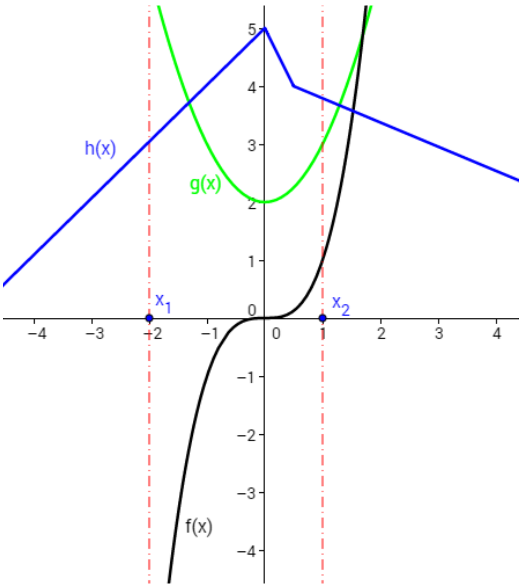
Teoría – Tema 5

CCSS - Teoría - 2 - Concepto intuitivo de continuidad

Continuidad de funciones. Interpretación gráfica

Una función es continua en un intervalo cerrado $[x_1, x_2]$ si puedo **dibujar su gráfica sin levantar la mano del pápel**.

Las tres gráficas $f(x)$, $g(x)$ *y* $h(x)$ *son continuas en* $[x_1, x_2]$



Analicemos las propiedades principales de las tres gráficas de la imagen superior.

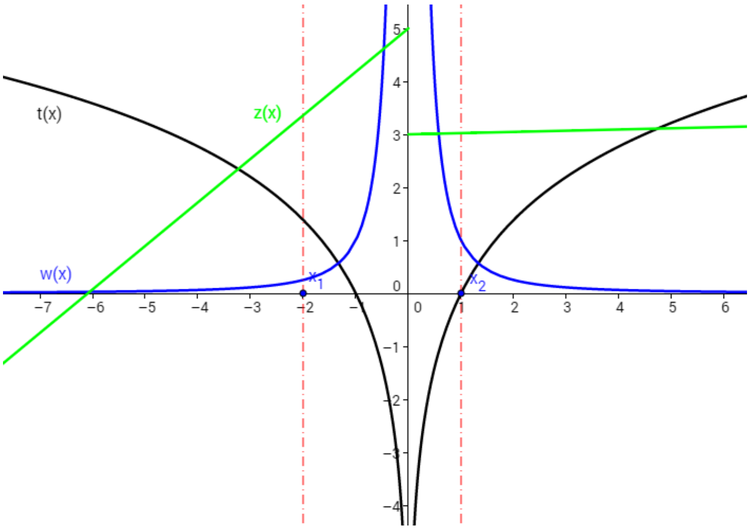
- $f(x)$ es estrictamente creciente en $[x_1, x_2]$. Por lo tanto, en el intervalo cerrado $[x_1, x_2]$ su mínimo absoluto será en el punto $(x_1, f(x_1))$ y su máximo absoluto en $(x_2, f(x_2))$. Corta a los ejes coordenadas en el origen $(0,0)$.
- $g(x)$ es estrictamente decreciente en $[x_1, 0]$ y estrictamente creciente en $[0, x_2]$. Posee un mínimo absoluto en el punto $(0, 2)$, que también es el punto de corte con el eje OY . No corta al eje horizontal OX .
- $h(x)$ es estrictamente creciente en $[x_1, 0]$ y estrictamente decreciente en $[0, x_2]$. Posee un máximo absoluto será en el punto $(0, 5)$, que también es el punto de corte con el eje OY . Corta al eje horizontal OX en dos puntos fuera del intervalo cerrado $[x_1, x_2]$.

Mientras las curvas $f(x)$ y $g(x)$ son de trazo suave, la curva $h(x)$ presenta picos. Pero las tres son continuas en el intervalo $[x_1, x_2]$.

Discontinuidad de funciones. Interpretación gráfica

Una función es discontinua en un intervalo cerrado $[x_1, x_2]$ si al **dibujar su gráfica debo levantar la mano del pápel**.

$$Las\ \ tres\ \ gráficas\ \ t(x),\ \ z(x)\ \ y\ \ w(x)\ \ son\ \ discontinuas\ \ en\ \ [x_1, x_2]$$



Analicemos las propiedades principales de las tres gráficas de la imagen superior.

- $f(x)$ es estrictamente decreciente en [x_1 , 0). Fíjate que el extremo 0 del intervalo está abierto, ya que la función nunca llega a tocar al punto $x=0$ por existir una asíntota vertical. $f(x)$ es estrictamente creciente en (0 , x_1]. Corta al eje de abscisas OX en dos puntos dentro del intervalo cerrado $[x_1, x_2]$.
- $z(x)$ es creciente en el intervalo $[x_1, x_2]$. Fíjate que no decimos “estrictamente creciente”, ya que hay un tramo donde la función se mantiene horizontal. En $x=0$ hay un salto, ya que la gráfica pasa del valor $f(x)=5$ al valor $f(x)=3$. Al ser una diferencia finita ($5-3=2$), diremos que hay una discontinuidad de salto finito. Muy importante: la función $z(x)$ no puede tomar dos valores en $x=0$. Veremos que tendremos que definirla para que cada punto de la variable x tenga como máximo un único valor asociado $f(x)$.
- $w(x)$ es estrictamente creciente en [x_1 , 0) y estrictamente creciente en el intervalo definido por (0 , x_1]. Existe una asíntota vertical en $x=0$ y una asíntota horizontal en $y=0$. No corta a los ejes coordenados.