Introducción a los sistemas de ecuaciones

CURSO	**TEMA**	**WWW.DANIPARTAL.NET**
1ºBach	4. Sistemas y Gauss	Colegio Marista "La Inmaculada" de Granada

INFORMACIÓN GENERAL

Notación matricial de un sistema de ecuaciones: matriz del sistema y matriz ampliada. Tipos de solución en sistemas de ecuaciones lineales.

Vídeo asociado:

https://www.youtube.com/watch?v=SVbZWEcVJAQ

NOTACIÓN MATRICIAL DE UN SISTEMA

Un conjunto de m ecuaciones lineales con n incógnitas cada una, forma un sistema de ecuaciones lineales $m \times n$.

$$\begin{pmatrix} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 + \ldots + a_{1n}x_n = c_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 + \ldots + a_{2n}x_n = c_2 \\ a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 + \ldots + a_{3n}x_n = c_3 \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + a_{m3}x_3 + \ldots + a_{mn}x_n = c_m \end{pmatrix}$$

El término a_{ij} es el coeficiente de la ecuación i que acompaña a la incógnita x_j. El número i de la ecuación se denomina **fila**, y el valor j de la incógnita x_j se denomina **columna**. Los términos c_i se conocen como términos independientes.

Para representar el **sistema en forma matricial** tomamos únicamente los coeficientes a_{ij} y los ordenamos en filas y columnas:

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \ldots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \ldots & a_{2n} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ a_{m1} & a_{m2} & \ldots & a_{mn} \end{pmatrix} \rightarrow \text{Forma matricial del sistema}$$

Si incluimos en la representación matricial del sistema la columna de términos independientes c_i tendremos su **matriz ampliada**:

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \ldots & a_{1n} & | \, c_1 \\ a_{21} & a_{22} & \ldots & a_{2n} & | \, c_2 \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ a_{m1} & a_{m2} & \ldots & a_{mn} & | \, c_m \end{pmatrix} \rightarrow \text{Matriz ampliada del sistema}$$

Ejemplo de sistema 2x2:

$$\begin{Bmatrix} 3x - 4y = 2 \\ 12x - 16y = 8 \end{Bmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 3 & -4 \, | \, 2 \\ 12 & -16 | \, 8 \end{pmatrix}$$

Ejemplo de sistema 3x3:

$$\left.\begin{cases} x+y+z=4 \\ -x+2y-z=0 \\ 2x-y+2z=0 \end{cases}\right\} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & | & 4 \\ -1 & 2 & -1 & | & 0 \\ 2 & -1 & 2 & | & 0 \end{pmatrix}$$

TIPOS DE SOLUCIÓN DE UN SISTEMA

Si el sistema posee solución, hablamos de **sistema compatible**. Si no posee solución, es un **sistema incompatible**.

Si existe solución y es única, tendremos **sistema compatible determinado (S.C.D.)**. Si existen infinitas soluciones posibles, según el valor de un parámetro, hablaremos de **sistema compatible indeterminado (S.C.I.)**.

¿Cómo detectar si el sistema es incompatible? Si al resolver aparece un absurdo matemático (por ejemplo, 0 igual a un número distinto de 0). O bien si, al resolver, una incógnita toma dos valores distintos para poder cumplir todas las ecuaciones del sistema.