AB 7: Scheitelform der Parabelgleichung – Lösungen

Begleitende Materialien zur UE:
1. Buch zur ganzen Einheit für SuS:
https://www.geogebra.org/m/ytb6rvfh
hieraus kann eine „Einheit" für die Klasse angelegt werden (GG-Classroom)
2. Buch zur ganzen Einheit für LuL:
https://www.geogebra.org/m/kgq4gkqs

Begleitende Materialien zur 7. Stunde:
für SuS (sind auch im Buch enthalten):
https://www.geogebra.org/m/yeusfcdy

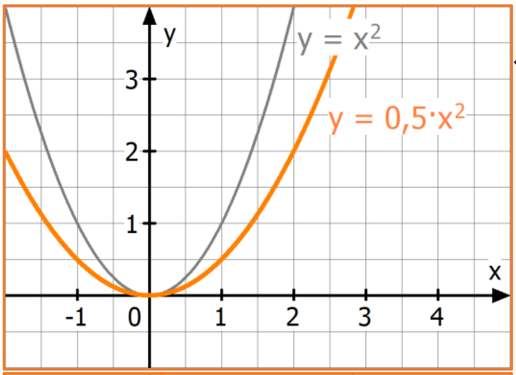
für LuL (sind auch im Buch enthalten):
https://www.geogebra.org/m/nv4mnp2q

Ziel: Kombination der bisherigen Veränderungen der Normalparabel – also Streckung in y-Richtung und Verschiebungen einer Parabel – mit entsprechenden Veränderungen in der Funktionsgleichung

Die Scheitelform der Parabelgleichung – Funktionen mit Gleichungen der Form $f(x) = a \cdot (x - d)^2 + e$

- **Zeichne in jedem Schritt die Parabel zur rechts angegebenen Gleichung und beschrifte sie.**
- Ergänze den Scheitel der neu gezeichneten Parabel.
- Schreibe auf, wie die neu gezeichnete Parabel aus der vorherigen entsteht.

1. Schritt

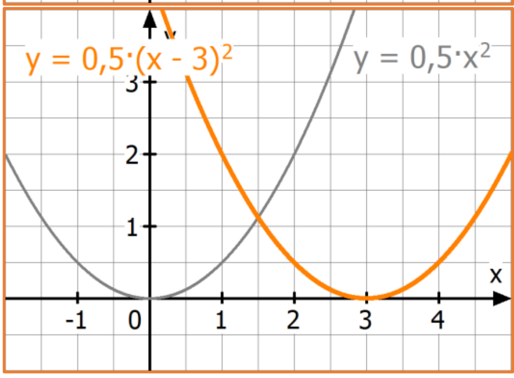


zeichne neu

$f(x) = 0{,}5 \cdot x^2$

Die Parabel entsteht aus der Normalparabel mit dem Scheitel (0|0) durch Streckung in y-Richtung mit dem Streckfaktor a = 0,5.

2. Schritt

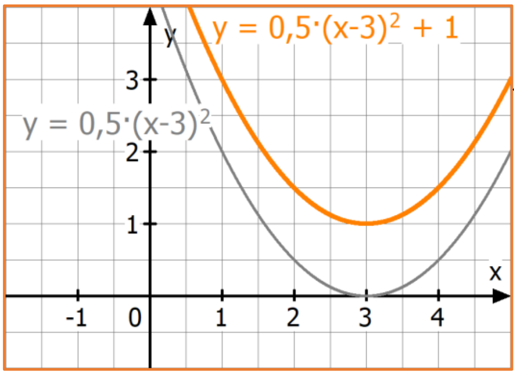


zeichne neu

$f(x) = 0{,}5 \cdot (x - 3)^2$

Die Parabel entsteht aus der vorigen durch Verschiebung um 3 in x-Richtung.

3. Schritt



zeichne neu

$f(x) = 0{,}5 \cdot (x - 3)^2 + 1$

Die Parabel entsteht aus der vorigen durch Verschiebung um 1 in y-Richtung.

Ergebnis

Die so entstandene Parabel hat den Scheitel $S(3|1)$.

Sie ist nach oben geöffnet und weiter als die Normalparabel.

Marion Rauscher, Klaus Schmidt (Juni 2024)
Grafiken mit mathegrafix und GeoGebra

Definition und Satz

Der Graph einer Funktion heißt **Parabel**, wenn er aus der Normalparabel mit dem Scheitel $(0|0)$ durch Streckung in y-Richtung und Verschiebung in beide Koordinatenrichtungen entsteht.

Jede Parabel kann man in der **Scheitelform** $f(x) = a \cdot (x - d)^2 + e$ angeben. Diese Parabel entsteht aus der Normalparabel durch

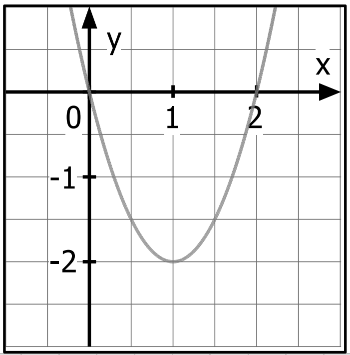
- Streckung mit dem Streckfaktor a in y-Richtung,
- Verschiebung um d in x-Richtung und
- Verschiebung um e in y-Richtung.

