El Campo Gravitatorio.

David Matellano

Departamento de Física y Química. IES Ángel Corella. (Colmenar Viejo)

24 de septiembre de 2020

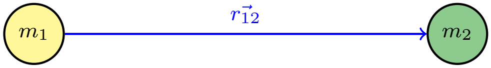
I.E.S. ÁNGEL CORELLA
Dpto. de Física y Química

Esta obra está bajo una licencia Creative Commons "Reconocimiento-NoCommercial-CompartirIgual 3.0 España".

índice de contenidos I

Enunciado de la Ley de Newton.

Sean dos masas m_1 y m_2 separadas por una distancia r:

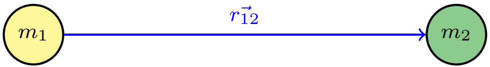


La fuerza que crea m_1 sobre m_2 es:

Fuerzas entre dos masas

Enunciado de la Ley de Newton.

Sean dos masas m_1 y m_2 separadas por una distancia r:



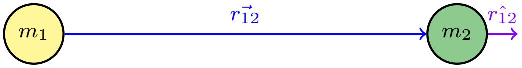
La fuerza que crea m_1 sobre m_2 es:

$$\vec{F_{12}} = -\frac{G \cdot m_1 \cdot m_2}{r^2} \cdot \hat{r_{12}} \qquad (1)$$

Dirección y sentido

Enunciado de la Ley de Newton.

Sean dos masas m_1 y m_2 separadas por una distancia r:



La fuerza que crea m_1 sobre m_2 es:

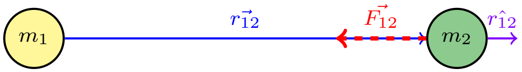
$$\vec{F_{12}} = -\frac{G \cdot m_1 \cdot m_2}{r^2} \cdot \hat{r_{12}} \quad (1)$$

Dirección y sentido

- La fuerza tiene la dirección de $\vec{r_{12}}$

Enunciado de la Ley de Newton.

Sean dos masas m_1 y m_2 separadas por una distancia r:



La fuerza que crea m_1 sobre m_2 es:

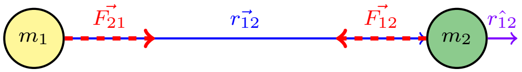
$$\vec{F_{12}} = -\frac{G \cdot m_1 \cdot m_2}{r^2} \cdot \hat{r_{12}} \qquad (1)$$

Dirección y sentido

- La fuerza tiene la dirección de $\vec{r_{12}}$
- El sentido siempre es el contrario a $\vec{r_{12}}$.

Enunciado de la Ley de Newton.

Sean dos masas m_1 y m_2 separadas por una distancia r:



La fuerza que crea m_1 sobre m_2 es:

$$\vec{F_{12}} = -\frac{G \cdot m_1 \cdot m_2}{r^2} \cdot \hat{r_{12}} \qquad (1)$$

Dirección y sentido

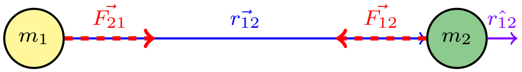
- La fuerza tiene la dirección de $\vec{r_{12}}$
- El sentido siempre es el contrario a $\vec{r_{12}}$.

El principio de acción y reacción

- Igualdad de módulos: $\left|\vec{F_{12}}\right| = \left|\vec{F_{21}}\right|$

Enunciado de la Ley de Newton.

Sean dos masas m_1 y m_2 separadas por una distancia r:



La fuerza que crea m_1 sobre m_2 es:

$$\vec{F_{12}} = -\frac{G \cdot m_1 \cdot m_2}{r^2} \cdot \hat{r_{12}} \quad (1)$$

Dirección y sentido

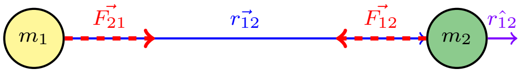
- La fuerza tiene la dirección de $\vec{r_{12}}$
- El sentido siempre es el contrario a $\vec{r_{12}}$.

El principio de acción y reacción

- Igualdad de módulos: $\left|\vec{F_{12}}\right| = \left|\vec{F_{21}}\right|$
- Misma dirección: $\vec{F_{12}} \parallel \vec{F_{21}}$

Enunciado de la Ley de Newton.

Sean dos masas m_1 y m_2 separadas por una distancia r:



La fuerza que crea m_1 sobre m_2 es:

$$\vec{F_{12}} = -\frac{G \cdot m_1 \cdot m_2}{r^2} \cdot \hat{r_{12}} \qquad (1)$$

Dirección y sentido

- La fuerza tiene la dirección de $\vec{r_{12}}$
- El sentido siempre es el contrario a $\vec{r_{12}}$.

