Sintesi punti stazionari

I punti di massimo e di minimo relativo, di una funzione derivabile, si ricercano nei punti in cui in cui si annulla la sua derivata prima, cioè $f'(x) = 0$ è condizione necessaria per l'esistenza dei punti di massimo o di minimo relativo in un punto interno all'intervallo.

Infatti nei punti estremanti, massimi e minimi, relativi la tangente è parallela all'asse x quindi se x_0 è un punto estremante risulta $f'(x_0) = 0$.
N**on è vero il viceversa**, cioè se $f'(x_0) = 0$ non è detto che in x_0 ci sia un punto di max o di min relativo.

Ricerca dei punti di massimo, minimo relativi e flessi orizzontali mediante il segno della derivata

1) Calcolare la derivata prima $f'(x)$ della funzione (e vedere se esiste in tutto il C.E. della funzione data per individuare la presenza di eventuali punti critici)

2) Determinare gli zeri della derivata prima: $f'(x)=0$

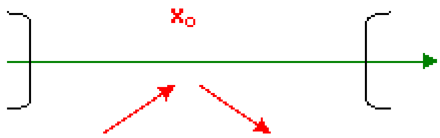
Così facendo si determinano i punti stazionari; in caso non esista alcun zero allora la funzione non ha alcun punto di max, min relativi e flesso orizzontale

3) Studiare il segno della derivata prima: $f'(x)>0$, così facendo determiniamo gli intervalli in cui la funzione è crescente e, quindi, nei restanti intervalli risulterà decrescente

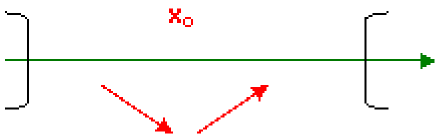
4) Riportare in un schema riassuntivo tutte le informazioni trovate e rilevare gli eventuali punti di massimo o minimo relativo o flesso orizzontale, ricordando che:

- **x_0 è un punto di massimo relativo** se la funzione è crescente nell'intorno sinistro di x_0 e decrescente nell'intorno destro di x_0)
- **x_0 è un punto di minimo relativo** se la funzione è decrescente ($f'(x)<0$) nell'intorno sinistro di x_0 e crescente($f'(x)>0$) nell'intorno destro di x_0
- **x_0 è un punto di flesso a tangente orizzontale** se la funzione risulta crescente sia a destra che a sinistra dell'intorno del punto, per cui si ha un flesso ascendente; oppure se la funzione risulta decrescente sia a destra che a sinistra nell'intorno del punto in tale intorno pertanto il flesso è discendente)

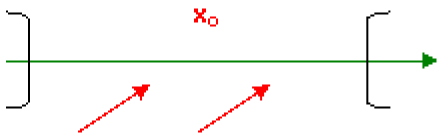
Schema riassuntivo:



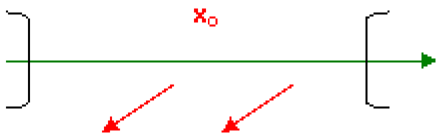
Max rel



Min rel



flesso
ascen



flesso
discen

Metodo delle derivate successive

Se la derivata prima in un punto vale zero basta calcolarvi la derivata seconda:

- se la derivata seconda è positiva in quel punto c'è un minimo
- se la derivata seconda è negativa in quel punto c'è un massimo
- se la derivata seconda è nulla occorre calcolare la derivata terza
    - se la derivata terza è positiva in quel punto c'è un flesso ascendente
    - se la derivata terza è negativa in quel punto c'è un flesso discendente
    - se la derivata terza è nulla occorre calcolare la derivata quarta
        - se la derivata quarta è positiva in quel punto c'è un minimo
        - se la derivata quarta è negativa in quel punto c'è un massimo
        - se la derivata quarta è nulla occorre calcolare la derivata quinta
            - eccetera eccetera

attenzione per flesso si intende “flesso orizzontale”

In sintesi:

- Se la prima derivata diversa da zero è di ordine pari ed è positiva avremo un minimo, se è negativa un massimo
- Se la prima derivata diversa da zero è di ordine dispari ed è positiva avremo un flesso ascendente, se è negativa un flesso discendente.