VARIABLE ALEATORIA CONTINUA.

Una v. a. u. X (*variable aleatoria unidimensional*) decimos que es CONTINUA cuando su función de distribución es de la forma:

$$F_X(x) = P_X((-\infty, x]) = P\left(X^{-1}((-\infty, x])\right) = \int_{-\infty}^{x} f_X(t).dt$$

Siendo:

$f_X : X(\Omega) \subset \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ una función real "*función de DENSIDAD*", que cumple:

a) $f_X(x) \geq 0, \quad x \in \mathbb{R}$

b) f_X admite un número finito de discontinuidades en cada intervalo. Es decir es integrable de Riemman

c) $\int_{-\infty}^{+\infty} f_X(t).dt = 1$

El conjunto $C_X = \{x \in \mathbb{R} : f_X(x) > 0\}$ de puntos de discontinuidades se denomina CONJUNTO SOPORTE de la v. a.

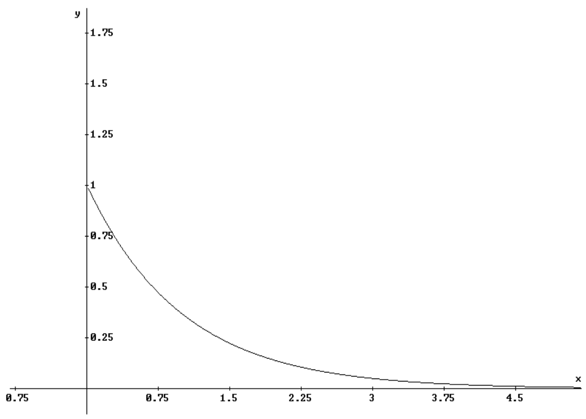
☞ *Esta definición se puede generalizar a v. a. continuas multidimensional, mediante la utilización de integral de Riemman multidimensional.*

Ejemplo.- Sea la función f = f(x) definida por

$$f(x) = 0 \cdot I_{\{(-\infty,0)\}}(x) + e^{-x} \cdot I_{\{[0,+\infty]\}}(x)$$

Claramente se verifica la Positividad, por ser f una función positiva o nula. Además, también se cumple la normalización, ya que:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x).dx = \int_{0}^{+\infty} e^{-x}.dx = 1 - e^{-x}\Big|_0^{+\infty} = 1.$$



Así por ejemplo $P_X([1,2]) = \int_{[1,2]} f(x).dx = \int_1^2 f(x).dx = e^{-x}\Big|_1^2 = e^{-1} - e^{-2}$

☞ *Teniendo en cuenta la definición de v. a. continua, si X es una v. a. unidimensional continua con función de densidad* f_X *y con función de distribución* F_X*, entonces, se cumple:*

1.- $\boldsymbol{F_X}$ *es una función continua.*

2.- Si f_X *es continua en x,* F_X *es derivable en ese punto y*

$$F_X^{'} = \frac{dF_X}{dx} = f_X$$

3.- $C_X = \left\{x \in \mathbb{R} : f_X(x) > 0\right\} \neq \varnothing$

4.- Para todo intervalo <a,b> ((a,b) ó [a,b) ó (a,b] ó [a,b] *) es*

$$P_X(\langle a,b\rangle) = \int_{\langle a,b\rangle} f_X(x).dx = \int_a^b f_X(x).dx$$

Para poder estudiar las características de las variables aleatorias continuas, convienen conocer su ESPERANZA MATEMÁTICA y los valores y comportamiento de sus PARÁMETROS CARACTERÍSTICOS.

Además, independientemente de que existan una infinidad de VARIABLES ALEATORIAS CONTINUAS, algunas de ellas se utilizan habitualmente en muchas ramas científicas.