El principio de acción y reacción

- Igualdad de módulos: $\left|\vec{F_{12}}\right| = \left|\vec{F_{21}}\right|$
- Misma dirección: $\vec{F_{12}} \parallel \vec{F_{21}}$
- Sentidos opuestos: $\vec{F_{12}} = -\vec{F_{21}}$

El campo gravitatorio.

Campo $\vec{g}$ creado por una masa puntual.

Es la fuerza por unidad de masa:

- $\vec{g} = \dfrac{\vec{F}}{m'}$

Figuras:

El campo gravitatorio.

Campo $\vec{g}$ creado por una masa puntual.

Es la fuerza por unidad de masa:

- $\vec{g} = \dfrac{\vec{F}}{m'}$
- A partir de la Ley de Newton (1):
  $\vec{g} = -\dfrac{G \cdot M}{r^2} \cdot \hat{r}$

Características de $\vec{g}$

Figuras:

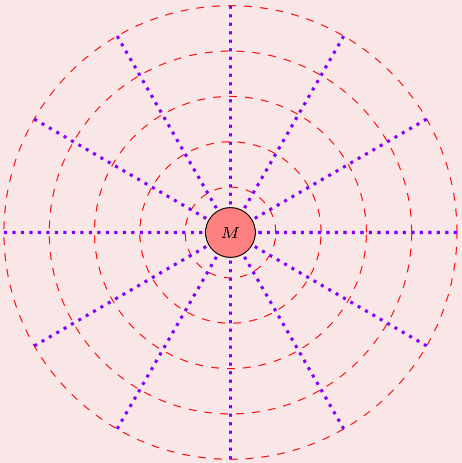
Es la fuerza por unidad de masa:

- $\vec{g} = \dfrac{\vec{F}}{m'}$
- A partir de la Ley de Newton (1):
  $\vec{g} = -\dfrac{G \cdot M}{r^2} \cdot \hat{r}$

Características de $\vec{g}$

- Su dirección es radial desde la masa.

Figuras:



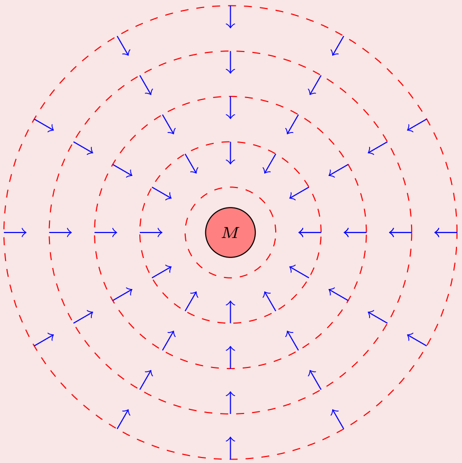
Es la fuerza por unidad de masa:

- $\vec{g} = \dfrac{\vec{F}}{m'}$
- A partir de la Ley de Newton (1):
  $\vec{g} = -\dfrac{G \cdot M}{r^2} \cdot \hat{r}$

Características de $\vec{g}$

- Su dirección es radial desde la masa.
- Su sentido es centrípeto.

Figuras:



Líneas de campo $\vec{g}$

Concepto de líneas de campo:

Líneas de campo $\vec{g}$

Concepto de líneas de campo:

- Son líneas imaginarias que sirven para representar $\vec{g}$. Cumplen:

Propiedades:

Líneas de campo $\vec{g}$

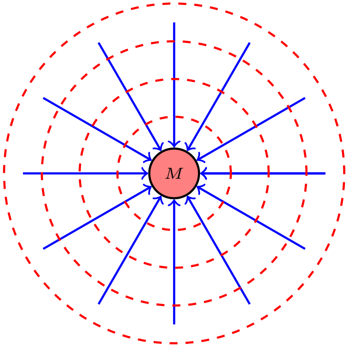
Concepto de líneas de campo:

- Son líneas imaginarias que sirven para representar $\vec{g}$. Cumplen:

Propiedades:

1. Son líneas que entran hacia las masas.

Figuras



Líneas de campo $\vec{g}$

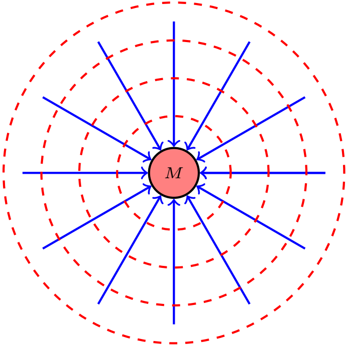
Concepto de líneas de campo:

- Son líneas imaginarias que sirven para representar $\vec{g}$. Cumplen:

Propiedades:

1. Son líneas que entran hacia las masas.
2. Nunca se cortan.

Figuras



Líneas de campo $\vec{g}$

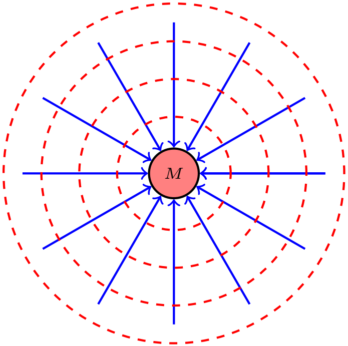
Concepto de líneas de campo:

- Son líneas imaginarias que sirven para representar $\vec{g}$. Cumplen:

Propiedades:

1. Son líneas que entran hacia las masas.
2. Nunca se cortan.
3. Son tangentes en cada punto a $\vec{g}$

Figuras



Líneas de campo $\vec{g}$

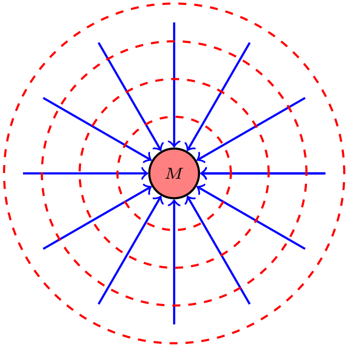
Concepto de líneas de campo:

- Son líneas imaginarias que sirven para representar $\vec{g}$. Cumplen:

Propiedades:

1. Son líneas que entran hacia las masas.
2. Nunca se cortan.
3. Son tangentes en cada punto a $\vec{g}$
4. Si $|\vec{g}|$ aumenta, están más próximas.

Figuras



Trabajo realizado por el campo $\vec{g}$

Para llevar una masa m' desde $\vec{r}$ hasta el infinito:

La energía potencial gravitatoria

Definición

Trabajo realizado por el campo $\vec{g}$

Para llevar una masa m' desde $\vec{r}$ hasta el infinito:

- $W = \int_r^\infty \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int_r^\infty -\frac{G \cdot M \cdot m'}{r^2} \cdot dr = \left. \frac{G \cdot M \cdot m'}{r} \right|_r^\infty = -\frac{G \cdot M \cdot m'}{r}$

Energía potencial en un punto $\vec{r}$

La energía potencial de una masa m' en presencia de una masa M distante r es:

Trabajo realizado por el campo $\vec{g}$

Para llevar una masa m' desde $\vec{r}$ hasta el infinito:

- $W = \int_r^\infty \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int_r^\infty -\frac{G \cdot M \cdot m'}{r^2} \cdot dr = \frac{G \cdot M \cdot m'}{r}\Big|_r^\infty = -\frac{G \cdot M \cdot m'}{r}$

Energía potencial en un punto $\vec{r}$

La energía potencial de una masa m' en presencia de una masa M distante r es:

- $E_p(\vec{r}) = -\frac{G \cdot M \cdot m'}{r}$

La energía potencial gravitatoria

Definición

Trabajo realizado por el campo $\vec{g}$

Para llevar una masa m' desde $\vec{r}$ hasta el infinito:

- $W = \int_r^{\infty} \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int_r^{\infty} -\frac{G \cdot M \cdot m'}{r^2} \cdot dr = \left. \frac{G \cdot M \cdot m'}{r} \right|_r^{\infty} = -\frac{G \cdot M \cdot m'}{r}$

Energía potencial en un punto $\vec{r}$

La energía potencial de una masa m' en presencia de una masa M distante r es:

- $E_p(\vec{r}) = -\frac{G \cdot M \cdot m'}{r}$
- Es el trabajo necesario para que el campo $\vec{g}$ lleve a m' desde $\vec{r}$ hasta ∞

La energía potencial gravitatoria

Definición

Trabajo realizado por el campo $\vec{g}$

Para llevar una masa m' desde $\vec{r}$ hasta el infinito:

- $W = \int_r^\infty \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int_r^\infty -\frac{G \cdot M \cdot m'}{r^2} \cdot dr = \frac{G \cdot M \cdot m'}{r} \Big|_r^\infty = -\frac{G \cdot M \cdot m'}{r}$

Energía potencial en un punto $\vec{r}$

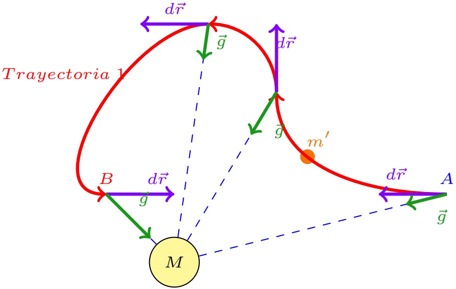
La energía potencial de una masa m' en presencia de una masa M distante r es:

- $E_p(\vec{r}) = -\frac{G \cdot M \cdot m'}{r}$
- Es el trabajo necesario para que el campo $\vec{g}$ lleve a m' desde $\vec{r}$ hasta ∞
- $\lim_{r \to \infty} E_p(r) = 0$ (La energía potencial se anula en el infinito)

