DERIVADAS

¿Qué es una derivada?

La derivada es el resultado de un límite y representa la pendiente de la recta tangente a la gráfica de la función en un punto. Podría, pues, no existir tal límite y ser la función no derivable en ese punto. La derivada de una función, se puede interpretar geométricamente como la pendiente de la curva de la función matemática f(x) trazada en función de x.

Reglas de la derivada

Para encontrar la derivada de una función se utiliza la Regla General para la Derivación que consta de cuatro pasos: ... - Se sustituye en la función "X" por (X + ΔX), y "Y" por (Y + ΔY). Segundo paso. - Se resta a la nueva función el valor de la función original, obteniendo únicamente Δy (incremento de la función).

- La derivada de una constante

Según lo que hemos descubierto anteriormente la derivada de una constante es cero. Veamos un ejemplo.

f(x) = 7

f '(x) = 0

- La derivada de una potencia entera positiva

Como ya sabemos, la derivada de xn es n xn-1, entonces:

f(x)= x5

f '(x)= 5x4

Pero que sucede con funciones como f(x) = 7x5, aún no podemos derivar la función porque no sabemos cuál es la regla para derivar ese tipo de expresiones.

- La derivada de una constante por una función.

Para derivar una constante por una función, es decir cf(x), su derivada es la constante por la derivada de la función, o cf'(x), por ejemplo:>

f(x)= 3x5

f '(x)= 3(5x4) = 15x4

- La derivada de una suma

Tampoco podemos diferenciar (o derivar) una suma de funciones. La regla para la derivada de una suma es (f+g)'=f'+g', es decir, la derivada de una suma de funciones es la suma de las derivadas de cada uno de los términos por separado. Entonces:

f(x)= 2x3 + x

f '(x)= 6x2 + 1

- La derivada de un producto

La regla para la derivada de un producto es (fg)'= fg'+f'g. Esto se interpreta como "la derivada de un producto de dos funciones es la primera, por la derivada de la segunda, más la segunda por la derivada de la primera".

f(x)= (4x + 1)(10x2 - 5)

f '(x)= 20x(4x + 1) + 4(10x2 - 5)

- La derivada de un cociente

Ahora daremos la regla para la derivada de un cociente.

$$\left[\frac{f}{g}\right]' = \frac{f'g - fg'}{g^2}$$

la derivada de un cociente de dos funciones es (la segunda, por la derivada de la primera, menos la primera por la derivada de la segunda) entre la segunda al cuadrado.

$$f(x) = \frac{4x + 1}{10x^2 - 5}$$

$$f'(x) = \frac{4(10x^2 - 5) - 20x(4x + 1)}{(10x^2 - 5)^2}$$

La regla de la cadena

Las reglas de derivación que hemos definido hasta ahora no permiten encontrar la derivada de una función compuesta como (3x + 5)4, a menos que desarrollemos el binomio y luego se apliquen las reglas ya conocidas. Ejemplo:

$$f(x) = (3x+5)^2 = 9x^2 + 30x + 25$$
$$f'(x) = 18x + 30 = 6(3x+5)$$

$$f(x) = (3x+5)^3 = 27x^3 + 135x^2 + 225x + 125$$
$$f'(x) = 81x^2 + 270x + 225 = 9(3x+5)^2$$

$$f(x) = (3x+5)^4 = 81x^4 + 540x^3 + 1350x^2 + 1500x + 625$$
$$f'(x) = 324x^3 + 1620x^2 + 2700x + 1500 = 12(3x+5)^3$$

$$f(x) = (3x+5)^5$$
$$= 243x^5 + 2025x^4 + 6750x^3 + 11250x^2 + 9375x + 3125$$
$$f'(x) = 1215x^4 + 8100x^3 + 20250x^2 + 22500x + 9375$$
$$= 15(3x+5)^4$$

En resúmen:

Tabla de derivadas o reglas de derivación

Las letras u, v y w representan funciones de x, $y = u(x)$, $y = v(x)$, $y = w(x)$

	Función	Derivada	Ejemplos	
Potenciales	$y = k$	$y' = 0$	$y = 5$	$y' = 0$
	$y = x$	$y' = 1$	$y = x$	$y' = 1$
	$y = x^n$	$y' = nx^{n-1}$	$y = x^3$	$y' = 3x^2$
	$y = u^n$	$y' = nu'u^{n-1}$	$y = (5x-1)^4$	$y' = 20(5x-1)^3$
Exponenciales	$y = e^x$	$y' = e^x$	$y = e^x$	$y' = e^x$
	$y = e^u$	$y' = u'e^u$	$y = e^{2x+3}$	$y' = 2e^{2x+3}$
Logarítmicas	$y = \ln u$	$y' = \frac{u'}{u}$	$y = \ln(5x+3)$	$y' = \frac{5}{5x+3}$
Operaciones	$y = ku$	$y' = ku'$	$y = 5x^3$	$y' = 15x^2$
	$y = u + v - w$	$y' = u' + v' - w'$	$y = x^3 + 5x^2 - 7x$	$y' = 3x^2 + 10x - 7$
	$y = uv$	$y' = u'v + uv'$	$y = x^2e^{3x}$	$y' = 2xe^{3x} + 3x^2e^{3x}$
	$y = \frac{u}{v}$	$y = \frac{u'v - uv'}{v^2}$	$y = \frac{e^{5x}}{x}$	$y' = \frac{5xe^{5x} - e^{5x}}{x^2}$