

Selbsttest: Komplexe Polarform und Exponentialfunktion

Die Drehung um einen beliebigen Punkt

Jannis Zeller

Aufgabe 1 (AFB I) (3+1 Pkt.)

- Geben Sie die allgemeine Form einer komplexen Zahl in Polarform an. Nennen Sie zudem die Gleichungen zum Umrechnen zwischen Real- / Imaginärteil und Winkel / Radius.
- Geben Sie die allgemeine Form einer komplexen Zahl in Exponentialform an.

Aufgabe 2 (AFB II) (2+2+2+2 Pkt.)

Gegeben sei die Funktion:

$$D : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}, w \mapsto b + z \cdot (w - b),$$

wobei $b \in \mathbb{C}$ beliebig aber fest ist und $z \in \mathbb{C}$ mit $|z| = 1$ und $\arg(z) = \varphi$.

- Berechnen Sie die Polar- und Exponentialform von z , soweit die vorhandenen Informationen es zulassen.
- Berechnen Sie Real- und Imaginärteil von z für $\varphi = \frac{\pi}{4}$ ($\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{4}, \pi$).
- Für diese Teilaufgabe wählen wir $b = 0$. Berechnen Sie den Real- und Imaginärteil, den z haben müsste, damit D eine Rotation von w um den Winkel $\pi/5$ um den Ursprung bewirkt?
- Berechnen Sie $D(2e^{1+i\pi})$ für $b = e^{1+i\pi}$ und $z = e^{-i\pi}$.

Aufgabe 3 (AFB III) (4 Pkt.)

Zeigen / begründen Sie, dass die Funktion D aus Aufgabe 2 eine Drehung des Punktes w um den Winkel $\arg(z) = \varphi$ mit Drehmittelpunkt b bewirkt.

Hinweis: Sie können die folgende Skizze nutzen:

