.8. Si a una cantidad A le aplicamos el 80%, obtenemos una cantidad B. Si ahora a esa cantidad B le aplicamos el 120%, ¿volveríamos a obtener el valor de A?



Supongamos que el precio inicial es A. Al aplicarle el 80% el nuevo precio sería $0{,}8 \times A$.

Si ahora aplicamos un 120% tendremos: $1{,}2 \times 0{,}8 \times A \rightarrow 0{,}96 \times A$. Es decir, no recuperamos el precio inicial A, sino que obtenemos el 96% del precio inicial A.

3.9. Un coche recorre la distancia entre Málaga y Granada en 74 minutos. Ambas ciudades están separadas por 125 km. ¿Cuál ha sido su velocidad media durante el trayecto? Expresar el resultado en m/s.

La velocidad media podemos obtenerla aplicando la fórmula del M.R.U. a todo el trayecto. Granada sería el origen de coordenadas de distancia.

$$v = \frac{s_f - s_0}{t_f - t_0}$$

Suponemos tiempo inicial y posición inicial iguales a cero.

Expresamos la distancia final en metros, sabiendo que 1 km son 1.000 m. La distancia recorrida será igual a:

$$125\ km\ \times 1.000 = 125.000\ m$$

Expresamos el tiempo final en segundos, sabiendo que 1 minuto son 60 segundos. El tiempo final es igual a:

$$74\ min \times 60 = 4.440\ s$$

Quedando la fórmula de la velocidad media:

$$v = \frac{125.000 - 0}{4.440 - 0} = 28{,}15\ m/s$$

3.10. En el laboratorio hemos realizado la experiencia de una canica cayendo por un tubo lleno de gel con glicerina. Y hemos supuesto que el movimiento de caída se aproxima a un M.R.U. Imagina que un grupo de trabajo realiza tres medidas temporales de $\mathbf{21{,}23 \pm 0{,}01\ s, 22{,}34 \pm 0{,}01\ s}$ y $\mathbf{21{,}74 \pm 0{,}01\ s}$. Y que la distancia recorrida por las canicas en el vaso calibrado fue de $\mathbf{185 \pm 1}$ mm. ¿Cuánto vale la velocidad media de caída, en unidades de cm/s?

El tiempo medio de la caída es igual a la media aritmética de los tres tiempos:

$$t_m = \frac{21{,}23 + 22{,}34 + 21{,}74}{3} = 21{,}77\ s$$

La distancia recorrida, en centímetros, es igual a 18,5 cm (para pasar de mm a cm solo hay que dividir entre 10).

Suponiendo tiempo inicial y posición inicial iguales a cero, la velocidad media de caída es:

$$v = \frac{18{,}5 - 0}{21{,}77 - 0} = 0{,}85\ cm/s$$

3.11. A los 2 s de comenzar a medir, un objeto se encuentra a 5 m del origen de coordenadas. Y a los 3 s de comenzar a medir, se encuentra a 1 m del origen de coordenadas. Suponiendo M.R.U., ¿cuál es la velocidad del movimiento?

Detectamos los valores que necesitamos para aplicar la fórmula de la velocidad en M.R.U.

- Posición inicial $s_0 = 5\ m$
- Tiempo inicial t_0 = 2 s
- Posición final: s_f = 1 m
- Tiempo final: t_f = 3 s

La velocidad del movimiento resulta:

$$v = \frac{s_f - s_0}{t_f - t_0}$$

$$v = \frac{1-5}{3-2} = \frac{-4}{1} = -4\ m/s$$

3.12. En un plano de una ciudad, una calle de 350 metros de longitud mide 2,8 cm. ¿Cuánto medirá sobre ese mismo plano otra calle de 200 metros?

Vamos a resolver este ejercicio de proporcionalidad utilizando fracciones. La razón que se cumple al trabajar con metros también se debe cumplir al trabajar con centímetros.

$$\frac{350\ m}{200\ m} = \frac{2{,}8\ cm}{¿?}$$

Tenemos dos fracciones igualadas porque la razón de proporcionalidad es la misma. Aparecen tres valores conocidos y un valor que desconocemos (representado por los símbolos de interrogación ¿?). A esta forma de resolver los ejercicios de proporcionalidad directa se le conoce como regla de tres directa (porque conocemos tres valores de los datos del enunciado).

¿Recuerdas de Primaria cómo se opera con fracciones igualadas? Simplemente hay que multiplicar en cruz.

$$350 \times ¿? = 2{,}8 \times 200$$

$$350 \times ¿? = 560$$

Y el valor 350 que está multiplicando en el miembro de la izquierda, pasa a la derecha dividiendo.

$$¿? = \frac{560}{350}$$

$$¿? = 1{,}6\ cm$$

No olvides poner las unidades. En este caso, el dato desconocido ¿? tiene unidades de centímetros.

En Ciencias es costumbre usar una letra en vez de los símbolos de interrogación ¿? Para representar a un valor desconocido. Puedes usar la letra del abecedario que te de la real gana: la letra a, o la letra b, o la letra x. La que quieras. Lo importante no es la letra, sino lo que representa: un valor desconocido que debemos descubrir.

3.13. Un automóvil ha tardado en hacer el recorrido entre dos pueblos una hora y treinta minutos, a una media de 100 km/h. ¿Cuánto tardará un autobús a una media de 90 km/h?

Podemos plantearlo como una regla de proporción inversa, ya que a menor velocidad mayor tiempo de duración del viaje.

O podemos sacar la distancia recorrida por el automóvil, que será la misma que recorra el autobús, y luego sacar el tiempo de viaje del autobús.

$$100\frac{km}{h} = \frac{distancia}{1{,}5\ h} \rightarrow distancia = 150km$$

Aplicamos esta distancia en la ecuación para el autobús, donde la incógnita será el tiempo

$$90\frac{km}{h} = \frac{150km}{tiempoBUS} \rightarrow tiempoBUS = \frac{150km}{90km/h} \rightarrow tiempoBUS = 1{,}67h$$

3.14. Un robot, en una cadena de montaje de automóviles, es capaz de poner 13 puntos de soldadura en 20 segundos. ¿Cuántos puntos de soldadura puede poner en una hora?

A más tiempo de trabajo, mayor cantidad de puntos de soldadura. Si duplicamos, por ejemplo, el tiempo de trabajo, se duplica el número de puntos de soldadura. Son magnitudes directamente proporcionales. Recordando que 1 hora son 3.600 segundos, podemos escribir la razón de proporcionalidad con fracciones:

$$\frac{13\ soldaduras}{¿?} = \frac{20\ s}{3.600\ s}$$

Multiplicamos en cruz.

$$13\ \times 3.600\ = 20\ \times ¿?$$

$$46.800 = 20\ \times ¿?$$

Pasamos el factor 20 dividiendo al miembro de la izquierda.

$$\frac{46.800}{20} = ¿?$$

$$2.340\ soldaduras = ¿?$$

3.15. Un padre reparte entre sus tres hijos 180 € de forma directamente proporcional a sus edades, que son 12, 9 y 3 años respectivamente. ¿Qué cantidad le corresponde a cada uno de ellos?

Nuevamente, estamos frente a una relación de proporcionalidad directa. A mayor edad, mayor dinero recibido. La edad y el dinero son directamente proporcionales. En la siguiente tabla, empleamos letras para representar las cantidades desconocidas que recibirá cada hijo.

Total	**Hijo mayor**	**Hijo mediano**	**Hijo menor**
Suma de edades: 12 + 9 + 3 = 24 años	12 años	9 años	3 años
Total (dinero): 180 €	x	y	z

De la tabla podemos obtener relaciones de proporcionalidad con fracciones. Para el hijo mayor:

$$\frac{180\ €}{24\ años} = \frac{x}{12\ años}$$

$$x = 90\ €$$

Para el hijo mediano:

$$\frac{180\ €}{24\ años} = \frac{y}{9\ años}$$

$$y = 67{,}5\ €$$

Para el hijo menor:

$$\frac{180\ €}{24\ años} = \frac{z}{3\ años}$$

$$z = 22{,}5\ €$$

3.16. Antonio, Alba y Alberto son tres camareros que siempre se reparten las propinas del mes en función de las horas diarias que trabaja cada uno. Antonio trabaja 8 horas al día y este mes le han correspondido 124 €. Si Alba trabaja 6 horas al día y Alberto 4 horas al día, ¿cuánto les corresponde a ellos? ¿A cuánto han ascendido las propinas este mes?

Al igual que en el ejercicio anterior, podemos diseñar una tabla para organizar los datos del enunciado. El tiempo trabajado y el dinero de las propinas son magnitudes directamente proporcionales. A mayor tiempo trabajado, mayor dinero recibido.

Usamos letras para representar las cantidades desconocidas (dinero que recibe Alba y dinero que recibe Alberto).

Total	Antonio	Alba	Alberto
Suma de horas: 8 + 6 + 4 = 18 horas	8 horas	6 horas	4 horas
Total (dinero): 124 € + y + z	124 €	y	z

Usando nuevamente fracciones de proporcionalidad, podemos decir con los datos de Antonio y Alba:

$$\frac{124\ €}{8\ h} = \frac{y}{6\ h}$$

$$y = 93\ €$$

Y con los datos de Antonio y Alberto:

$$\frac{124\ €}{8\ h} = \frac{z}{4\ h}$$

$$y = 62\ €$$

El total del dinero recibido por las propinas será la suma de lo ganado por los tres camareros:

$$Total = 124 + 93 + 62 = 279\ €$$

3.17. Cuando un mecanismo posee dos ruedas conectadas por una correa de transmisión, el número de giros de cada rueda es inversamente proporcional al radio de la rueda. Es decir, a mayor radio menor número de vueltas. Si tenemos dos ruedas conectadas, de radios 25 cm y 75 cm respectivamente, ¿cuántas vueltas da la segunda rueda si la primera da 300 vueltas en un tiempo determinado?

