

Instrucciones:

a) Duración: 1 hora

b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. Indica, en la primera hoja donde resuelves el examen, la opción elegida.

c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.

d) Contesta de forma razonada y escribe a bolígrafo (no a lápiz) ordenadamente y con letra clara. Las faltas de ortografía, la mala presentación y no explicar adecuadamente las operaciones pueden restar hasta un máximo de 1 punto de la nota final.

e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] Sea la función $f(x) = \frac{ax^2 + b}{a - x}$, con $x \neq a$. Calcula a y b para que la gráfica de la función pase por el punto $(2, 3)$ y tenga una asíntota oblicua con pendiente -4 .

Ejercicio 2.- a) [2 puntos] Calcula el valor de $b > 0$ sabiendo que el área de la región comprendida entre $f(x) = \sqrt{x}$ y la recta $g(x) = bx$ es igual a $4/3$ de unidades cuadradas.

b) [0,5 puntos] Resuelve $\int x \cdot e^{-x^2} dx$

Ejercicio 3.- [2,5 puntos] Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ determina la matriz $X = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ que verifique la ecuación matricial $A \cdot A^t \cdot X = 6 \cdot X$

Ejercicio 4.- Sean las matrices $A = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 2 & m \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ -2 & m & 0 \\ 3 & 2 & m \end{pmatrix}$.

a) [1,25 puntos] ¿Cuánto vale m para que A y B tengan el mismo rango?

b) [1,25 puntos] ¿Cuánto vale m para que A y B tengan el mismo determinante?

Opción B

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] Se desea construir un depósito cilíndrico cerrado de área total igual a 54 m^2 . Determina el radio de la base y la altura del cilindro para que éste tenga volumen máximo.

Ejercicio 2.- [2,5 puntos] Calcula $\int_0^{\pi^2} \sin(\sqrt{x}) dx$. Sugerencia: cambio $\sqrt{x}=t$

Ejercicio 3.- a) [1,5 puntos] Calcula el determinante de la matriz $C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & -2 \\ -2 & -4 & -4 & 3 \\ 1 & 2 & 10 & 11 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ y el valor de $|C^3|$.

b) [1 punto] Sea $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a & b & c \\ a^2 & b^2 & c^2 \end{pmatrix}$ y $|A|=2$. Calcula $\begin{vmatrix} (a+1)^2 & (b+1)^2 & (c+1)^2 \\ a & b & c \\ a^2 & b^2 & c^2 \end{vmatrix}$

Ejercicio 4.- Sean las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & k & 1 \\ 0 & -1 & k \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$.

a) [1 punto] ¿Hay algún valor de k para el que la matriz A no admita inversa?

b) [1,5 puntos] Para $k=1$ resuelve la ecuación matricial $A^{-1} X A = B$, siendo X la matriz de incógnitas.