

邢老师:

您好! 收到你的回信好几天了, 现在才腾空给你回信, 与你再谈数学问题, 请见谅!

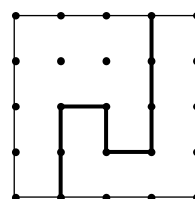
就上次提出的数题:

在一个 4×4 格的几何板上(又称钉板, 外框是一个边长为 4 单位, 共 25 点), 用橡皮筋分割成为两个多边形, 使该两个多边形的周界与外框的正方形的周界相等。应怎样分割? (1)

若以 $p(A)$ 及 $p(B)$ 代表分割出来的多边形周界, $p(S)$ 代表外框的正方形的周界, 则题目的要求满足的条件是 $p(A) = p(B) = p(S)$ 。

于来信里你说得好,

- (a) 这确是一道开放题 (open-ended problem), 有多解;
- (b) 而你可以右图的方法分割。



大概你已察觉, 我将问题从:

怎样以直线裁剪一个长方形, 分成甲、乙两部份(多边形), 使甲、乙两部份的周界都相等于原先长方形的周界? (2)

改写为 (1) 的形式, 是想将无穷尽的数解减少至有限多个。而且几何板既是小学生熟悉的学具, 又可以把剪纸活动 (有点儿浪费) 改为以围橡皮筋进行。

- 你猜我选 4×4 格几何板的理由何在?

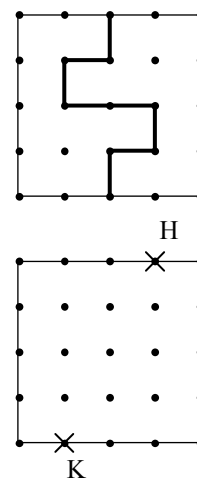
当然问题 (1) 还有别的解答, 随后又是其中一个可行的分法: 不论是你举出的或是我谈及的数解, 图中分割线的两端刚好把外围正方形的周界平均等分 (称为 半周界: semi-perimeter)。

- 究竟分割线的两端可不可能不把正方形的周界均分呢?

你采用的分割端点较我的特别 (分别从中点逆向移往左右两方):

- 以 H 及 K 为分割端点, 除了以上的方法外, 还有其它方法吗? 有那些可能性?

这问题要求枚举出所有可能性: 无论是难度或深度都比之前的要求较高。对吗?



虽然你的分割端点较我的特别, 但是我分割出来的两个多边形却是全等的 (形状相同)。

- 你能够以 H 及 K 为分割端点得出两个全等的当多边形吗 (增添条件)?
- 若把题目要求满足的条件从 $p(A) = p(B) = p(S)$ 改为 $p(A) = p(B)$ 且 $p(B) > p(S)$, 你

能够以 H 及 K 为分割端点得出两个全等的多边形吗？

- 如果改为 $p(A) = p(B)$ 且 $p(B) < p(S)$ 又怎样？

你看这道数题是可以变化多端的，我称之为盈溢着数学的问题 (Mathematically-rich Problem)。很喜爱你把外框转化为平行四边形及圆形的建议。

- 有没有考虑外框是个梯形，甚至是三角形呢？可行吗？

越想越是觉得其中的数学丰富，趣味盈然！希望你也享受这思考的过程！

祝平安！

关树培

2008/1/18