Volvemos a encontrarnos con dos magnitudes inversamente proporcionales.

En magnitudes directamente proporcionales, su cociente se mantiene constante. El cociente es la razón de proporcionalidad.

Pero **en magnitudes inversamente proporcionales el cociente no es constante. La razón de proporcionalidad se consigue con el producto**. Así, el incremento de una variable se compensa con la disminución de la otra variable, y el producto final no cambia.

Vamos a utilizar subíndices para distinguir los datos de la primera y de la segunda rueda. Es bueno que, poco a poco, te vayas familiarizando con la forma de escribir incógnitas y valores desconocidos en Ciencia.

$$radio_1 \times vueltas_1 = radio_2 \times vueltas_2$$

$$25\ cm\ \times 300\ giros = 75\ cm\ \times vueltas_2$$

$$100\ giros = vueltas_2$$

3.18. Diego tenía que resolver 20 problemas de matemáticas. Si resolvió bien el 30% de los problemas, ¿cuántos hizo correctamente? ¿Cuántos tendría que haber resuelto correctamente para que el porcentaje de problemas bien hechos hubiera sido del 85%?

a) El total de problemas es 20. Esta cantidad es nuestra unidad de referencia.

El número de problemas resueltos correctamente no lo conocemos. Podemos simbolizarlo con una letra. Por ejemplo, la letra "p".

El porcentaje es una comparación entre la cantidad "p" y la unidad de referencia. Un porcentaje del 30% es lo mismo que un porcentaje de 0,3 en tanto por uno.

$$\frac{p}{20} = 0{,}3$$

Pasamos el valor 20 multiplicando a la derecha.

$$p = 20 \times 0{,}3$$

Es decir, aplicar el 30% a 20 significa multiplicar 20 por 30 y dividir por 100 (30/100 es igual a 0,3).

Esta regla siempre se cumple en cualquier porcentaje:

- Aplicar el 10% a una cantidad significa multiplicar esa cantidad por 10 y dividir por 100.
- Aplicar el 20% a una cantidad significa multiplicar esa cantidad por 20 y dividir por 100.
- Aplicar el 30% a una cantidad significa multiplicar esa cantidad por 30 y dividir por 100.
- …
- Aplicar el 90% a una cantidad significa multiplicar esa cantidad por 90 y dividir por 100.

En nuestro ejemplo:

$$p = 20 \times 0{,}3 = 6\ problemas\ resueltos$$

Diego ha resuelto correctamente 6 de los 20 problemas propuestos.

b) Aplicando el mismo razonamiento con 85%, debemos multiplicar 20 por 85 y dividir por 100 (85/100 es lo mismo que 0,85).

$$p = 20 \times 0{,}85 = 17\ problemas\ resueltos$$

Un 85% de problemas resueltos correctamente implica hacer bien 17 de los 20 problemas planteados.

3.19. La siguiente tabla muestra la población de un grupo de países y el número de teléfonos móviles en uso.

Datos 2021 – Fuente: https://www.gapminder.org		
País	**Población (número de habitantes)**	**Número de teléfonos móviles con línea operativa**
China	$1{,}43 \times 10^9$	$1{,}73 \times 10^9$
India	$1{,}41 \times 10^9$	$1{,}15 \times 10^9$
Estados Unidos	$3{,}37 \times 10^8$	$3{,}62 \times 10^8$
Brasil	$2{,}14 \times 10^8$	$2{,}2 \times 10^8$
Nigeria	$2{,}13 \times 10^8$	$1{,}95 \times 10^8$
México	$1{,}27 \times 10^8$	$1{,}24 \times 10^8$
Etiopía	$1{,}20 \times 10^8$	$4{,}45 \times 10^7$
Alemania	$8{,}34 \times 10^7$	$1{,}06 \times 10^8$
España	$4{,}75 \times 10^7$	$5{,}65 \times 10^7$
Australia	$2{,}59 \times 10^7$	$2{,}71 \times 10^7$
Portugal	$1{,}03 \times 10^7$	$1{,}25 \times 10^7$
Suiza	$8{,}69 \times 10^6$	$1{,}11 \times 10^7$
Qatar	$2{,}69 \times 10^6$	$3{,}88 \times 10^6$
Andorra	$7{,}9 \times 10^4$	$9{,}4 \times 10^4$

¿En qué país hay más teléfonos móviles? ¿Qué diferencia habrá entre las comparaciones absolutas y las comparaciones relativas? ¿Si en un país hay más teléfonos que persona, significa seguro que todos los habitantes de ese país tienen al menos un teléfono móvil?

Si respondemos mirando valores absolutos, el país con mayor número de teléfonos móviles es China.

Otra forma de responder es mirando los valores relativos, es decir, ver el número de teléfonos en relación con el número de habitantes. Si en China hay muchos habitantes, es normal que haya muchos teléfonos móviles. Pero no tiene sentido comparar el número absoluto en China con el número absoluto de Andorra, donde la población es mucho mayor. Para poder comparar con sentido, debemos dividir en cada país el número de teléfonos entre el tamaño de la población.

País	Número de teléfonos dividido entre número de habitantes
China	1,21 teléfonos/habitante
India	0,82 teléfonos/habitante
Estados Unidos	1,07 teléfonos/habitante
Brasil	1,03 teléfonos/habitante
Nigeria	0,92 teléfonos/habitante
México	0,98 teléfonos/habitante
Etiopía	0,37 teléfonos/habitante
Alemania	1,27 teléfonos/habitante
España	1,19 teléfonos/habitante
Australia	1,05 teléfonos/habitante
Portugal	1,21 teléfonos/habitante
Suiza	1,28 teléfonos/habitante
Qatar	1,44 teléfonos/habitante
Andorra	1,19 teléfonos/habitante

Cuando el factor teléfonos/habitante es mayor que 1 no significa que, seguro, todo el mundo en el país tenga al menos un teléfono. Es un valor medio. Puede que haya personas con dos o tres teléfonos, y otras personas que no tengan ninguno. El valor que obtenemos con la división es un valor medio que sirve para comparar países entre sí, aunque estos países tengan un tamaño de población distinto.

3.20. Completa la siguiente tabla haciendo uso de los datos de 2019 publicados en:

https://www.gapminder.org/tools/#$chart-type=bubbles&url=v1

Los datos de asesinatos totales en 2019 los puedes obtener directamente de la web. Para completar las dos últimas columnas, es necesaria operar matemáticamente con fracciones.

Datos 2019 – Fuente: https://www.gapminder.org				
País	**Población (número de habitantes)**	**Murders (asesinatos: muertes por violencia entre personas)**	**Número de asesinatos por habitante**	**Número de asesinatos cada cien mil habitantes**
China	$1{,}43 \times 10^9$	41.000	0,00002867	2,87
India	$1{,}41 \times 10^9$	12.000	0,000008511	0,85
Estados Unidos	$3{,}37 \times 10^8$	17.700	0,00005252	5,25
Brasil	$2{,}14 \times 10^8$	65.900	0,0003079	30,79
Nigeria	$2{,}13 \times 10^8$	13.000	0,00006103	6,10
México	$1{,}27 \times 10^8$	30.700	0,0002417	24,17
Etiopía	$1{,}20 \times 10^8$	7.180	0,00005983	5,98
Alemania	$8{,}34 \times 10^7$	617	0,000007398	0,74
España	$4{,}75 \times 10^7$	335	0,000007053	0,71

¿El país con mayor número de asesinatos será siempre el país con mayor índice de mortalidad por acciones violentas? ¿Por qué crees que es más práctico hablar de asesinatos cada cien mil habitantes en vez de asesinatos por unidad de habitante, para valorar la seguridad de un país?

El valor absoluto de número de asesinatos no permite comparar países si deseamos tener en cuenta el número de habitantes. Por eso, un país con un número absoluto de asesinatos altos no tiene por qué presentar un índice relativo también alto. Este índice relativo depende no solo del número de asesinatos sino también del número de habitantes.

En la tabla, al dividir el número de asesinatos entre el número de habitantes, aparecen valores muy pequeños. Con muchos decimales. Por eso es más práctico realizar la división colocando en el numerador la población en cientos de miles de habitantes. Así obtenemos números más fáciles de escribir. Para pasar de la penúltima a la última columna tan solo debemos multiplicar por 100.000 (o lo que es lo mismo, llevar la coma decimal cinco posiciones a la derecha). En la última columna hemos redondeado a dos cifras decimales.

3.21. Practica los factores de conversión con los siguientes cambios de unidades. Pasa a las unidades de referencia del S.I.

a) $1,23\ hm/min$ (m/s) **b) $6,02\ cg/mm^2$ (kg/m²)** **c) $7,01 \cdot 10^2\ kg/h$ (kg/s)**

a) $1{,}23\ \frac{hm}{min} \times \frac{100\ m}{1\ hm} \times \frac{1\ min}{60\ s} = 2{,}05\ m/s$

b) $6{,}02\ \frac{cg}{mm^2} \times \frac{1\ kg}{10^5 g} \times \frac{10^6 mm^2}{1\ m^2} = 60{,}2\ kg/m^2$

c) $7{,}01 \cdot 10^2\ \frac{kg}{h} \times \frac{1\ h}{3.600\ s} = 0{,}19\ kg/s$

3.22. Sonia avanza en línea recta en un patinete eléctrico. No va por la acera (que está prohibido y es un riesgo para los peatones). Viaja por la calzada. A los 30 segundos de comenzar su movimiento, se encuentra a 80 metros en línea recta del punto de salida. En ese instante, Sonia fija la velocidad del patinete a 20 km/h. ¿A qué distancia del punto de salida se encontrará cuando haya pasado 1 minuto desde que comenzó su movimiento a 20 km/h?

