

## 8. Produktregel

Um Funktionen aus zwei Faktoren abzuleiten, müssen wir aktuell das Produkt ausmultiplizieren, was umständlich und fehleranfällig ist. Es wäre wünschenswert eine direkte Formel zu finden:

$$\text{Sei } f: x \mapsto \underbrace{(x^2 + 1)}_{u(x)} \cdot \underbrace{(2x + 1)}_{v(x)}$$

$$\begin{aligned} \text{ Hoffnung:  } f': x &\mapsto u'(x) \cdot v'(x) \\ &= 2x \cdot 2 \\ &= 4x \end{aligned}$$

WIDERSPRUCH: Da  $f$  eine Funktion vom Grad 3 ist, muss  $f'$  den Grad 2 besitzen.

$$\begin{aligned} \text{ Korrekte Lösung:  } f': x &\mapsto u'(x) \cdot v(x) + u(x) \cdot v'(x) \\ &= 2x \cdot (2x+1) + (x^2+1) \cdot 2 \\ &= 4x^2 + 2x + 2x^2 + 2 \\ &= 6x^2 + 2x + 2 \end{aligned}$$

### MERKE

Besitzt eine Funktion die Form  $f: x \mapsto u(x) \cdot v(x)$  mit differenzierbaren Funktionen  $u(x) \cdot v(x)$ , so hat sie die Ableitungsfunktion

$$f': x \mapsto u'(x) \cdot v(x) + u(x) \cdot v'(x)$$

### ACHTUNG

Aktuell erscheint die Produktregel nutzlos, da jedes Produkt generationaler Funktionen ausmultipliziert und berechnet werden kann, jedoch wird sie spätestens für Funktionen wie  $x^2 \cdot \sin(x)$  oder  $(2x+1) \cdot 2^x$  zwingend notwendig!