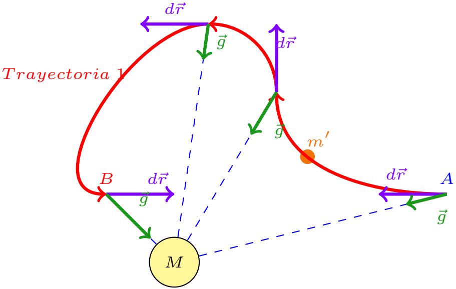
Definiendo el origen de la E_p en ∞ se cumple:

Definiendo el origen de la E_p en ∞ se cumple:

- La energía potencial siempre es un valor negativo.

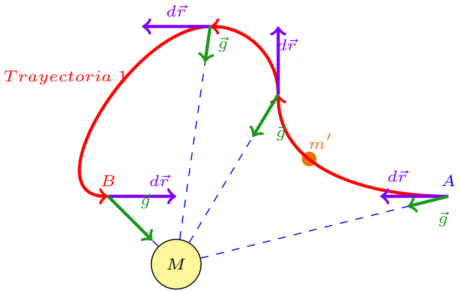


Trabajo para llevar m' desde A hasta B



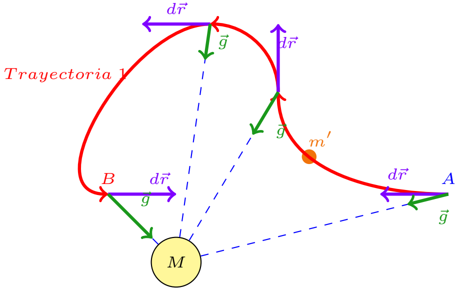
Trabajo para llevar m' desde A hasta B

- $W_{A\to B} = \int_A^B m' \cdot \vec{g} \cdot d\vec{r} = E_{pA} - E_{pB} = -\Delta E_p$



Trabajo para llevar m' desde A hasta B

- $W_{A\to B} = \int_A^B m' \cdot \vec{g} \cdot d\vec{r} = E_{pA} - E_{pB} = -\Delta E_p$
- El trabajo no depende de la trayectoria:

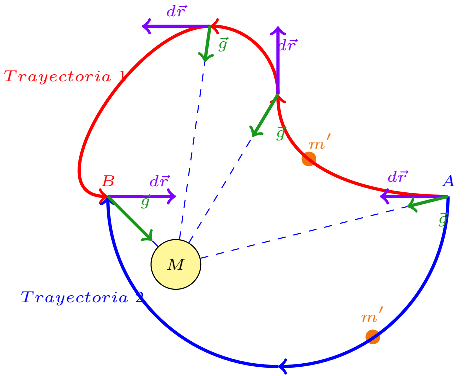


Trabajo para llevar m' desde A hasta B

- $W_{A\to B} = \int_A^B m' \cdot \vec{g} \cdot d\vec{r} = E_{pA} - E_{pB} = -\Delta E_p$
- El trabajo no depende de la trayectoria:
  - $W_{A\to B} = \int_{T1} m' \cdot \vec{g} \cdot d\vec{r} = -\Delta E_p$

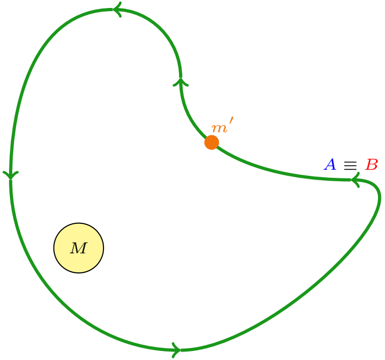
El campo $\vec{g}$ es conservativo

Sentido físico de ΔE_p



Trabajo para llevar m' desde A hasta B

- $W_{A\to B} = \int_A^B m' \cdot \vec{g} \cdot d\vec{r} = E_{pA} - E_{pB} = -\Delta E_p$
- El trabajo no depende de la trayectoria:
  - $W_{A\to B} = \int_{T1} m' \cdot \vec{g} \cdot d\vec{r} = -\Delta E_p$
  - $W_{A\to B} = \int_{T2} m' \cdot \vec{g} \cdot d\vec{r} = -\Delta E_p$



Trabajo para llevar m' desde A hasta B

- $W_{A \to B} = \int_A^B m' \cdot \vec{g} \cdot d\vec{r} = E_{pA} - E_{pB} = -\Delta E_p$
- El trabajo no depende de la trayectoria:
  - $W_{A \to B} = \int_{T1} m' \cdot \vec{g} \cdot d\vec{r} = -\Delta E_p$
  - $W_{A \to B} = \int_{T2} m' \cdot \vec{g} \cdot d\vec{r} = -\Delta E_p$

Trabajo sobre una trayectoria cerrada

- El trabajo realizado sobre cualquier trayectoria cerrada es nulo.
- $\oint m' \cdot \vec{g} \cdot d\vec{r} = 0$

Definición de V

Definición de V

- Se define como la energía potencial por unidad de masa.

Definición de V

- Se define como la energía potencial por unidad de masa.
- Así, para una masa puntual: $V = \dfrac{E_p}{m'} = -\dfrac{G \cdot M}{r}$

Definición de V

- Se define como la energía potencial por unidad de masa.
- Así, para una masa puntual: $V = \dfrac{E_p}{m'} = -\dfrac{G \cdot M}{r}$
- Su unidad en el S.I. es el $J \cdot kg^{-1}$

Definición

- Son aquellas superficies que contienen a los puntos de igual potencial.

Propiedades:

Superficies equipotenciales

Definición

- Son aquellas superficies que contienen a los puntos de igual potencial.

Propiedades:

- Las líneas de campo $\vec{g}$ son perpendiculares a dichas superficies.

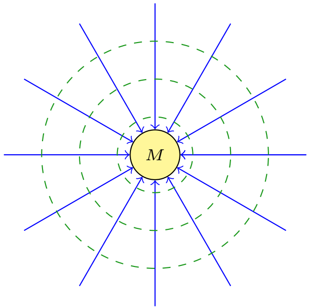
Superficies equipotenciales

Definición

- Son aquellas superficies que contienen a los puntos de igual potencial.

Propiedades:

- Las líneas de campo $\vec{g}$ son perpendiculares a dichas superficies.
- Si el campo lo crea una masa puntual son esferas concéntricas.



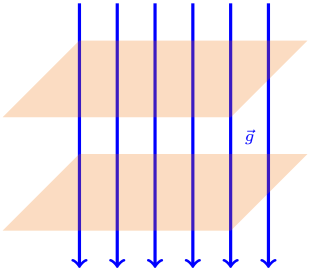
Superficies equipotenciales

Definición

- Son aquellas superficies que contienen a los puntos de igual potencial.

Propiedades:

- Las líneas de campo $\vec{g}$ son perpendiculares a dichas superficies.
- Si el campo lo crea una masa puntual son esferas concéntricas.
- Si el campo es constante son planos paralelos entre sí.



Flujo de $\vec{g}$ a través de una superficie S

Flujo de $\vec{g}$ a través de una superficie S

- Es una medida escalar proporcional a la intensidad de $\vec{g}$ por unidad de superficie.

Características de Φ

Figuras:

Flujo de $\vec{g}$ a través de una superficie S

- Es una medida escalar proporcional a la intensidad de $\vec{g}$ por unidad de superficie.
- Se calcula: $\Phi = \int_{Sup} \vec{g} \cdot d\vec{S}$

Características de Φ

Figuras:

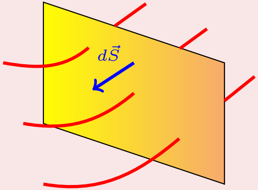
Flujo de $\vec{g}$ a través de una superficie S

- Es una medida escalar proporcional a la intensidad de $\vec{g}$ por unidad de superficie.
- Se calcula: $\Phi = \int_{Sup} \vec{g} \cdot d\vec{S}$

Características de Φ

- Es proporcional al número de líneas de campo/unidad de superficie.

Figuras:



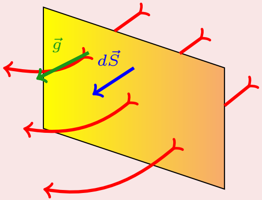
Flujo de $\vec{g}$ a través de una superficie S

- Es una medida escalar proporcional a la intensidad de $\vec{g}$ por unidad de superficie.
- Se calcula: $\Phi = \int_{Sup} \vec{g} \cdot d\vec{S}$

Características de Φ

- Es proporcional al número de líneas de campo/unidad de superficie.
- Si las líneas salen de $S \Rightarrow \Phi > 0$

Figuras:



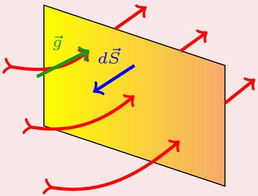
Flujo de $\vec{g}$ a través de una superficie S

- Es una medida escalar proporcional a la intensidad de $\vec{g}$ por unidad de superficie.
- Se calcula: $\Phi = \int_{Sup} \vec{g} \cdot d\vec{S}$

Características de Φ

- Es proporcional al número de líneas de campo/unidad de superficie.
- Si las líneas salen de $S \Rightarrow \Phi > 0$
- Si las líneas entran hacia $S \Rightarrow \Phi < 0$

Figuras:



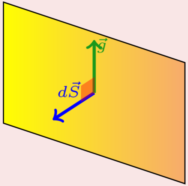
Flujo de $\vec{g}$ a través de una superficie S

- Es una medida escalar proporcional a la intensidad de $\vec{g}$ por unidad de superficie.
- Se calcula: $\Phi = \int_{Sup} \vec{g} \cdot d\vec{S}$

Características de Φ

- Es proporcional al número de líneas de campo/unidad de superficie.
- Si las líneas salen de $S \Rightarrow \Phi > 0$
- Si las líneas entran hacia $S \Rightarrow \Phi < 0$
- Si $\vec{g} \perp d\vec{S} \Rightarrow \Phi = 0$

Figuras:



Flujo del campo $\vec{g}$ a través de una superficie cerrada

Flujo del campo $\vec{g}$ a través de una superficie cerrada

- El flujo del campo $\vec{g}$ a través de una superficie cerrada es directamente proporcional a la masa encerrada por dicha superficie.

Flujo del campo $\vec{g}$ a través de una superficie cerrada

- El flujo del campo $\vec{g}$ a través de una superficie cerrada es directamente proporcional a la masa encerrada por dicha superficie.
- $\Phi = \oint_{Sup} \vec{g} \cdot d\vec{S} = -4\pi \cdot G \cdot M_{enc}$

Ejemplos del Teorema de Gauss.

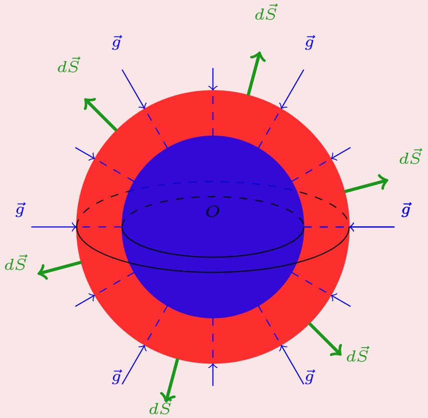
Esfera con masa M y radio R.

Campo en el exterior de la esfera. $(r > R)$

Campo en el exterior de la esfera. $(r > R)$

1. Tomamos como superficie Gaussiana una esfera concéntrica de radio r.

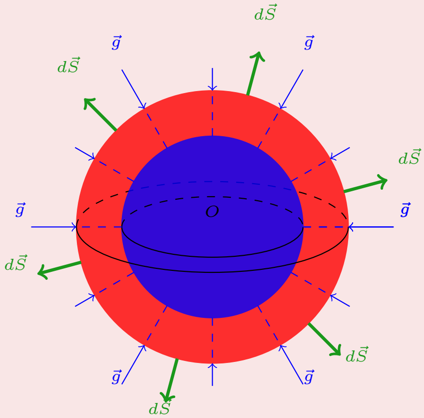
Figuras:



Campo en el exterior de la esfera. $(r > R)$

1. Tomamos como superficie Gaussiana una esfera concéntrica de radio r.
2. $\Phi = \oint_S \vec{g} \cdot d\vec{S} = -\,|\vec{g}| \cdot S$

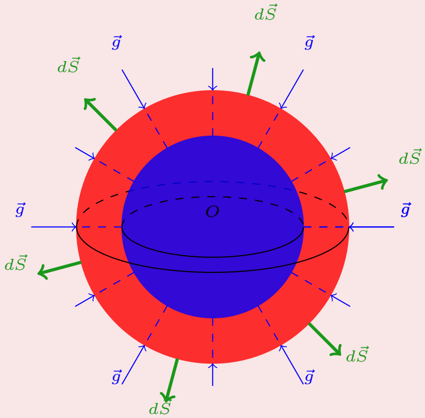
Figuras:



Campo en el exterior de la esfera. $(r > R)$

1. Tomamos como superficie Gaussiana una esfera concéntrica de radio r.
2. $\Phi = \oint_S \vec{g} \cdot d\vec{S} = -|\vec{g}| \cdot S$
3. $-|\vec{g}| \cdot 4\pi \cdot r^2 = -4\pi \cdot G \cdot M$

Figuras:



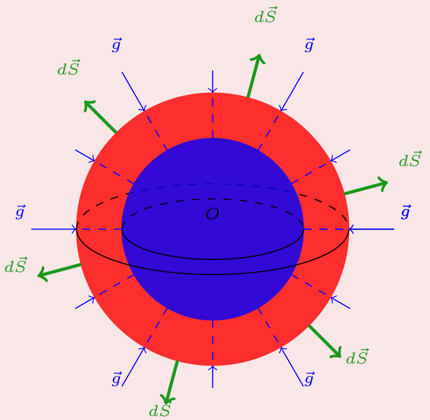
Ejemplos del Teorema de Gauss.

Esfera con masa M y radio R.

Campo en el exterior de la esfera. $(r > R)$

1. Tomamos como superficie Gaussiana una esfera concéntrica de radio r.
2. $\Phi = \oint_S \vec{g} \cdot d\vec{S} = -|\vec{g}| \cdot S$
3. $-|\vec{g}| \cdot 4\pi \cdot r^2 = -4\pi \cdot G \cdot M$
4. $|\vec{g}| = \dfrac{G \cdot M}{r^2}$

Figuras:



Ejemplos del Teorema de Gauss.

Esfera hueca con masa M y radio R.

Campo en el interior de la esfera. $(r < R)$

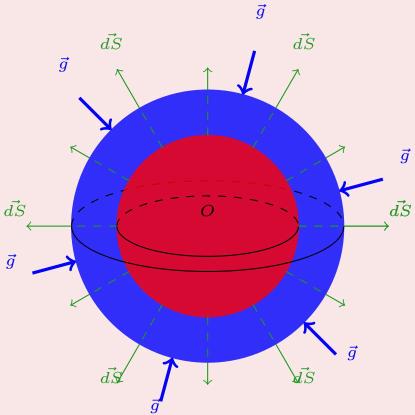
Ejemplos del Teorema de Gauss.

Esfera hueca con masa M y radio R.

Campo en el interior de la esfera. $(r < R)$

1. Tomamos como superficie Gaussiana una esfera concéntrica de radio $r < R$.

Figuras:



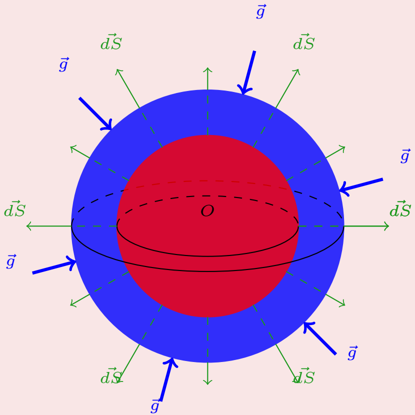
Ejemplos del Teorema de Gauss.

Esfera hueca con masa M y radio R.

Campo en el interior de la esfera. $(r < R)$

1. Tomamos como superficie Gaussiana una esfera concéntrica de radio $r < R$.
2. $\Phi = \oint_S \vec{g} \cdot d\vec{S} = -|\vec{g}| \cdot S$

Figuras:



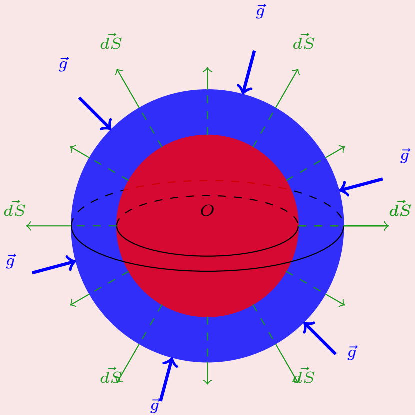
Ejemplos del Teorema de Gauss.

Esfera hueca con masa M y radio R.

Campo en el interior de la esfera. $(r < R)$

1. Tomamos como superficie Gaussiana una esfera concéntrica de radio $r < R$.
2. $\Phi = \oint_S \vec{g} \cdot d\vec{S} = -|\vec{g}| \cdot S$
3. $-|\vec{g}| \cdot 4\pi \cdot r^2 = -4\pi \cdot G \cdot M_{enc} = 0 \Rightarrow \vec{g} = 0$

Figuras:



Ejemplos del Teorema de Gauss.

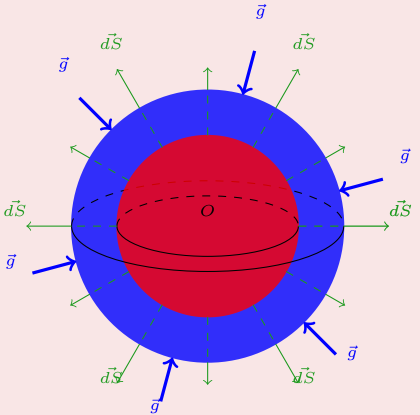
Esfera maciza homogénea con masa M y radio R.

Campo en el interior de la esfera. $(r < R)$

Campo en el interior de la esfera. $(r < R)$

1. Tomamos como superficie Gaussiana una esfera concéntrica de radio $r < R$.

Figuras:



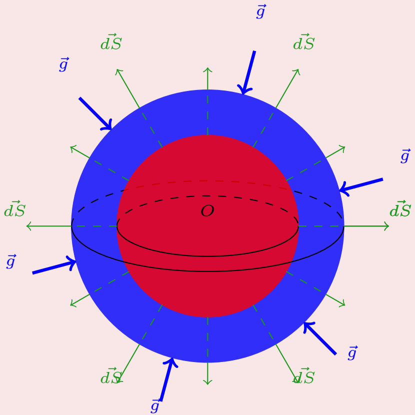
Ejemplos del Teorema de Gauss.