Un error muy típico sería afirmar que como 1 minuto es el doble de tiempo de 30 segundos, la distancia final será el doble de 80 metros. Esto no es correcto porque el enunciado no nos dice nada de cómo ha sido el movimiento de Sonia en los primeros 30 segundos. Por lo que no podemos suponer que estuviese moviéndose con una velocidad de 20 km/h en esos primeros 30 segundos.

¡Es muy importante leer con calma el enunciado y sacar poco a poco la información!

Además, **debemos dejar las magnitudes en las mismas unidades**.

Si el enunciado habla de distancias, o las dejamos en metros o las dejamos en kilómetros. Y si el enunciado habla de tiempos, o los dejamos en segundos o los dejamos en horas. No podemos mezclar. Una tabla puede venir bien para ordenar los datos.

Datos del enunciado
Posición inicial: $s_0 = 80\ m$
Tiempo inicial: $t_0 = 0\ s$ (comenzamos a contar desde que puso el patinete a 20 km/h)
Posición final: $s_f = ¿?$
Tiempo final: $t_f = 1\ \text{min} = 60\ s$
Velocidad constante: $v = 20 \frac{km}{h} \times \frac{1.000\ m}{1\ km} \times \frac{1\ h}{3.600\ s} = 5{,}56 \frac{m}{s}$

En la tabla es fácil visualizar cuál es el dato que no conocemos: la posición final. Sustituimos los datos en la ecuación de la posición final.

$$s_f = s_0 + v \times (t_f - t_0)$$

$$s_f = 80\ + 5{,}56 \times (60 - 0)$$

Operamos, en primer lugar, dentro del paréntesis.

$$s_f = 80\ + 5{,}56 \times (60)$$

Efectuamos el producto (¡Ojo con las jerarquías de operaciones!).

$$s_f = 80\ + 333{,}6$$

$$s_f = 413{,}6\ m$$

No olvides situar la unidad al terminar las operaciones. Como hemos dejado todas las magnitudes iniciales en las unidades de referencia del Sistema Internacional, la longitud quedará expresada en metros.

3.23. Lucas también tiene un patinete eléctrico. Está parado en un semáforo en rojo en la Calle Camino de Ronda (Granada), que es una gran recta. Cuando el semáforo pasa a verde son exactamente las 11.00 en punto de la mañana. Suponiendo que avanza todo el tiempo con una velocidad constante de 5 m/s y que se detiene pasados 300 metros por otro semáforo que se pone rojo, ¿cuánto tiempo ha estado circulando entre semáforo y semáforo?

Ordenamos los datos del enunciado en una tabla.

Datos del enunciado
Posición inicial: $s_0 = 0\ m$
Tiempo inicial: $t_0 = 0\ s$
Posición final: $s_f = 300\ m$
Tiempo final: $t_f = ¿?$
Velocidad constante: $v = 5\ m/s$

Asumimos un tiempo inicial igual a 0, y una posición inicial igual a 0. Esto simplifica bastante los cálculos y es una hipótesis muy utilizada en ejercicios de M.R.U. Sustituimos los datos en la ecuación de la posición final.

$$s_f = s_0 + v \times (t_f - t_0)$$

$$300 = 0\ + 5 \times (t_f - 0)$$

Operamos en el paréntesis. Y el valor 0 que está sumando, podemos eliminarlo.

$$300 = 0\ + 5 \times (t_f)$$

$$300 = 5 \times (t_f)$$

Y obtenemos una igualdad donde hay un valor desconocido en el miembro de la derecha. Ese valor es el tiempo final. ¿Cuánto vale? No lo sabemos. Ese es nuestro problema: obtener el valor del tiempo final.

Cuando trabajamos con una igualdad donde aparece un valor desconocido, decimos que la igualdad es una **ecuación**. Y al valor desconocido lo llamamos **incógnita** (algo que no conocemos y deseamos descubrir).

Es muy cómodo usar letras para representar las incógnitas. Puedes usar la letra "a", la letra "b", la letra "x" o la letra que te de la real gana. Lo importante es que entiendas que el valor de la incógnita es un número que tienes que descubrir.

Como la incógnita es un número, puedes operar con ella como si fuese un número. Por ejemplo: puede hacer el producto "cinco veces la incógnita". ¿Cuánto vale ese producto? No lo sabemos. Pero podemos escribir la operación matemática en la ecuación.

$$300 = 5 \times t_f$$

Es decir, el valor de la incógnita t_f es un número que multiplicado por 5 da como resultado 300. Puedes ver la ecuación de la siguiente forma, que seguro lo habrás utilizado en Primaria al operar con números.

$$300 = 5 \times \square$$

¿Qué número debes escribir dentro del cuadrado para que el resultado final sea 300? Resolver una ecuación con una incógnita es simplemente resolver un ejercicio de cuadraditos como los que hacías en Primaria. Puedes ir probando hasta llegar a 300. 5x1 = 5, 5x2 = 10, 5x3 = 15…. Pero ese método es poco recomendable. Porque tardas mucho y porque puede que el número que buscas sea un número con decimales, y quizás no lo encontrases ni probando durante 2 horas seguidas.

Lo más cómodo es pasar el factor 5 que está multiplicando en el miembro de la derecha, al miembro de la izquierda dividiendo.

$$\frac{300}{5} = \square$$

$$60 = \square$$

El número que va dentro del cuadradito es 60. Nuestra incógnita vale 60. Solo nos falta poner las unidades a la magnitud.

$$t_f = 60\ s$$

Lucas ha avanzado 60 segundos (1 minuto) a velocidad constante, entre semáforo y semáforo.

3.24. En un país de 150 millones de habitantes hay 400 televisores por cada 1.000 habitantes. Asumiendo este dato promedio, ¿puede estimar el número de televisores totales en el país?

La proporción de televisores por habitantes podemos escribirla como una fracción: $\frac{400\ televisores}{1.000\ habitantes}$

Debemos obtener una fracción equivalente donde el denominador será igual a los 150 millones de habitantes de la población del país. El mismo número por el que debemos multiplicar 1.000 para convertirlo en 150 millones en el denominador, será el número por el que debemos multiplicar los 400 televisores del numerador.

150.000 veces 1.000 es igual 150 millones de habitantes. Por lo tanto, 150.000 veces 400 es igual a 60 millones de televisores en todo el país.

3.25. María y Paco trabajan en un quiosco. Ella en el turno de mañana y él en el turno de tarde. Venden el periódico local "Viva nuestra ciudad". María, por la mañana, siempre los organiza en tres montones idénticos. Y coloca dos pequeñas piedras sobre dos de los montones para garantizar que las personas cojan los periódicos del primer montón. Y, si se acaba, quita una de las piedras de uno de los otros montones para que se venda.

Cuando Paco llega por la tarde, ve que solo queda uno de los tres montones sin vender, con la piedra colocada encima. Paco coge ese montón y lo divide en dos partes iguales. Coloca nuevamente una piedra sobre uno de los dos montones.

Cuando Paco cierra el quiosco, comprueba que solo quedan periódicos de un montón, que sigue teniendo la piedra encima. Han quedado sin vender 20 periódicos. ¿Cuántos periódicos había inicialmente por la mañana? ¿Qué proporción de periódicos no se ha vendido? ¿Qué porcentaje de periódicos si se ha vendido?

Paco tenía dos montones idénticos, y ha vendido uno de los montones por completo. Al llegar Paco había dos veces 20. Es decir, 40 periódicos. Esos 40 periódicos formaban uno de los tres montones de María. Por la mañana, al abrir, María tenía tres veces 40. Es decir, 120 periódicos.

La proporción de periódicos no vendidos es una fracción parte/todo. Donde la parte son los 20 ejemplares sin vender, y el todo son los 120 periódicos iniciales.

$$\frac{20}{120}$$

Cuya fracción irreducible es:

$$\frac{1}{6}$$

No se han vendido 1/6 de los periódicos iniciales. O lo que es lo mismo, se han vendido 5/6 de los periódicos con los que comenzó María.

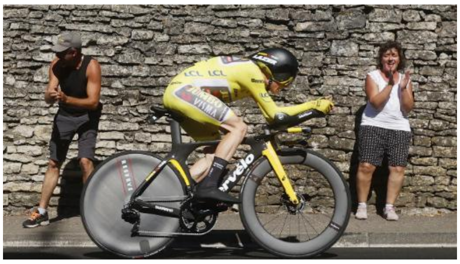
En decimal, la fracción 1/6 tiene infinitos decimales: 0,1666666666….6666666….666666…

Como no tenemos infinito tiempo ni infinita paciencia, lo aproximamos a cuatro cifras decimales: 0,1667.

Si multiplicamos por 100 para obtener %, podemos afirmar que no se han vendido aproximadamente el 16,67% de los periódicos y sí se han vendido el 83,33%.

Estos valores son aproximados, porque no hemos considerado los infinitos decimales de 1/6 en formato decimal.

3.26. El ciclista danés Jonas Vingegaard realizó el 18 de julio de 2023 una contrarreloj para la historia en el Tour de Francia. En apenas 22,4 km sacó prácticamente más de dos minutos de diferencia a todos sus rivales. Vingegaard reconoció al finalizar que había realizado la mejor contrarreloj de su vida.



La organización de la carrera tomó tiempos intermedios a los 7,1 km, a los 16,1 km, a los 18,9 km y en los definitivos 22,4 km. Los tiempos de paso de Vingegaard en cada uno de esos puntos fueron 10:13 min, 19:05 min, 25:52 min y 32:36 min respectivamente.

Calcula la velocidad media entre cada uno de los pasos intermedios. Con esa información, ¿podemos decidir qué tramos de la contrarreloj tenían un perfil más suave y qué tramos fueron más duros, suponiendo (hipótesis) que el cansancio no hizo mella en el ciclista con el paso del tiempo?

Realizamos una tabla para organizar la información.

Contrarreloj de Jonas Vingegaard 18 julio 2023 – Etapa 16 del Tour de Francia				
Distancia desde la salida	7,1 km	16,1 km	18,9 km	22,4 km
Tiempo desde la salida	10:13 min	19:05 min	25:52 min	32:36 min

Asumimos la salida como origen de coordenadas. Por lo que en la salida tendremos posición 0 km y tiempo 0 s.

También asumimos que el ciclista viaja en cada tramo a una velocidad constante igual a la velocidad media que podemos obtener con la fórmula del M.R.U.

$$v = \frac{s_f - s_0}{t_f - t_0}$$

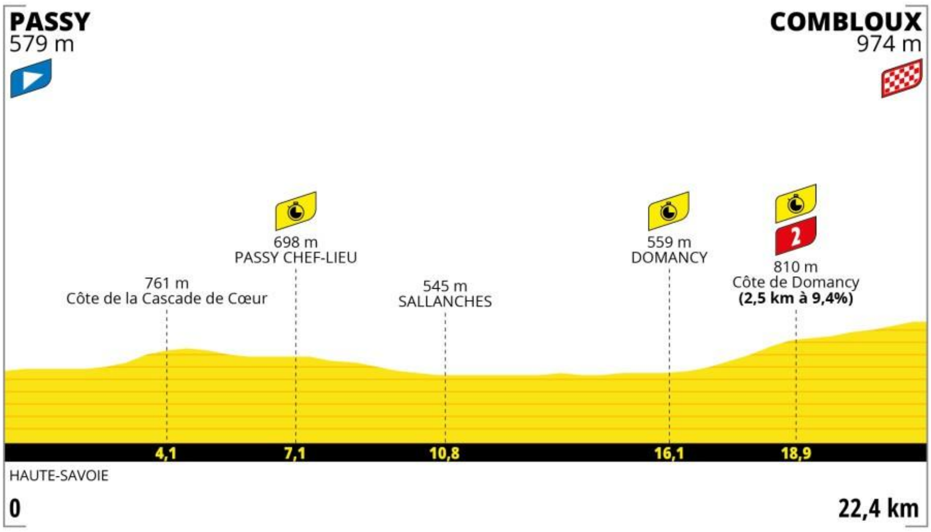
Para obtener la velocidad en unidades de km/h, pasamos los tiempos intermedios a horas.

Velocidad media de Jonas Vingegaard en cada tramo de la contrarreloj				
Distancia desde la salida $\boldsymbol{s_0 = 0\ km}$	7,1 km	16,1 km	18,9 km	22,4 km
Tiempo desde la salida $\boldsymbol{t_0 = 0\ s = 0\ h}$	10:13 min = 613 s $\frac{613}{3.600} = 0{,}17\ h$	19:05 min = 1.145 s $\frac{1.145}{3.600} = 0{,}32\ h$	25:52 min = 1.552 s $\frac{1.552}{3.600} = 0{,}43\ h$	32:36 min = 1.956 s $\frac{1.956}{3.600} = 0{,}54\ h$
Velocidad media	$v = \frac{7{,}1 - 0}{0{,}17 - 0}$ $v = 41{,}76\ km/h$	$v = \frac{16{,}1 - 7{,}1}{0{,}32 - 0{,}17}$ $v = 60\ km/h$	$v = \frac{18{,}9 - 16{,}1}{0{,}43 - 0{,}32}$ $v = 25{,}45\ km/h$	$v = \frac{22{,}4 - 18{,}9}{0{,}54 - 0{,}43}$ $v = 31{,}82\ km/h$

El tramo de mayor velocidad es el que va de los 7,1 km a los 16,1 km. Parece que en esos kilómetros el perfil es llano o cuesta abajo.

Hay una clara diferencia entre la velocidad media del tramo entre 16,1 km y 18,9 km, y la velocidad media del resto de tramos. Parece claro que, en ese tramo, el perfil de la contrarreloj es bastante más duro. Y no parece que la bajada en velocidad se deba al cansancio, porque en el último tramo entre 18,9 km y 22,4 km, la velocidad media vuelve a subir.

Estas hipótesis se confirman observando el perfil oficial de la contrarreloj, publicado en la web del Tour de Francia.



3.27. Tres hermanos deben repartirse 120 €. Ana se lleva 7/15 del total. María 5/12 del total. Y Luis el resto.

¿Cuánto dinero se lleva Luis? ¿Qué fracción del total se lleva Luis?

Calculamos la fracción suma de la fracción de Ana más la fracción de María.

$$\frac{7}{15}+\frac{5}{12}$$

Descomponemos los denominadores en factores primos.

$$15 = 3 \times 5$$

$$12 = 2^2 \times 3$$

Obtenemos el m.c.m. de los denominadores.

$$m.c.m.(12{,}15) = 2^2 \times 3 \times 5 = 60$$

Obtenemos las fracciones equivalentes con denominador 60.

$$\frac{28}{60}+\frac{25}{60}$$

Dejamos el mismo denominador y sumamos los numeradores.

$$\frac{53}{60}$$

Es decir: Ana y María se llevan, entre las dos, 53/60 de la cantidad total.

$$\frac{53}{60}\ de\ 120 = \frac{53}{60} \times 120 = 106\ €$$

Si Ana y María se llevan 106€, significa que Luis se lleva 120 – 106 = 14 €.

Calculamos la fracción del total que suponen estos 14 €.

$$\frac{14}{120}$$

Numerador y denominador tienen el 2 como divisor común. Por lo que podemos simplificar dividiendo entre 2 tanto el numerador como el denominador.

$$\frac{7}{60}$$

3.28. Juan cuida del mantenimiento de su acuario. Cada semana extrae del acuario dos garrafas de 5 litros, que luego utiliza para regar las plantas. Cuando rellena el acuario con agua limpia, debe aplicar 4 centímetros cúbicos de anticloro y 12 centímetros cúbicos de líquido bacteriano para que los peces vivan en buenas condiciones higiénicas. Una vez al mes, Juan extrae tres garrafas de 5 litros en vez de dos garrafas. ¿Qué cantidad de anticloro y de líquido bacteriano debe aplicar cuando repone el agua de esas tres garrafas?

Podemos resolver con ayuda de las fracciones.

Por ejemplo, si Juan aplica 4 centímetros cúbicos cada 10 litros de agua (dos garrafas de 5 litros suman 10 litros), significa que se cumple la proporción:

$$\frac{4\ cm^3}{10\ litros} = 0{,}40\ cm^3/litro$$

Lo mismo podemos plantear con los 12 centímetros cúbicos de líquido bacteriano.

$$\frac{12\ cm^3}{10\ litros} = 1{,}2\ cm^3/litro$$

Si mensualmente Juan extrae 15 litros (tres garrafas de 5 litros suman 15 litros), solo deberemos multiplicar el valor decimal de las proporciones por el número total de litros.

$$0{,}40\frac{cm^3}{litro} \times 15\ litros = 6\ cm^3$$

$$1{,}2\frac{cm^3}{litro} \times 15\ litros = 18\ cm^3$$

3.29. Realiza los siguientes factores de conversión, expresando las soluciones en notación científica.

a) 4,672 mm (dam) **b) 3,67 mg (hg)** **c) 16,87 km² (dm²)**

d) 200 m/s (km/h) **e) 36 Km/h (m/s)** **f) 1,7 g/cm³ (kg/m³)**

a) 4,672 mm (dam)

$$4{,}672\ mm \cdot \frac{1\ dam}{10.000\ mm} = 4{,}672 \cdot 10^{-4} = 4{,}67 \cdot 10^{-4} dam$$

b) 3,67 mg (hg)

$$3{,}67\ mg \cdot \frac{1\ hg}{100.000\ mg} = 3{,}67 \cdot 10^{-5}$$

c) 16,87 km² (dm²)

$$16{,}87\ km^2 \cdot \frac{(10^2)^4\ dm^2}{1\ km^2} = 16{,}87 \cdot 10^8 dm^2$$

d) 200 m/s (km/h)

$$200\frac{m}{s} \cdot \frac{1\ km}{1.000\ m} \cdot \frac{3.600\ s}{1\ h} = 720\ km/h$$

e) 36 Km/h (m/s)

$$36\frac{km}{h} \cdot \frac{1.000\ m}{1\ km} \cdot \frac{1\ h}{3.600\ s} = 10\ m/s$$

f) 1,7 g/cm³ (kg/m³)

$$1{,}7\frac{g}{cm^3} \cdot \frac{1\ kg}{1.000\ g} \cdot \frac{(10^3)^2 cm^3}{1\ m^3} = 1{,}7 \cdot \frac{10^3 kg}{m^3}$$

3.30. Dos personas están separadas por 100 metros a lo largo de una pista de atletismo. Los dos corren al encuentro del otro a la misma vez. El primero con una velocidad $4\ m/s$ y el segundo a $5\ m/s$. ¿Cuánto tiempo transcurre desde el inicio hasta que se cruzan? ¿Qué distancia recorre cada persona?

Ambos corredores (A y B) se mueven según M.R.U., con velocidad constante.

Consideramos que ambos corredores parten al mismo tiempo (tiempo inicial igual a 0) y con posición inicial igual a 0 metros. Con esto, la ecuación general del M.R.U. para obtener la distancia final recorrida queda:

$$s_f = s_0 + v \cdot (t_f - t_0)$$

$$s_f = v \cdot t_f$$

El corredor A avanza a 4 m/s, por lo que recorre una distancia igual a:

$$s_A = 4 \cdot t_f$$

El corredor B avanza a 5 m/s, por lo que recorre:

$$s_B = 5 \cdot t_f$$

La letra t_f expresa el tiempo final en el que se cruzan los dos corredores. Como salen a la vez, el tiempo final será el mismo para ambos corredores.

La suma de ambas distancias debe ser igual a 100 metros, que es el total de metros que separa inicialmente a los dos corredores.

$$s_A + s_B = 100$$

Sustituimos el valor de s_A y de s_B por las expresiones que hemos deducido anteriormente.

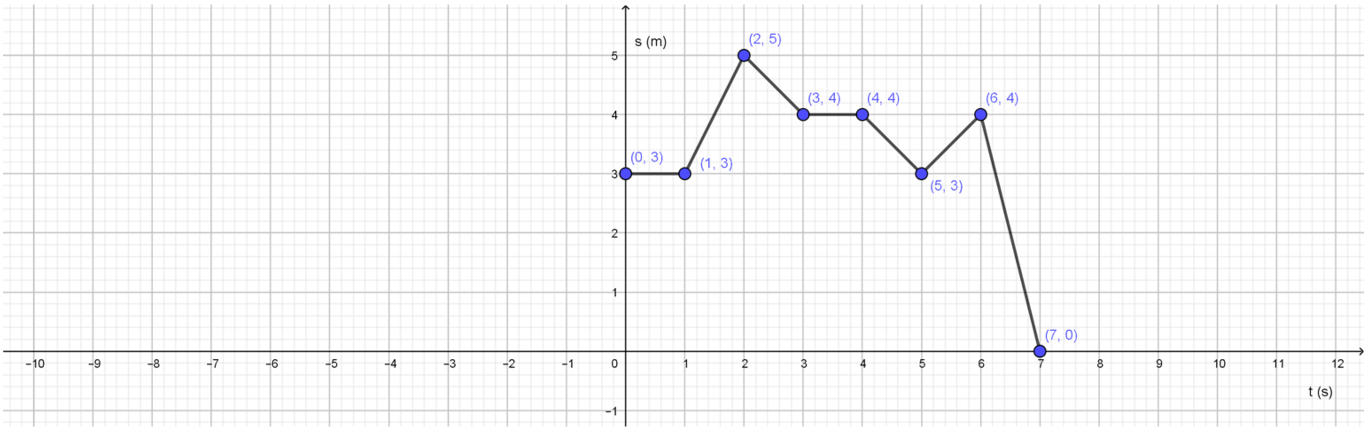
$$4 \cdot t_f + 5 \cdot t_f = 100$$

La incógnita es el tiempo final t_f del desplazamiento. Sumamos las dos cantidades que dependen del tiempo final.

$$9 \cdot t = 100$$

$$t = \frac{100}{9} = 11{,}11 \ldots s$$

3.31. Dada la siguiente gráfica, calcula la velocidad media en los siguientes intervalos: Entre 0 y 1 segundo; entre 2 y 3 segundos; entre 5 y 6 segundos. Suponemos M.R.U. en cada intervalo.



Empleamos la fórmula para obtener la velocidad constante en los M.R.U.

$$v = \frac{s_f - s_0}{t_f - t_0}$$

Entre 0 y 1 segundo:

$$v = \frac{3 - 3}{1 - 0} = 0\ m/s$$

Entre 2 y 3 segundos:

$$v = \frac{4 - 5}{3 - 2} = -1\ m/s$$

Entre 5 y 6 segundos:

$$v = \frac{6 - 5}{4 - 3} = 1\ m/s$$

3.32. El sonido es un fenómeno físico que estudiaremos en unidades posteriores. Cuando el sonido se propaga por el aire, lo hace a una velocidad aproximada de 340 m/s. Esta velocidad depende de la temperatura ambiente, del viento y de la presión atmosférica. Cuando el sonido viaja por el agua, su velocidad es aún mayor: $1{,}46\ km/s$. ¿Cuánto tiempo tarda el sonido en recorrer 100 metros en aire y en agua, asumiendo M.R.U.? ¿Por qué piensas que el sonido se propaga más rápido por el agua que por el aire?

Partimos de la fórmula para la velocidad constante:

$$v = \frac{s_f - s_0}{t_f - t_0}$$

Asumiendo, como tantas veces, tiempo inicial y posición inicial nulos, tendremos:

$$v = \frac{s_f}{t_f}$$

Despejamos el tiempo final, operando en la igualdad. El tiempo pasa multiplicando al miembro de la izquierda.

$$v \times t_f = s_f$$

Y la velocidad pasa dividiendo al miembro de la derecha.

$$t_f = \frac{s_f}{v}$$

La distancia final es igual a 100 metros. Y el enunciado también nos da los datos de la velocidad del sonido en el aire y en el agua.

Aire:

$$t = \frac{100\ m}{340\ m/s} = 0{,}294\ s = 2{,}94 \cdot 10^{-1} s$$

Agua (pasamos, en primer lugar, la velocidad 1,46 km/s a m/s):

$$1{,}46 \frac{km}{s} \cdot \frac{1.000\ m}{1\ km} = 1{,}46 \cdot 10^3 m/s$$

$$t = \frac{100\ m}{1{,}46 \cdot 10^3\ m/s} = 0{,}0685\ s = 6{,}85 \cdot 10^{-2} s$$

El sonido viaja más rápido en agua que en aire porque el agua en estado líquido es más densa que el aire. Cuanto más denso es el medio, más cerca están las partículas que forman la materia entre sí, y con más facilidad propagan el sonido con sus vibraciones.

3.33. La sonda Voyager, lanzada por la NASA en 1977, lleva casi 50 años viajando a velocidad constante por el espacio. Se encuentra a más de 24.000 millones de kilómetros de distancia de la Tierra. Ya ha salido de nuestro sistema solar y es el objeto humano que más lejos ha viajado hasta la fecha. Incluso en 2022, de manera remota desde la Tierra, se consiguió corregir un error de inclinación de la antena de transmisión. En el siguiente enlace, tienes más información al respecto:

https://www.nasa.gov/feature/jpl/engineers-solve-data-glitch-on-nasa-s-voyager-1

¿Llega la señal de inmediato desde la Tierra a la sonda? ¿Puedes aproximar su velocidad de viaje con los datos del párrafo anterior?

La señal emitida desde la Tierra no llega de forma inmediata a la nave. La señal tiene que viajar por el espacio a la velocidad de las señales electromagnéticas (300.00 km/s). Existe un gran retardo desde el envío de la señala hasta su recepción.

Tomando como valor de distancia 24.000 millones de kilómetros y como valor temporal 50 años, podemos obtener una aproximación de la velocidad media a la que viaja la sonda. Asumimos años de 365 días en esta aproximación

$$\frac{24.000 \times 10^6\ km}{50\ años} = 48 \times 10^7 \frac{km}{años} \times \frac{1\ año}{365 \times 24} = 54.794{,}52\ \frac{km}{h}$$

3.34. Eliud Kipchoge (nacido el 1984 en Kenia) es uno de los grandes maratonianos de la historia. Su marca el 25 de septiembre de 2022 en Berlín fue de 2 horas, 1 minuto y 9 segundos para superar los 42,195 km de la maratón. Eso es un ritmo de 2:52 min/km. ¿Cuál fue su velocidad media en km/h?

Como ya hemos estudiado en esta unidad, el concepto de velocidad media es un modelo que no coincide exactamente con la realidad. Kipchoge no corrió cada segundo exactamente a la misma velocidad. Pero es una buena aproximación.

Tenemos la distancia recorrida entre la salida y la meta: 42,195 km.

Necesitamos expresar el tiempo en horas. Y lo tenemos en horas, minutos y segundos: 2 horas, 1 minuto y 9 segundos.

Las 2 horas ya las tenemos expresadas en horas. Pero 1 minuto y 9 segundos no están en horas. Debemos convertir esa cantidad.

1 minuto y 9 segundos son 69 segundos. Y ya hemos estudiado en unidades anteriores que para pasar de segundos a horas debemos dividir por 3.600 (porque 1 hora son 3.600 segundos, es decir, 60 veces 60).

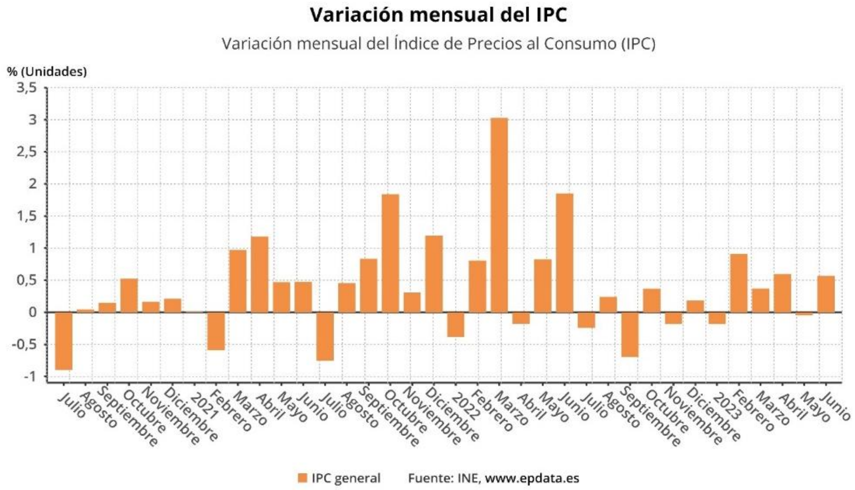
$$\frac{69\ s}{3.6000} = 0{,}01916$$

Por lo tanto, el tiempo del récord del mundo de Kipchoge en horas es igual a 2,01916 h (no usamos el convenio de notación científica, para no perder precisión con el redondeo).

$$velocidad\ media = \frac{42{,}195 - 0}{2{,}01916 - 0} = 20{,}897\ km/h$$

¡Una auténtica barbaridad correr más dos horas a esa velocidad!

3.35. La siguiente imagen (web de datos de Europa Press https://www.epdata.es) muestra la evolución del IPC mensual desde julio 2020 hasta junio 2023.



¿En qué mes de la gráfica el IPC tiene el valor más alto? ¿Pasó algo en el mundo justo antes de ese mes que expliquen un valor tan alto del IPC? ¿Significa que en ese mes los artículos alcanzaron su precio más alto en la serie que va de julio 2020 a junio 2023? Imagina que durante cinco meses consecutivos el IPC mensual es del 1% ¿Significa que un artículo, en esos cinco meses, ha visto incrementado su precio en un 5% (cinco veces 1%)?

Entre febrero y marzo de 2022 comenzó la guerra Rusia-Ucrania, que tuvo una consecuencia inmediata en el aumento de los precios a nivel mundial. Por eso aparece un histograma tan alto en marzo de 2022.

No significa que el pico de precios más altos haya sido en marzo de 2022, sino que de febrero a marzo se produjo el mayor incremento en los precios entre dos meses consecutivos. Después de marzo de 2022, los precios han seguido subiendo, por lo que los precios absolutos habrán sido mayores en los meses posteriores.

Si cada mes el precio de un artículo aumenta un 1% no significa que, si eso se repite durante cinco meses consecutivos, el precio original hay aumentado en un 5%. De un mes a otro, el incremento se aplica al precio del mes anterior. Por ejemplo: Imaginemos un producto que un mes vale 100€. Y veamos la serie resultante de aplicar un IPC del 1% cada mes (en tanto por uno sería un incremento del 0,01):

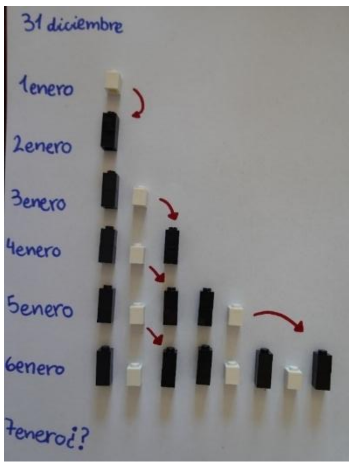
- Primer mes: $100 \times 1{,}01 = 101$ euros
- Segundo mes: $101 \times 1{,}01 = 102{,}01$ euros
- Tercer mes: $102{,}01 \times 1{,}01 = 103{,}03$ euros
- Cuarto mes: $103{,}03 \times 1{,}01 = 104{,}06$ euros
- Quinto mes: $104{,}06 \times 1{,}01 = 105{,}10$ euros

Es decir, tras cinco meses, el precio no es 105 euros, sino 105,10 euros. Este desfase, aplicado a productos que cuesten miles de euros, o aplicado a las compras de todas las personas de un país durante varios meses, sí que genera una diferencia más considerable.

3.36. Imagina un ser vivo que, en un día, pasa de estado cría a estado adulto. Una pieza Lego 1x1 blanca simboliza a la cría. Y la unión de dos piezas Lego 1x1 negras representan al adulto.

Cría	Adulto
	

Cuando un ser vivo se convierte en adulto, al día siguiente genera una nueva cría. Los adultos nunca mueren. Y siguen generando nuevas crías cada día de vida. Con estas sencillas reglas, ¿cómo crece la población de seres vivos?



La imagen de la derecha muestra los primeros días de crecimiento, suponiendo que el 31 de diciembre no hay ningún ser vivo y que el 1 de enero colocamos a la primera cría.

El 2 de enero la cría se convierte en adulto. El 3 de enero, el adulto genera una cría.

El 4 de enero, el adulto sigue generando una nueva cría, mientras que la cría del 3 de enero se convierte en adulto.

Las flechas rojas de la imagen relacionan la cría con el adulto en que se convierte cuando pasa un día. La siguiente tabla muestra el número de seres vivos cada día.

¿Cuántos seres vivos habrá el 7 de enero? ¿Eres capaz de deducir una fórmula que dé el número de seres vivos de un día, sabiendo cuántos seres vivos hay en días anteriores?

Fecha	Número de seres vivos
día 0	0
día 1	1
día 2	1
día 3	2
día 4	3
día 5	5
día 6	8
día 7	¿?

El día 0 (31 de diciembre) tenemos 0 seres vivos.

El día 1 (1 de enero), tenemos 1 ser vivo.

El día 2 (2 de enero), hay 1 ser vivo.

El día 3 (3 de enero), hay 2 seres vivos.

El día 4 (4 de enero), hay 3 seres vivos.

La regla general a inferir es que el número de seres vivos que hay en un día es igual a la suma de los seres vivos de los dos días anteriores.

De esta forma, por ejemplo, en el día 5 (5 de enero) tendremos 2 + 3 = 5 seres vivos.

En el día 6 (6 de enero) tendremos 3 + 5 = 8 seres vivos.

Por lo tanto, en el día 7 (7 de enero) contaremos con 5 + 8 = 13 seres vivos.

De estos 13 seres vivos, distinguiremos 8 adultos y 5 crías. El número de crías de un día coincide con el número de adultos del día anterior.

Ejercicios esenciales del Tema 4: Cambio en la velocidad. Aceleración

4.1. Hemos medido la velocidad de un objeto en dos instantes de tiempo. A los 4 s de iniciar el movimiento la velocidad es de 15 m/s. A los 10 s la velocidad es de 33 m/s. Calcula su aceleración en el intervalo de tiempo en que se han tomado medidas, suponiendo aceleración constante.

$$a = \frac{v_f - v_0}{t_f - t_0}$$

$$a = \frac{33m/s - 15m/s}{10s - 4s}$$

$$a = \frac{18m/s}{6s} = 3m/s^2$$

4.2. Un coche viaja a 90 km/h. De repente frena y reduce en 2 s la velocidad a 50 km/h. Calcula la aceleración en el S.I.

$$a = \frac{v_f - v_0}{t_f - t_0}$$

La diferencia de velocidades queda: $\frac{50km}{h} - \frac{90km}{h} = -40km/h$

Pasamos a metros partido segundo: $40\frac{km}{h} \cdot \frac{1.000\ m}{1\ km} \cdot \frac{1\ h}{3.600\ s} = 11{,}11\ m/s$

$$a = \frac{-11.11\ m/s}{2s - 0s} = -5.55\ m/s^2$$

La aceleración negativa indica que ha sido un frenado.

4.3. Un patinete eléctrico parte del reposo. Acelera durante 5 s, con una aceleración constante de 0,5 m/s². ¿Qué velocidad alcanza tras los 5 segundos? ¿Qué distancia recorre en esos 5 segundos?

$$v_f = v_0 + a \cdot (t_f - t_0)$$

$$v_f = 0\ m/s + 0{,}5\ m/s^2 \cdot (5s - 0s)$$

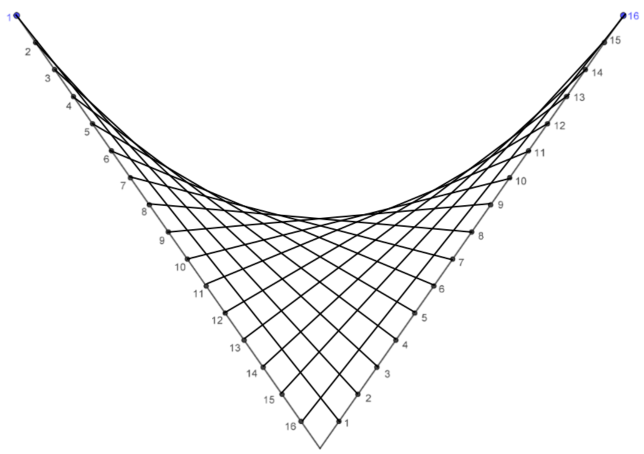
$$v_f = 2{,}5\ m/s$$

$$s_f = s_0 + v_0 \cdot (t_f - t_0) + \frac{1}{2} \cdot a \cdot (t_f - t_0)^2$$

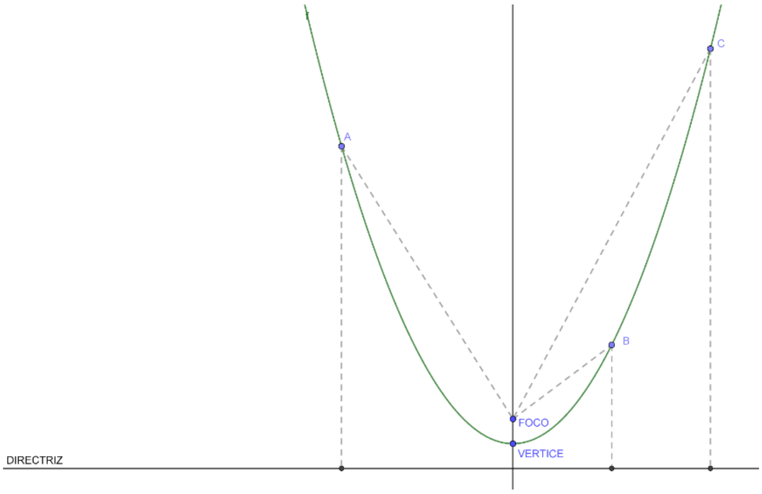
$$s_f = 0 + 0 + \frac{1}{2} \cdot 0{,}5 \cdot (5 - 0)^2$$

$$s_f = \frac{1}{2} \cdot 0{,}5 \cdot (5)^2 = 6{,}25\ m$$

4.4. Cada segmento de la imagen inferior se divide en el mismo número de partes iguales y se numeran en sentido opuesto en cada lado. Une los puntos con la misma numeración para obtener el contorno de una parábola.



4.5. En el contorno de la parábola de la siguiente imagen aparecen señalados tres puntos: A, B y C. Estos puntos están unidos por un segmento al Foco. Además, los tres puntos están unidos a la recta directriz por segmentos perpendiculares a dicha recta. ¿Cómo son las longitudes de estos segmentos medidos desde un mismo punto? ¿Cómo es la distancia del Vértice al Foco y del vértice a la recta directriz? Usa una regla para medir. ¿Se te ocurre una frase para definir una parábola donde aparezcan las palabras "Foco", "recta directriz" y "distancia"?



La distancia del punto A al Foco es la misma que la distancia del punto A a la recta directriz.

La distancia del punto B al Foco es la misma que la distancia del punto B a la recta directriz.

La distancia del punto C al Foco es la misma que la distancia del punto C a la recta directriz.

La distancia del punto Vértice al Foco es la misma que la distancia del punto Vértice a la recta directriz.

Por lo tanto, cualquier punto de la parábola cumple que su distancia al Foco es la misma que la distancia a la recta mediatriz. De esta forma, podemos **definir una parábola como los puntos del plano cuya distancia a un punto fijo llamado Foco sea la misma que la distancia a una recta llamada recta directriz**.

4.6. Una canica se lanza por el suelo con una velocidad inicial de $v_0 = 4\,m/s$. El rozamiento del suelo va frenando a la canica con una aceleración de $a = -0,5\,m/s^2$. ¿Cuánto tiempo transcurre hasta que la canica se frena por completo? ¿Qué distancia recorre la canica hasta que se frena?

$$a = \frac{v_f - v_0}{t_f - t_0}$$

La velocidad final será 0 m/s, ya que la canica se frena por completo (termina con velocidad nula). Asumimos también como o s el tiempo inicial

$$-0{,}5\,m/s^2 = \frac{0\,m/s - 4\,m/s}{t_f - 0\,s}$$

$$t_f = \frac{-\,4\,m/s}{-0{,}5\,m/s^2} = 8\,s$$

En la ecuación de la distancia recorrida, asumimos aceleración de frenado (signo negativo)

$$s_f = s_0 + v_0 \cdot (t_f - t_0) + \frac{1}{2} \cdot a \cdot (t_f - t_0)^2$$

$$s_f = 0\,m + 4\,m/s \cdot (8\,s - 0\,s) + \frac{1}{2} \cdot (-0{,}5\,m/s^2) \cdot (8\,s - 0\,s)^2$$

$$s_f = 32\,m - 16\,m = 16\,m$$

4.7. Una pelota rueda, partiendo del reposo, por un plano inclinado debido a la fuerza gravitatoria. Recorre 3 metros en 0,12 minutos. Calcula la aceleración de caída y el tiempo que tarda en recorrer 6 metros.

Pasamos el tiempo a segundos.

$$0{,}12\,min \times 60 = 7{,}2\,s$$

La pelota parte del reposo, por lo tanto:

$$t_0 = 0s$$

$$s_0 = 0m$$

$$v_0 = 0m/s$$

Tenemos el dato de la distancia recorrida y del tiempo final:

$$s_f = 3m$$

$$t_f = 7{,}2\ s$$

Por lo tanto:

$$s_f = s_0 + v_0(t_f - t_0) + \frac{1}{2} \cdot a \cdot (t_f - t_0)^2$$

$$3 = 0 + 0 + \frac{1}{2} \cdot a \cdot (7{,}2 - 0)^2$$

$$3 = a \cdot (7{,}2)^2$$

$$3 = a \cdot 51{,}84$$

$$\frac{3}{51{,}84} = a$$

$$a = 0{,}05787\ m/s^2$$

4.8. Una piedra cae verticalmente en caída libre desde lo alto de un acantilado y tarda 10 s en llegar al mar. Si la aceleración de la gravedad es de 9,8 m/s², ¿cuál es la altura del acantilado desde el nivel del mar? Asumimos la hipótesis de rozamiento nulo con el aire.

$$s_f = s_0 + v_0(t_f - t_0) + \frac{1}{2} \cdot a \cdot (t_f - t_0)^2$$

Asumimos que partimos del reposo (velocidad inicial 0 m/s), que el tiempo inicial es 0 segundos y que la posición inicial es 0 metros.

$$s_f = 0 + 0 + \frac{1}{2} \cdot 9{,}8 \cdot (10 - 0)^2$$

$$s_f = 0 + 0 + \frac{1}{2} \cdot 9{,}8 \cdot 100$$

$$s_f = 490\ m$$

4.9. Lanzamos verticalmente desde el suelo, hacia arriba, una pelota con una velocidad de salida de 15 m/s. ¿Cuánto tiempo tarda en frenarse debido a la aceleración gravitatoria terrestre? ¿Qué altura máxima alcanza? ¿Cuánto tiempo crees que tardará la pelota en llegar desde el punto de máxima altura hasta el suelo? Durante el movimiento de bajada, ¿consideramos la aceleración gravitatoria como positiva o como negativa? Asumimos la hipótesis de rozamiento nulo con el aire.

4.10. Un objeto se lanza verticalmente, hacia arriba, con una velocidad inicial de 10 m/s. Se encuentra en la superficie de un satélite natural cuya aceleración gravitatoria es de 4 m/s². ¿Cuánto tiempo tarda el objeto en alcanzar una altura de 8 metros sobre la superficie del satélite? ¿Tiene el ejercicio una solución única? Suponemos que no hay rozamiento con la atmósfera del satélite.

4.11. Completa la siguiente tabla de valores con la información de la web https://www.nationalgeographic.com.es/ciencia/asi-son-8-planetas-sistema-solar_18432 .

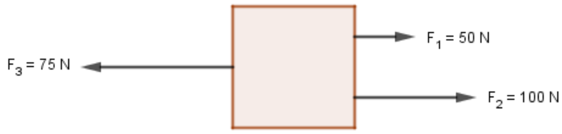
Planeta	Masa (kg)	Radio (m)	Aceleración gravitatoria en la superficie (m/s²)
Mercurio			
Venus			
Tierra			
Marte			
Júpiter			
Saturno			
Urano			
Neptuno			

¿Cómo es posible que Saturno, que posee una masa muchísimo mayor que la Tierra, tenga en su superficie una aceleración gravitatoria tan parecida a la de la Tierra?

Ejercicios esenciales del Tema 5: Leyes de Newton. Ejemplos de Fuerza

5.1. Un coche de 1.000 kg acelera a razón de 2,5 m/s². Suponiendo que podemos despreciar la fuerza de rozamiento del suelo, ¿qué fuerza aplica el motor para que el vehículo pueda avanzar con esa aceleración?

5.2. Sobre un objeto en reposo comienzan a actuar fuerzas en la misma dirección y diferente sentido, tal y como muestra la imagen de la derecha. Obtener la fuerza final resultante. Si el objeto tiene 10 kg de masa, obtener la aceleración del movimiento.



5.3. En la Tierra, la aceleración gravitatoria es de 9,8 m/s^2. Y en la Luna, la aceleración gravitatoria es de 1,6 m/s^2. Calcula la fuerza Peso de un objeto de 60 kg situado en la superficie de la Tierra y situado en la superficie de la Luna.

5.4. La masa de la Tierra es $5{,}97 \times 10^{24}\ kg$, la masa de la Luna es $7{,}35 \times 10^{22}\ kg$, y la distancia que separa sus centros de gravedad es $384.400\ km$. Obtener la fuerza gravitatoria con que se atraen mutuamente la Tierra y la Luna.

5.5. Sabemos que la masa de Marte es $6{,}39 \cdot 10^{26} g$ y su radio $3.389{,}5\ km$. Utiliza la expresión matemática $G \cdot \frac{M}{d^2}$ para obtener la aceleración gravitatoria en Marte. Siendo G la constante de gravitación universal.

5.6. Obtener los cortes de las siguientes parábolas con el eje horizontal de un sistema de referencia cartesiano:

a) $y = x^2 - 4x$ b) $y = x^2 - 36$

5.7. Obtener las soluciones de las siguientes ecuaciones de segundo grado:

a) $x^2 - 6x + 5 = 0$ b) $2\,x^2 - 3x + 1 = 0$

5.8. Imagina un vehículo que, con sus ocupantes dentro, pesa alrededor de 1.300 kg. Viaja a 120 km/h y, en un momento dado, el conductor debe realizar una frenada de emergencia por un obstáculo que ha surgido en la carretera. Desde que acciona el freno hasta que el coche se detiene, el vehículo avanza 90 metros. Suponiendo que la aceleración de frenado ha sido constante, ¿cuánto tiempo ha tardado el vehículo en detenerse?, ¿cuál ha sido su aceleración de frenado y cuál ha sido la fuerza que los frenos han aplicado sobre el vehículo?

5.9. En la siguiente animación de Geogebra puedes ver, durante 10 segundos, la evolución de la posición y de la velocidad en un MRUA, donde puedes manipular el valor de la aceleración: https://www.geogebra.org/m/gjswje4t . La animación también permite visualizar la gráfica de la velocidad respecto al tiempo. Los deslizadores posibilitan cambiar el valor de la aceleración y el valor de la posición inicial. Verás como el objeto va ganando velocidad con el paso del tiempo. ¿Por qué la gráfica de la velocidad respecto del tiempo no tiene forma de parábola? ¿Por qué aparece una línea recta?

