1. Uneix cada expressió decimal amb la fracció equivalent:
Una estratègia vàlida pot ser convertir cada una de les fraccions de la segona columna a expressió decimal fent la divisió del numerador entre el denominador.

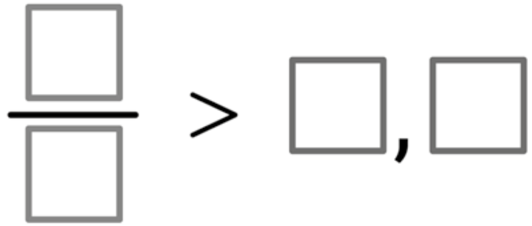
$1{,}2$	$\frac{4}{3}$
$1,\widehat{3}$	$\frac{9}{4}$
$2{,}05$	$\frac{6}{5}$
$2{,}25$	$\frac{20}{9}$
$2,\widehat{2}$	$\frac{41}{20}$

2. A partir de la primera igualtat de cada columna, dedueix les altres expressions decimals o fraccions:

$$\boxed{\frac{1}{3}=0,\widehat{3}} \xrightarrow{:2} \frac{2}{3}=0,\widehat{6} \xrightarrow{\cdot 10} \frac{20}{3}=6,\widehat{6}$$
$$\boxed{\frac{1}{3}=0,\widehat{3}} \xrightarrow{+1} \frac{4}{3}=1\frac{1}{3}=1,\widehat{3}$$

$$\boxed{0,\widehat{4}=\frac{4}{9}} \xrightarrow{:2} 0,\widehat{2}=\frac{2}{9} \xrightarrow{+2} 2,\widehat{2}=2+\frac{2}{9}=\frac{20}{9}$$
$$\boxed{0,\widehat{4}=\frac{4}{9}} \xrightarrow{+2} 2,\widehat{4}=2+\frac{4}{9}=\frac{22}{9}$$

3. Col·loca les targetes numèriques 1, 2, 3 i 5, sense repetir-ne cap, de manera que es compleixi la desigualtat:



Troba dues solucions diferents.
Com que el nombre més petit és l'1, l'expressió decimal ha de ser més gran que la unitat i, per tant, la fracció també. És a dir, el numerador de la fracció ha de ser més gran que el denominador. Per a cada una de les 6 fraccions diferents que podem fer, hi ha 2 expressions decimals. De les 12 combinacions, només 5 compleixen la desigualtat.

$\frac{5}{3}>1{,}2$	✓	$\frac{5}{3}>2{,}1$	✗
$\frac{5}{2}>1{,}3$	✓	$\frac{5}{2}>3{,}1$	✗
$\frac{5}{1}>2{,}3$	✓	$\frac{5}{1}>3{,}2$	✓
$\frac{3}{2}>1{,}5$	✗	$\frac{3}{2}>5{,}1$	✗
$\frac{3}{1}>2{,}5$	✓	$\frac{3}{1}>5{,}2$	✗
$\frac{2}{1}>3{,}5$	✗	$\frac{2}{1}>5{,}3$	✗

innovamat

1. Uneix cada expressió decimal amb la fracció equivalent:

Una estratègia vàlida pot ser convertir cada una de les fraccions de la segona columna a expressió decimal fent la divisió del numerador entre el denominador. Com que totes les expressions decimals de la primera columna tenen la mateixa part entera (5), per a les fraccions en notació mixta és més pràctic convertir només la part fraccionària per comparar.

$5,\overset{\frown}{2}$	$\frac{41}{8}$
$5{,}125$	$\frac{203}{4}$
$5{,}075$	$\frac{47}{9}$
$5{,}0\overset{\frown}{5}$	$5\,\frac{3}{40}$
$5,\overset{\frown}{5}$	$5\,\frac{1}{18}$

2. A partir de la primera igualtat de cada columna, dedueix les altres expressions decimals o fraccions:

$$0,\overset{\frown}{6} = \frac{2}{3}$$

$+2$

$$2,\overset{\frown}{6} = 2 + \frac{2}{3} = \frac{8}{3}$$

$:10$

$$0{,}2\overset{\frown}{6} = \frac{8}{3} : 10 = \frac{8}{30} = \frac{4}{15}$$

$+4$

$$4{,}2\overset{\frown}{6} = 4 + \frac{4}{15} = \frac{64}{15}$$

3. Col·loca targetes de l'1 al 6, amb possibilitat de repetir-les, de manera que es compleixi la igualtat:

$$\frac{\square}{\square} = \square,\square$$

Troba dues solucions diferents.