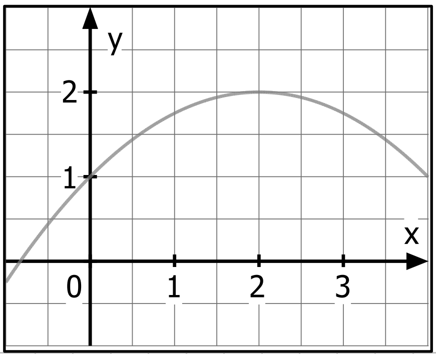
An der Scheitelform kann man den Scheitel $S(d|e)$ und den Streckfaktor a ablesen.

Aufgabe: Informationen aus der Gleichung entnehmen, Gleichung am Graphen ablesen

1 Gegeben ist eine Funktion f mit der Gleichung $f(x) = -2 \cdot (x + 3)^2 + 4$.
Ihr Graph ist eine Parabel.
a) Gib die Koordinaten des Scheitels und den Streckfaktor der Parabel an.
b) Beschreibe, wie die Parabel aus der Normalparabel mit dem Scheitel $(0|0)$ entsteht.
c) Entscheide, ob die Parabel nach oben oder unten geöffnet und ob sie enger oder weiter als die Normalparabel ist.

2 Lies an der abgebildeten Parabel die Gleichung der zugehörigen Funktion f bzw. g ab.

a)


b)


1 a) $S(-3|4)$; Streckfaktor $a = -2$

Die Parabel entsteht aus der Normalparabel mit dem Scheitel $(0|0)$ durch

- Streckung in y-Richtung mit dem Faktor -2,
- Verschiebung in x-Richtung um -3 Längeneinheiten,
- Verschiebung in y-Richtung um 4 Längeneinheiten.

b) Die Parabel ist nach unten geöffnet und enger als die Normalparabel.

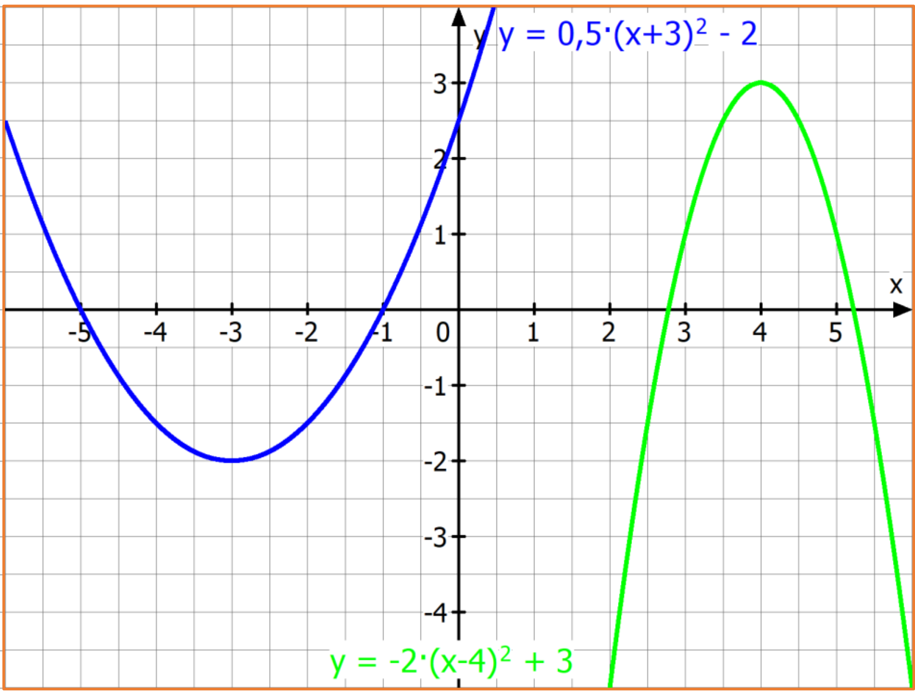
2 a) Es ist $a = 2$, $d = 1$, $e = -2$, also $f(x) = 2 \cdot (x - 1)^2 - 2$.

b) Es ist $a = -0{,}25$, $d = 2$, $e = 2$, also $g(x) = -0{,}25 \cdot (x - 2)^2 + 2$.

Aufgabe: Parabeln zeichnen

3 Zeichne die Parabeln mit den Gleichungen $f(x) = 0{,}5 \cdot (x+3)^2 - 2$ und $g(x) = -2 \cdot (x-4)^2 + 3$ in ein gemeinsames Koordinatensystem.

3



Aufgaben: Punktprobe und Bestimmung der Parabelgleichung

4 Prüfe, ob der Punkt $P(-2|5)$ auf der Parabel mit der Gleichung $f(x) = 0{,}5 \cdot (x-1)^2 + 1$ liegt.

5 Bestimme die Gleichung einer Parabel, die den Scheitel $S(-2|3)$ hat und durch den Punkt $P(-1|1)$ verläuft.

4 Einsetzen der x-Koordinate von P:

$f(-2) = 0{,}5 \cdot (-2-1)^2 + 1 = 0{,}5 \cdot (-3)^2 + 1 = 0{,}5 \cdot 9 + 1 = 4{,}5 + 1 = 5{,}5 \neq 5$

P liegt nicht auf der Parabel.

5 Ansatz: $f(x) = a \cdot (x-d)^2 + e$ mit $d = -2$ und $e = 3$, also $y = a \cdot (x+2)^2 + 3$.

Es muss gelten: $1 = a \cdot (-1+2)^2 + 3$ (Einsetzen der Koordinaten von P)

$1 = a \cdot 1^2 + 3$

$1 = a + 3$

$-2 = a$

Gleichung: $f(x) = -2 \cdot (x+2)^2 + 3$

Marion Rauscher, Klaus Schmidt (Juni 2024)
Grafiken mit mathegrafix und GeoGebra