3. Nullstellen und Faktorisieren

Satz:

Ist a eine Nullstelle einer ganzrationalen Funktion f vom Grad n, dann lässt sich $f(x)$ in der Form $f(x) = (x-a)\cdot g(x)$ schreiben. Dabei hat $g(x)$ den Grad $n-1$.

$(x-a)$ heißt Linearfaktor. Findet man alle Linearfaktoren eines Polynoms, kann man es faktorisieren.

Beispiele:

* Gib alle Nullstellen von $f(x) = (x-1)(x-\frac{1}{3})(x+4)(x+6)$ an.

  $x_1 = 1$; $x_2 = \frac{1}{3}$; $x_3 = -4$; $x_4 = -6$

* Bestimme alle Nullstellen von $f(x) = x^3 + x = \overset{(x-0)}{x}(x^2+1)$

  1\. Faktor: $x_1 = 0$ 2. Faktor $x^2 + 1 = 0 \quad |-1$

  $x^2 = -1$ ↯

* $f(x) = x^3 - x = x(x^2-1) = x(x+1)(x-1)$

  $x_1 = 0$; $x_2 = -1$; $x_3 = 1$

So kann man Nullstellen finden:

* Systematisches Probieren
* Mitternachtsformel
* Ausklammern
* Binomische Formeln
* Substitution
* Polynomdivision (-> GeoGebra)

Satz:

Eine ganzrationale Funktion vom Grad n hat höchstens n Nullstellen