Hi ha 6 maneres d'omplir les desenes del numerador i, per a cadascuna d'elles, 5 maneres d'omplir les unitats. A més, per a cadascun dels 30 numeradors que podem fer $(6 \cdot 5)$, tenim 4 possibles denominadors. En total, podem fer fins a 120 fraccions diferents $(30 \cdot 4)$. Ara bé, podem reduir molt els càlculs recorrent a arguments com els següents:

- El denominador de la fracció en forma irreductible ha de ser 2 o 5 perquè l'expressió decimal és finita i amb una xifra decimal. A més, com que l'expressió decimal només té una xifra entera, quan el denominador és 2, la xifra de les desenes del numerador ha de ser 1 i, quan el denominador és 5, ha de ser més petita o igual a 3.
- El numerador de la fracció no pot ser múltiple del denominador perquè, si no, l'expressió decimal seria entera.

De les 10 fraccions que verifiquen les condicions anteriors, només 7 compleixen la igualtat sense repetir cap nombre:

$\frac{13}{2} = 6{,}5$	$\frac{32}{5} = 6{,}4$	$\frac{31}{5} = 6{,}2$	$\frac{23}{5} = 4{,}6$
$\frac{21}{5} = 4{,}2$	$\frac{16}{5} = 3{,}2$	$\frac{13}{5} = 2{,}6$	

innovamat

1. Uneix les expressions equivalents d'un mateix nombre racional:

Una estratègia vàlida pot ser convertir cada una de les fraccions a expressió decimal fent la divisió del numerador entre el denominador. Com que totes les expressions decimals que hi apareixen tenen la mateixa part entera (2), en el cas de les fraccions en notació mixta, és més pràctic convertir només la part fraccionària per comparar.

$\frac{252}{99}$	$2\,\frac{6}{11}$
$2,\overset{\frown}{54}$	$\frac{227}{50}$
$2\,\frac{50}{99}$	$\frac{381}{150}$
$2,54$	$2\,\frac{49}{99}$
$2,5\overset{\frown}{4}$	$2,\overset{\frown}{5}$

2. Col·loca targetes de l'1 al 8, sense repetir-ne cap, de manera que es compleixi la igualtat:

$$\frac{\square}{\square} = \square,\overset{\frown}{\square}$$

Quines solucions diferents pots aconseguir?

Hi ha 8 maneres d'omplir les desenes del numerador i, per a cadascuna d'elles, 7 maneres d'omplir les unitats. A més, per a cadascun dels 56 numeradors que podem fer $(8 \cdot 7)$, tenim 6 possibles denominadors. En total, podem fer fins a 336 fraccions diferents $(56 \cdot 6)$. Ara bé, podem reduir molt els càlculs recorrent a arguments com els següents:

Com que l'expressió decimal és infinita periòdica pura i amb un sol dígit de període, el denominador de la fracció en forma irreductible ha de ser 3 (no tenim la targeta del 9). A més, com que l'expressió decimal només té una xifra entera, la xifra de les desenes del numerador ha de ser més petita o igual a 2.
El numerador de la fracció no pot ser múltiple del denominador perquè, si no, l'expressió decimal seria entera.

Hi ha 5 fraccions que verifiquen les condicions anteriors:

$\frac{14}{3}=4,\overset{\frown}{6}$	$\frac{16}{3}=5,\overset{\frown}{3}$	$\frac{17}{3}=5,\overset{\frown}{6}$
$\frac{25}{3}=8,\overset{\frown}{3}$	$\frac{26}{3}=8,\overset{\frown}{6}$	

Ara bé, només $\frac{17}{3}=5,\overset{\frown}{6}$ compleixi la igualtat sense repetir cap nombre.

1. Completa la taula amb l'expressió decimal corresponent a cada fracció. Després, acoloreix cada cel·la segons si l'expressió decimal és entera, finita, infinita periòdica pura o infinita periòdica mixta.

		Numerador				
		5	6	7	8	9
Denominador	2	2,5	3	3,5	4	4,5
	3	1,6	2	2,3	2,6	3
	4	1,25	1,5	1,75	2	2,25
	5	1	1,2	1,4	1,6	1,8
	6	0,83	1	1,16	1,3	1,5

Entera   Finita   Periòdica pura   Periòdica mixta

Quines regularitats hi observes?

Algunes regularitats que hi podem observar són:

- Els denominadors que són divisors d'una potència de 10 $(2,\ 4 \text{ i } 5)$ tenen una expressió decimal finita o entera.
- Les expressions decimals periòdiques pures apareixen quan la fracció irreductible té denominador 3.
- Les expressions decimals periòdiques mixtes apareixen quan la fracció irreductible té denominador 6.

2. Calcula el resultat de les operacions següents:

Una bona estratègia per simplificar els càlculs pot ser convertir les expressions decimals a fracció:

a.

$0{,}3 \cdot 0{,}1 = \frac{3}{10} \cdot \frac{1}{10} = \frac{1}{100} = 0{,}03$ o bé $0{,}3 \cdot 0{,}1 = 0{,}3 \cdot \frac{1}{10} = \frac{0{,}3}{10} = 0{,}03$

b.

$$0{,}78 : 0{,}001 = \frac{78}{100} : \frac{1}{1\,000} = \frac{78}{100} : 1\,000 = \frac{78 \cdot 1\,0\cancel{00}}{\cancel{100}} = 780$$

c.

$$\left.\begin{array}{l} 3{,}5 = \frac{35}{10} = \frac{7}{2} \\ 0{,}\widehat{1} = \frac{1}{9} \rightarrow 0{,}\widehat{2} = \frac{2}{9} \end{array}\right\} 3{,}5 \cdot 0{,}\widehat{2} = \frac{7}{2} \cdot \frac{2}{9} = \frac{7 \cdot \cancel{2}}{\cancel{2} \cdot 9} = \frac{7}{9} = 0{,}\widehat{7}$$

d.

$$\left.\begin{array}{l} 0{,}5 = \frac{1}{2} \\ 0{,}\widehat{1} = \frac{1}{9} \rightarrow 0{,}\widehat{4} = \frac{4}{9} \end{array}\right\} 0{,}5 \cdot 0{,}\widehat{4} = \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{9} = \frac{2 \cdot \cancel{2}}{\cancel{2} \cdot 9} = \frac{2}{9} = 0{,}\widehat{2}$$

e.

$$\left.\begin{array}{l} 0{,}\widehat{6} = \frac{2}{3} \\ 0{,}\widehat{3} = \frac{1}{3} \end{array}\right\} 0{,}\widehat{6} : 0{,}\widehat{3} = \frac{2}{3} : \frac{1}{3} = \frac{2}{3} \cdot 3 = \frac{2 \cdot \cancel{3}}{\cancel{3}} = 2$$

3. La Maria ha fet el càlcul següent:

$$76\,\% \text{ de } 0{,}4 = 0{,}29.$$

Sense fer el càlcul exacte, justifica si el resultat que ha obtingut és correcte.

El $76\,\%$ és més gran que el $75\,\% \left(\frac{3}{4}\right)$; és a dir:

$76\,\%$ de $0{,}4 > 75\,\%$ de $0{,}4 = \frac{3}{4}$ de $0{,}4 = 0{,}4 : 4 \cdot 3 = 0{,}3$. El resultat de l'operació ha de ser més gran que $0{,}3$; el de la Maria, en canvi, és més petit $(0{,}29)$, així que no és correcte.

1. Completa la taula amb l'expressió decimal corresponent a cada fracció. Després, acoloreix cada cel·la segons si l'expressió decimal és entera, finita, infinita periòdica pura o infinita periòdica mixta.

Recorda indicar la llegenda que has fet servir.

		Numerador			
		33	44	55	66
Denominador	3	11	$14,\widehat{6}$	$18,\widehat{3}$	11
	4	$8{,}25$	11	$13{,}75$	$16{,}5$
	5	$6{,}6$	$8{,}8$	11	$13{,}2$
	6	$5{,}5$	$7,\widehat{3}$	$9,1\widehat{6}$	11

Entera   Finita   Periòdic pura   Periòdic mixta

Quines regularitats hi observes?
Algunes regularitats que hi podem observar són:

- Els denominadors que són divisors d'una potència de 10 $(4$ i $5)$ tenen una expressió decimal finita o entera.
- Les expressions decimals periòdiques pures apareixen quan la fracció irreductible té denominador 3.
- Les expressions decimals periòdiques mixtes apareixen quan la fracció irreductible té denominador 6.

2. Calcula el resultat de les operacions següents:

Una bona estratègia per simplificar els càlculs pot ser convertir les expressions decimals a fraccions:

a.
$$40\cdot 0{,}025 = 40\cdot\frac{25}{1\,000} = \frac{\cancel{40}\cdot 25}{1\,00\cancel{0}} = \frac{100}{100} = 1$$

b.
$$2{,}5 = \frac{5}{2}$$
$$0,\widehat{1} = \frac{1}{9} \to 0,\widehat{2} = \frac{2}{9}$$
$$0{,}1 = \frac{1}{10}$$
$$2{,}5\cdot 0,\widehat{2}\cdot 0{,}1 = \frac{5}{2}\cdot\frac{2}{9}\cdot\frac{1}{10} = \frac{\cancel{5}\cdot\cancel{2}}{\cancel{2}\cdot 9\cdot 2\cdot\cancel{5}} = \frac{1}{18}$$

c.
$$0,\widehat{1} = \frac{1}{9} \to 0,\widehat{5} = \frac{5}{9}$$
$$0,\widehat{3} = \frac{1}{3}$$
$$0{,}06 = \frac{6}{100}$$
$$0,\widehat{5} : 0,\widehat{3}\cdot 0{,}06 = \frac{5}{9} : \frac{1}{3}\cdot\frac{6}{100}$$
$$\frac{5}{9} : \frac{1}{3} = \frac{5}{9}\cdot 3 = \frac{5\cdot\cancel{3}}{\cancel{3}\cdot 3} = \frac{5}{3} \to \boxed{\frac{5}{3}}$$
$$\frac{5}{3}\cdot\frac{6}{100} = \frac{\cancel{5}\cdot\cancel{2}\cdot\cancel{3}}{\cancel{3}\cdot\cancel{2}\cdot 2\cdot\cancel{5}\cdot 5} = \frac{1}{10} \to \boxed{\frac{1}{10}}$$

3. En Musa ha fet el càlcul següent:

$$29\,\%\text{ de }0{,}21 = 0{,}071.$$

Sense fer el càlcul exacte, justifica si el resultat que ha obtingut és correcte.

El $29\,\%$ és més petit que el $30\,\%$ $\left(\frac{3}{10}\right)$; per tant,

$29\,\%$ de $0{,}21 < 30\,\%$ de $0{,}21 = \frac{3}{10}$ de $0{,}21 = 0{,}21 : 10\cdot 3 = 0{,}021\cdot 3 = 0{,}063$

El resultat de l'operació ha de ser més petit que $0{,}063$; el d'en Martí, en canvi, és més gran $(0{,}071)$, així que no és correcte.

1. Omple les cel·les buides amb els nombres 2, 4, 6 i 7, de manera que l'expressió decimal associada a cada fracció sigui de la classe que s'indica a la taula:
Una fracció té expressió decimal entera només quan el numerador és múltiple del denominador, així que podem començar buscant les parelles de nombres en què un és múltiple de l'altre $\{4 \text{ i } 2\}$ i $\{6 \text{ i } 2\}$. A partir d'aquí, fem les deduccions següents:

- El 2 ha d'anar a la primera fila del denominador per aconseguir un nombre enter.
- El 7 ha d'anar a la segona columna del numerador.

A més, quan el denominador és divisor d'una potència de 10, l'expressió decimal no pot ser periòdica. Per tant, el 6 ha d'anar a la segona fila del denominador. Així, doncs, la taula queda:

		Numerador	
		4	7
Denominador	2	Entera 2	Finita $3{,}5$
	6	Periòdica pura $0,\widehat{6}$	Periòdica mixta $1{,}1\widehat{6}$

2. Quina classe d'expressió decimal s'obté en fer l'operació següent?

$$0,\widehat{4}:0,\widehat{2}+0,\widehat{6}\cdot 3{,}5:3,\widehat{3}=$$

$$0,\widehat{4}:0,\widehat{2}=\frac{4}{9}:\frac{2}{9}=\frac{4}{9}\cdot\frac{9}{2}=\frac{\cancel{2}\cdot 2\cdot\cancel{9}}{\cancel{9}\cdot\cancel{2}}=2$$

$$\boxed{2}+0,\widehat{6}\cdot 3{,}5:3,\widehat{3}=$$

$$0,\widehat{6}\cdot 3{,}5=\frac{2}{3}\cdot\frac{7}{2}=\frac{\cancel{2}\cdot 7}{3\cdot\cancel{2}}=\frac{7}{3}$$

$$2+\boxed{\frac{7}{3}}:3,\widehat{3}=$$

$$\frac{7}{3}:3,\widehat{3}=\frac{7}{3}:\frac{10}{3}=\frac{7}{3}\cdot\frac{3}{10}=\frac{7\cdot\cancel{3}}{\cancel{3}\cdot 10}=\frac{7}{10}$$

$$2+\boxed{\frac{7}{10}}=$$

$$2\frac{7}{10}=2{,}7$$

S'obté una expressió decimal finita.

3. La Yiwan afirma que $81\,\%$ de $0{,}5 < 49\,\%$ de $0{,}8$.
Sense fer el càlcul exacte, justifica si l'afirmació és correcta.

D'una banda, el $81\,\%$ és més gran que el $80\,\%$ $\left(\frac{4}{5}\right)$, aleshores una fita inferior pot ser:

$$81\,\% \text{ de } 0{,}05 > 80\,\% \text{ de } 0{,}5=\frac{4}{5} \text{ de } 0{,}5=0{,}4$$

D'altra banda, el $49\,\%$ és més petit que el 50% $\left(\frac{1}{2}\right)$, de manera que:

$$49\,\% \text{ de } 0{,}8<50\,\% \text{ de } 0{,}8=\frac{1}{2} \text{ de } 0{,}8=0{,}4$$

Com que $81\,\%$ de $0{,}5>0{,}4>49\,\%$ de $0{,}5$, l'afirmació de la Lluna no és correcta.