0.1. Suma y Resta de Vectores

Comencemos recordando qué es un vector y sus componentes. Un vector en $\mathbb{R}^2$, en el espacio $\mathbb{R}^3$ o más generalmente en el espacio $\mathbb{R}^n$, es un segmento que tiene una orientación (segmento orientado) e inclinación, donde uno de los extremos finales del segmento es el origen y otro es el final del vector.

Además, si tenemos un punto $P = (x,y,z)$ en el plano, el vector posición será $\overrightarrow{OP} = (x,y,z)$, donde uno de los extremos es el origen y el otro extremo es el punto P.

Suma y Resta

Definamos cómo sumar y restar vectores del mismo espacio. Sean $u = (u_1,u_2,u_3)$ y $v = (v_1,v_2,v_3)$ dos

vectores de $\mathbb{R}^3$. Esto se extiende a cualquier espacio en general $\mathbb{R}^n$

- Suma: Debemos sumar las componentes correspondientes de cada vector, es decir,

  $u+v = (u_1,u_2,u_3)+(v_1,v_2,v_3)=(u_1+v_1,u_2+v_2,u_3+v_3)$.

- Resto o diferencia: Debemos restar las componentes correspondientes de cada vector, es decir,

  $u-v = u+(-v) = (u_1,u_2,u_3)-(v_1,v_2,v_3) = (u_1-v_1,u_2-v_2,u_3-v_3)$

La suma y la resta de vectores dan como resultado un nuevo vector del mismo espacio. Veamos un ejemplo.

Ejemplo 0.1

Sean $v = (2,3)$ y $u = (-1,4)$ dos vectores de $\mathbb{R}^2$. Realizar la suma y resta de los vectores.

Solución

Suma: $v+u = (2,3)+(-1,4) = (2+(-1),3+4) = (2-1,7) = (1,7)$

Resta: $v-u = (2,3)-(-1,4) = (2-(-1),3-4) = (2+1,-1) = (3,-1)$

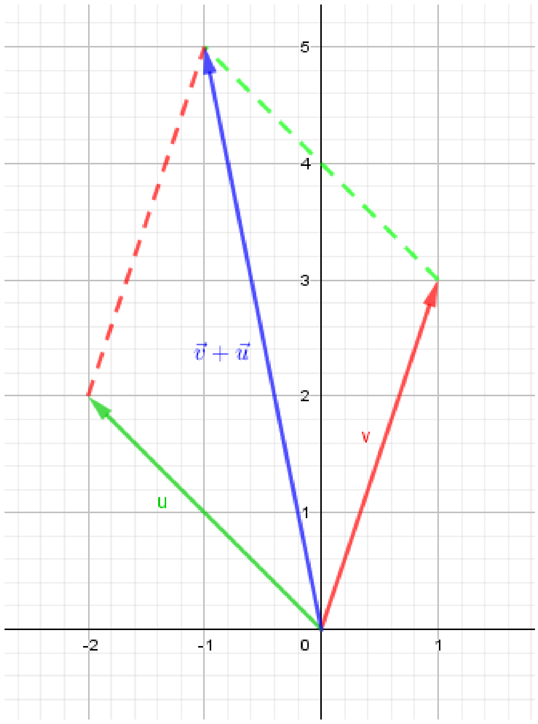
Interpretación gráfica

Podríamos ahora preguntarnos qué sucede gráficamente cuando sumamos o restamos vectores. Para esto, debemos aclarar cómo graficar vectores en el espacio. Sea $v = (x,y)$ un vector de $\mathbb{R}^2$. Recordemos que el vector tendrá como punto inicial el origen y como punto final a (x,y), entonces para marcarlo en el gráfico debemos marcar el punto (x,y) y luego unirlo con el origen. Luego, como a los vectores se lo representan con 'flechas', en el punto final hacemos la flecha.

Ahora estamos en condiciones de preguntarnos, ¿qué obtenemos geométricamente al sumar o restar vectores?

Supongamos que estamos sumando y restando dos vectores. Si graficáramos los vectores que queremos operar ambos compartirían como punto inicial al origen. Luego, consideremos dos casos:

Suma: Se grafican ambos vectores y luego se trazan rectas paralelas a estos vectores obteniéndose un paralelogramo cuya diagonal es vector resultado de realizar la suma de los vectores. Esta diagonal comienza desde el origen.



En la imagen los vectores son $v = (1,3)$ y $u = (-2,2)$, luego $v+u = (-1,5)$

Resta: Se grafican ambos vectores y luego se trazan rectas paralelas a estos vectores obteniéndose un paralelogramo cuya otra diagonal diagonal es vector resultado de realizar la suma de los vectores. Esta diagonal une los extremos de los vectores.