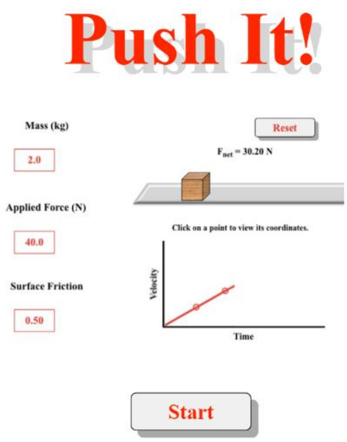
5.10. Hemos estudiado que la fuerza de rozamiento viene dada por la expresión:

$$F_{Rozamiento} = \text{masa} \times \text{g} \times \text{coeficienteRozamiento} \times \text{ángulo}$$

Si la superficie es horizontal, el factor que depende del ángulo vale 1, por lo que la fórmula queda simplificada a:

$$F_{Rozamiento} = \text{masa} \times \text{g} \times \text{coeficienteRozamento}$$

La siguiente animación web permite practicar con la fuerza de rozamiento en movimientos horizontales, variando tanto el valor de la fuerza que se aplica, como la masa del objeto que se desplaza como el coeficiente de rozamiento:



https://www.physicsclassroom.com/Physics-Interactives/Newtons-Laws/Force/Force-Interactive

Elige una masa de 1 kg, aplica una fuerza de 10 N y selecciona un coeficiente de rozamiento igual a 0.2. Pulsa el botón de PLAY y anota el valor de la fuerza resultante que aparece en pantalla. Justifica ese valor a partir de la fórmula de la fuerza de rozamiento que hemos indicado anteriormente.

5.11. Aterrizar es un verbo aplicado a una nave que se posa sobre la Tierra. Si lo hace sobre la Luna, se dice alunizaje. Si es sobre Marte, amartizaje. Si la gravedad es pequeña y los motores de la nave aplican un gran impulso, la nave puede salir despedida hacia el espacio exterior. Si la gravedad es grande, es necesario utilizar los motores de manera adecuada para reducir la velocidad de impacto sobre la superficie. El siguiente juego online de la Agencia Espacial Europea te permite probar bajo diferentes situaciones. Verás que no es sencillo situar la nave en el punto correcto de la superficie.

https://www.esa.int/kids/es/Juegos/Explorador_del_Sistema_Solar

Ejercicios esenciales del Tema 6: Energía mecánica

6.1. Calcula la energía potencial gravitatoria de un cuerpo de 30 kg que se encuentra a una altura de 20 m.

6.2. Determinar el valor de la velocidad que lleva un cuerpo de 3 kg si su energía cinética es de 600 J.

6.3. Calcula la energía mecánica que tiene un coche de 1500 kg de masa que circula a 108 km/h por un puente a 20m sobre el suelo. Obtener los valores tomando el suelo como nivel de referencia de la altura.

6.4. Se lanza desde el suelo, verticalmente hacia arriba, un objeto de masa 10 kg con una velocidad inicial de 30 m/s. Calcula la energía mecánica inicial y la altura máxima que alcanza el objeto. Asumimos ausencia de rozamiento.

6.5. Se deja caer un objeto de masa 5 kg desde una altura de 20 m. Calcula la energía mecánica inicial y la velocidad del objeto al llegar al suelo. Asumimos ausencia de rozamiento.

6.6. ¿Con qué energía cinética llega un objeto de 4.000 g que dejamos caer desde una altura de 0.1 hm? ¿Qué velocidad posee en ese instante? Asumimos ausencia de rozamiento.

6.7. Lanzo un balón de 300 g verticalmente hacia arriba con una velocidad de 6 m/s. ¿Qué altura máxima alcanzará? ¿Qué velocidad llevará a 1 m del suelo? ¿Será la misma velocidad a 1 m del suelo cuando está subiendo que cuando está bajando? Asumimos que la energía mecánica se conserva.

6.8. Un vehículo viaja con una energía cinética de 500.000 J cuando su velocidad es de 25 m/s. Calcula la masa del vehículo.

Ejercicios esenciales del Tema 7: Ondas: Sonido y Luz

7.1. Si me encuentro a 1,2 km de una cantera, donde utilizan explosivos, ¿cuánto tiempo tardará el sonido de las explosiones a llegar a mí, suponiendo una velocidad de propagación de 340 m/s?

7.2. ¿Cuánto tiempo tarda el sonido en recorrer 100 metros en acero? La velocidad del sonido en el acero es $20{,}16 \cdot 10^6\ m/h$.

7.3. Un montañista se encuentra a 75 metros de una pared. Dice "Hola" y escucha su eco. ¿Cuánto tiempo tarda en escuchar el eco, asumiendo una velocidad del sonido de 340 m/s?

7.4. La luz roja, en el vacío, presenta una longitud de onda de 700 nm. ¿Cuánto vale la frecuencia de esa luz roja?

7.5. ¿Cuánto vale el índice de refracción de un material transparente donde la luz viaja a una velocidad de 250.000 km/s?

7.6. El siguiente vídeo documental, creado por alumnos del colegio en 2017, explica el montaje de una cámara oscura:

https://www.youtube.com/watch?v=IaiRaqlXfkI (hasta minuto 2:15)

Responde a las siguientes cuestiones, tras ver el vídeo y tras atender a la explicación del profesor:

a) ¿Para qué se utiliza una lente convergente?

b) ¿Qué es la dioptría de una lente y en qué unidades se mide?

c) ¿Por qué la imagen que genera la cámara oscura es invertida?

d) ¿Cómo afecta el diámetro de apertura de la cámara oscura a la nitidez de la imagen?

Ejercicios esenciales del Tema 8: Composición atómica de la materia

8.1. Disponemos de un material en forma de cilindro cuyo diámetro mide 1,2 dm y cuya altura es de 150,3 milímetros. La masa del objeto es 0,0931 kilogramos. Calcula su densidad en g/ml y en kg/m^3.

8.2. Contamos con un objeto sólido irregular, de masa $52{,}3 \pm 0{,}1$ gramos. Llenamos con agua un vaso calibrado hasta un nivel de 50 mL. Introducimos el sólido, y el nivel de agua sube hasta los 68 mL. ¿Cuál es la densidad del objeto? Expresa el resultado final en g/ml y en kg/m^3.

8.3. La madera de paulownia es utilizada para fabricar tablas de surf. Su densidad es de $270\ kg/m^3$. ¿Qué volumen tendrá la tabla si pesa 5,6 kg? ¿Por qué esta madera flota sobre el agua y no se hunde?

8.4. Dibuja en un folio A3 una tabla periódica con todas sus filas, con todas sus columnas y con los 118 elementos. En cada elemento debe aparecer, en color negro, su nombre, su símbolo y su número atómico. Usa como referencia la web https://ptable.com y mantén (aproximadamente) la misma tonalidad de fondo que aparece en esa web para las celdas de cada elemento.

8.5. Tenemos hielo a $-7{,}0 \pm 0{,}1\ °C$. Aplicamos calor y al cabo de 20 segundos aparece la fusión, a una temperatura de $-0{,}5 \pm 0{,}1\ °C$. El cambio de estado dura 30 segundos. El agua líquida aumenta su temperatura gradualmente, alcanzado la ebullición a los 2 minutos de haber comenzado las medidas. Realiza una gráfica de la evolución de la temperatura con el tiempo. Indicando en el eje horizontal el tiempo y en el eje vertical la temperatura del agua. Usa una escala adecuada para que los puntos se puedan visualizar bien. Desde el instante que termina la fusión hasta el instante que comienza la ebullición, ¿cuál ha sido el valor medio del incremento de temperatura entre el incremento de tiempo?

8.6. El siguiente vídeo, creado por alumnos del colegio en 2019, muestra la variación de la temperatura de ebullición del agua con la altura sobre el nivel del mar.

Los cambios de altura implican cambios en la presión atmosférica, y los cambios en la presión implican cambios en la temperatura de ebullición.

https://www.youtube.com/watch?v=scqEZOjtOlg

Toma nota de todas las medidas (altura, temperatura de ebullición) que aparecen en el vídeo. Y represéntalas en una gráfica donde el eje horizontal muestre la altura y el eje vertical la temperatura de ebullición. Usa una escala adecuada para que los puntos se puedan visualizar bien. ¿Es posible unir todos los puntos por una misma línea recta?

Ejercicios esenciales del Tema 9: Mezclas y disoluciones. Reacciones químicas

9.1. Calcula la concentración en masa, expresada en g/L, de una disolución de 250 mL con 5 g de NaCl (cloruro de sodio) en agua.

9.2. ¿Qué masa de soluto, en gramos, posee 0,75 L de disolución de concentración 12 g/L?

9.3. Formula los siguientes óxidos:

a) Óxido de calcio b) Óxido de disodio c) Trióxido de difósforo

9.4. Formula los siguientes haluros:

a) Difluoruro de oxígeno b) Dicloruro de pentaoxígeno c) Diyoduro de trioxígeno.

9.5. Nombra los siguientes haluros:

a) OI_2 b) OBr_2 c) O_7Cl_2

9.6. Formula los siguientes peróxidos:

a) Tetraóxido de platino b) Dióxido de manganeso c) Dióxido de dimercurio

9.7. Formula los siguientes hidruros progenitores:

a) Seluro de dihidrógeno b) Bismuro de trihidrógeno c) Siluro de tetrahidrógeno

9.8. Formula las siguientes sales volátiles:

a) Tritelururo de diboro b) Pentabromuro de yodo c) Pentacloruro de fósforo