Esfera maciza homogénea con masa M y radio R.

Campo en el interior de la esfera. $(r < R)$

1. Tomamos como superficie Gaussiana una esfera concéntrica de radio $r < R$.
2. $\Phi = \oint_S \vec{g} \cdot d\vec{S} = -|\vec{g}| \cdot S$

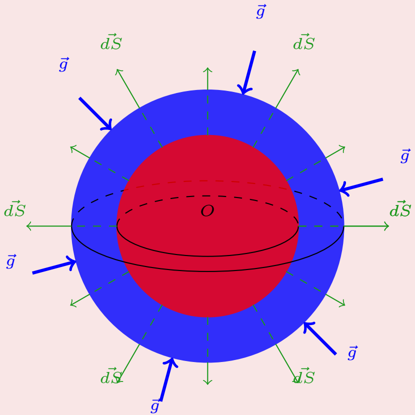
Figuras:



Campo en el interior de la esfera. $(r < R)$

1. Tomamos como superficie Gaussiana una esfera concéntrica de radio $r < R$.
2. $\Phi = \oint_S \vec{g} \cdot d\vec{S} = -|\vec{g}| \cdot S$
3. Definimos: $\rho = \dfrac{M}{V} = \dfrac{3M}{4\pi \cdot R^3}$

Figuras:



Ejemplos del Teorema de Gauss.

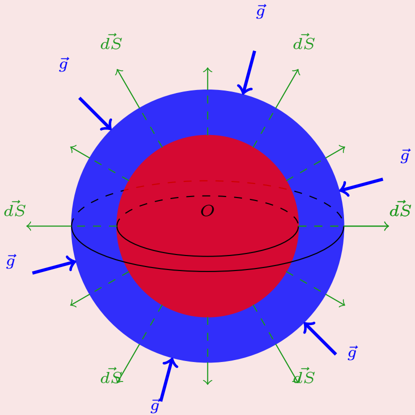
Esfera maciza homogénea con masa M y radio R.

Campo en el interior de la esfera. $(r < R)$

1. Tomamos como superficie Gaussiana una esfera concéntrica de radio $r < R$.
2. $\Phi = \oint_S \vec{g} \cdot d\vec{S} = -|\vec{g}| \cdot S$
3. Definimos: $\rho = \dfrac{M}{V} = \dfrac{3M}{4\pi \cdot R^3}$
4. $-|\vec{g}| \cdot 4\pi \cdot r^2 = -4\pi \cdot G \cdot M_{enc} = -\dfrac{4\pi \cdot G \cdot \rho \cdot 4\pi \cdot r^3}{3} \Rightarrow$

   $|\vec{g}| = \dfrac{4\pi \cdot G \cdot \rho}{3} \cdot r$

Figuras:



Ejemplos del Teorema de Gauss.

Esfera con masa M y radio R.

- Si representamos el módulo de $\vec{g}$ en función de $|\vec{r}|$

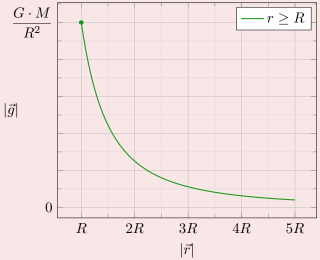
$|\vec{g}(r)|$

- Si representamos el módulo de $\vec{g}$ en función de $|\vec{r}|$

$|\vec{g}(r)|$

1. $|\vec{g}| = \dfrac{G \cdot M}{r^2}$ si $r \geq R$

Figuras:

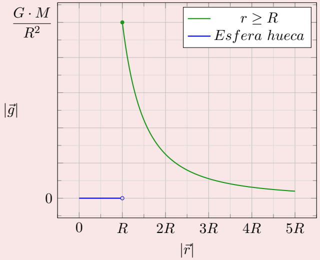


- Si representamos el módulo de $\vec{g}$ en función de $|\vec{r}|$

$|\vec{g}(r)|$

1. $|\vec{g}| = \dfrac{G \cdot M}{r^2}$ si $r \geq R$
2. Si es una esfera hueca: $|\vec{g}| = 0$ si $r < R$

Figuras:



Ejemplos del Teorema de Gauss.

Esfera con masa M y radio R.

- Si representamos el módulo de $\vec{g}$ en función de $|\vec{r}|$

$|\vec{g}(r)|$

1. $|\vec{g}| = \dfrac{G \cdot M}{r^2}$ si $r \geq R$

3. Si M se distribuye homogeneamente en V: $|\vec{g}| = \dfrac{4\pi \cdot G \cdot \rho}{3} \cdot r$

Figuras: